ПОСТРОЕНИЕ РЕЛЯЦИОННОЙ СТАТИСТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ И ФИЗИЧЕСКОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ

Владимир В.Аристов

Вычислительный центр им. А.А.Дородницына РАН; кафедра развития реляционного метода изучения времени Web-Института исследований природы времени http://www.chronos.msu.ru; aristov@ccas.ru

Обсуждается отношение предложенной концепции пространства-времени к устоявшимся физическим и философским подходам. Модель реляционного пространства-времени обобщается путем введения реляционной модели пространства, где сопоставляются понятие расстояния и конфигурация частиц, задаваемая линейкой. Рассматривается единая теоретическая схема: числа-частицы-пространство-время. Определяется возможность описания движения и взаимодействия с помощью безразмерных величин (связь с традиционными размерностными уравнениями осуществляется с помощью комбинаций фундаментальных констант). Намечено соответствие между аксиомами физики и аксиоматическим аппаратом математики. Получен аналог соотношения неопределенности квантовой механики. На основе объединенной модели пространства-времени выводятся выражения для потенциалов гравитационного и электромагнитного взаимодействия. В статистическом описании определяется связь с "космологическими совпадениями" – соотношениями между микро- и макроскопическими величинами.

Ключевые слова: *время, реляционное статистическое пространство-время, ноуменальность пространства-времени, физическое взаимодействие, космологические совпадения.*

1. ВВЕДЕНИЕ

Ранее была предложена реляционная модель времени (Аристов, 1994; 1996; Aristov, 1995), где временнЫе интервалы определялись с помощью часов, в теоретической схеме которых применялась процедура измерения расстояний, т.е. вводилась новая модель пространства-времени. На ее основе были получены аналоги классических уравнений движения (ньютоновской механики и СТО) и указаны возможные отличия от существующей традиционной модели. Для дальнейшего развития теории необходимо показать, как описываются физические взаимодействия в рамках данной реляционной концепции, т.е. получить аналоги уравнений для силы. Такие уравнения должны выводиться из основных положений модели, для чего требуется обобщить существующую модель пространства. Обобщение достигается анализом измерения расстояния, причем при моделировании метрической процедуры фактически задается и простая топологическая модель на графе. Затем строится неевклидова геометрия с неединственной прямой проходящей между двумя точками. При этом единица измерения по масштабной линейке выражается в единицах массы, поскольку измерение проводится на атомарной структуре. Для выражения расстояния в традиционных единицах расстояния используется множитель, определяемый через фундаментальные константы. Этот множитель включает постоянную Планка, что следует из полученного аналога соотношения неопределенности квантовой физики. Принципиально, что указан масштаб (порядка атома), на котором происходит отклонение от классического способа описания пространства-времени на основе евклидовой геометрии и детерминистического характера движения. Таким образом вводится единая схема пространства-времени, объединяющая уравнения движения и уравнения, соответствующие физическим взаимодействиям.

2. ОСНОВНЫЕ ПОЛОЖЕНИЯ РЕЛЯЦИОННОГО ПОДХОДА

Остановимся кратко ввиду ограниченного объема работы на принципах, которые составляют основу реляционного, статистического представления о пространстве и времени. Уже существует традиция исторического изложения в продуктивном противопоставлении реляционных и субстанциальных концепций. С нашей точки зрения, их различие заключается в следующем. В реляционном представлении пространство и время не являются первичными, неопределимыми (аксиоматическими) понятиями. Они трактуются с помощью понятий более глубокого уровня. Здесь можно пытаться строить модели конструктивного свойства для их описания. В субстанциальном подходе время понимается как изначальная среда, стихия, субстанция, которая сама обладает порождающими свойствами, например, она может определять движение.

Обзор исторических взглядов на пространство и время (где сопоставляются также динамические и статические свойства) содержится, например, в книгах Ю.Б.Молчанова (1977, 1990). В античности субстанциальные взгляды на время и пространство во многом предшествовали реляционным представлениям: черты таких представлений есть у философов милетской школы, Пифагора, Гераклита, атомистов, элеатов (Парменид, Зенон и др.). В развитых философских системах Платона и Аристотеля присутствуют реляционные представления, просуществовавшие, развиваясь, до наших дней (надо, конечно, понимать всю упрощенность и схематичность такого деления: например, взгляды Аристотеля на пространство (топосы), скорее, субстанциальны). Можно упомянуть и Лукреция с его произведением "О природе вещей", а также Эпикура. Реже цитируются высказывания стоиков (Хрисипп, Зенон-стоик и др.), сформулировавших один из первых "релятивистских" принципов: "Согласно Зенону, время – "расстояние движения". Согласно Хрисиппу, время – "расстояние космического движения" (Чанышев, 1991, с.131).

Неоплатоники развили многие представления античности. Интересно проследить, как происходило абстрагирование реляционных представлений, что привело в дальнейшем к зрелой субстанциальной концепции Ньютона. Плотин в "Эннеадах" обозначил некоторые проблемы пространства-времени (обычно его относят к развивавшим субстанциальные представления о времени, но критика им реляционизма была столь подробной, что кажется, что он предвосхитил возможные продуктивные черты реляционного подхода, когда, в частности, говорил, что время нельзя представлять как все движения взятые совместно). Августин, как и Плотин, касавшиеся, по сути, проблем реляционного описания времени, относились отрицательно к возможности использовать некий "конструктивный" способ. Тем не менее, его слова в стремлении познать проблему времени глубоки и вдохновляющи: "когда некий человек остановил молитвой солнце, чтобы победоносно остановить битву, солнце стояло, но время шло" (Августин, 1991, с.301), "если тело и движется иногда по-разному, а иногда и останавливается, то мы можем измерить временем не только движение, но и остановку и сказать "стояло столько же времени, сколько и двигалось" (Августин, 1991, с.302). Забегая вперед, укажем, что реляционная статистическая концепция позволяет ответить на подобные вопросы: рассматривая всю совокупность движущихся тел системы, мы можем описать время в ней (предельная система – весь мир), поэтому, если часть системы находится в покое, то другие движущиеся части этой системы способны своим осредненным движением представлять время и описывать этот "покой".

Необходимо отметить общую реляционную концепцию Лейбница, принципы которой он обозначил в полемике с Кларком, отстаивавшим позицию Ньютона. Лейбниц, как известно, подошел к интегро-дифференциальному исчислению с других позиций, чем Ньютон. Однако реляционные представления Лейбница на пространство-время остались без математического выражения. Но прямо или косвенно они оказали воздействие на будущие взгляды Маха, Эйнштейна и Пуанкаре. Из различных философов, поддерживавших подобные воззрения, можно назвать Беркли, предвосхитившего Маха в отрицании ньютонова абсолютного пространства. Полезно упомянуть позицию Барроу (учителя и предшественника Ньютона), понимавшего необходимость принять тогда именно субстанциальную концепцию. Дж.Уитроу, цитируя его, пишет: "Согласно Барроу, "время обозначает не действительное существование, а определенную способность или возможность непрерывности существования, точно так же, как пространство означает способность к наличию длины. Время не содержит в себе движения, поскольку рассматривается его абсолютная и внутренне ему присущая природа; точно так же оно не содержит в себе покоя; двигаются ли вещи или покоятся, спим ли мы или бодрствуем – время продолжает равномерно течь своим путем"… Мы видим здесь источник знаменитого определения Ньютоном абсолютного времени" (Дж.Уитроу, 1964, с.169).

Исторический ретроспективный взгляд подтверждает, что практически все реляционные модели до XX века оставались на "вербальном уровне". Теория относительности, связавшая воедино время, пространство, материю, несомненно, реляционна. Но пространство-время в теории относительности имеет некоторую самостоятельную сущность и в этом смысле эту теорию можно трактовать отчасти как "субстанциальную" (такие же свойства имеют многомерные теории, например, Калуцы-Клейна, суперсимметрии, супергравитации). Предельная "субстанциальность" реализована Уилером в геометродинамике. Реляционным представлениям о макроскопическом пространстве (Чу, Циммерман и др.) не хватало адекватного математического формализма. С нашей точки зрения, необходим поиск метатеории, где отдельные части современной физической картины мира были бы связаны воедино. В последние годы и субстанциальные представления о времени получили развитие усилиями различных авторов, отметим, прежде всего, работу А.П.Левича (1996; см. также статью в этой книге).

Полезно рассмотреть свойства времени с точки зрения противопоставления и дополнения понятий феномена времени как некой "изначальной" сущности и конструируемого ноумена времени. Ноуменальность ("ноумен") реляционного времени может трактоваться как противоположность феноменальности субстанциональных концепций времени. Философский термин ноумен, предполагающий "умопостигаемость" ("феномен" означает возможность чувственного познания), восходит через неоплатоников к Платону. В системе Канта это понятие синонимично "вещи в себе". Мы используем этот термин в "нестрогом философском смысле", чтобы обозначить различие в подходах к познанию времени. Без всяких подробностей отметим, что в основе нашего подхода лежит понятие "бытия", которое иерархично и допускает различные уровни реализации: в частности "идеальное" и "материальное". На уровне математического или физического описания оно проявляется в понятиях числа или частицы и т.д. Время и пространство могут быть построены из первичных элементов. Умопостигаемость времени (и пространства) означает и возможность взаимодействия с инструментальным, опытным миром. Само понятие времени развивалось вместе с развитием фундаментальных приборов – часов, что предполагает создание не только умозрительных образов, но и "проекцию" их во внешний мир. Мы не останавливаемся на обзоре современного состояния вопроса о реляционных представлениях, отметим лишь, что, например, Дж.Барбур (Barbour, 1999) высказывает, по-видимому, положения, в чем-то сходные с нашими, но анализ этих взглядов выходит за рамки данной статьи.

Возникновению развитых пространственно-временных представлений предшествовал очень долгий исторический процесс. Можно допустить, что темпоральные и пространственные воззрения вырабатывались из первичных смутных образов (мы их обозначим как "предпространство" и "предвремя"). Такой "априоризм" отличается, например, от кантовских представлений о предзаданности евклидова пространства (отметим, что новейшие психологические исследования не подтверждают подобные взгляды). Сведение сложных понятий пространства и времени к более простым, хотя и менее определенным понятиям движения, отношения объектов, различения предметов и т.д. призвано указать на то, что многих атрибутов времени: упорядоченности, связности, равномерности, однонаправленности и т.д. – нет в предформах, которые и порождают наше понятие времени. Развиваемая далее концепция реляционного пространства-времени апеллирует именно к отношению объектов, что отражает появление подобных представлений из очень простых понятий. В этом – порождающее действие из некоторой цельности, в которой скрыт наш мир, через разделение на части, что задает первичные отношения, из которых строятся время и пространство.

"Предвремя" и "предпространство" возникают на уровне примитивной реляции – отношения самых общих отделенных частей: "субъект"-"объект"-"остальной мир". Но эти простые взаимные отношения несут в себе важные структуры, которые потом определяют размерности времени (одномерность) и пространства (трехмерность). Получение изначальных, еще неотчетливых характеристик, как представляется, существенно, потому что здесь зарождается и понятие движения, которое несет в себе и некоторые характеристики времени. В определении движения важным является установление повторения, разделения изначально непрерывного впечатления от мира. В возникновении понятия движения всегда присутствует некоторая способность к отождествлению и при этом здесь присутствует и различение: некоторое выделяемое органами чувств тело мыслится как самотождественное притом, что оно может существовать на фоне некоторых других тел, которые предполагаются в измененной ситуации. Следовательно, движение также является реляционным понятием. Возникает вопрос, не является ли временная последовательность чем-то заранее привнесенным, как бы заложенным в саму структуру теоретического (умозрительного) прибора, применяемого для получения фотографий, где появляются образы пространственных координат частиц? Реляционные часы апеллируют к тому же опыту получения последовательности моментов времени, который используется в обычных часах, где также нет никакого навязывания извне посторонней "последовательности моментов времени", но эта последовательность выстраивается операционально в результате выполнения ряда инструкций (они всегда воспроизводятся в действиях для получения набора моментов времени в обычных часах). Упорядоченность моментов времени может быть сведена к некоторому алгоритму выполнения операций (в данном случае – нажатия кнопки затвора "идеального фотоаппарата"). Набор инструкций типа "нажать кнопку" может быть записан, например, так: "выполнить операцию, напечатанную слева", "выполнить инструкцию, напечатанную справа". Таким образом, упорядоченность моментов времени является операционально предписанной, она выстраивается нашими действиями. Фактически, процедура упорядочения сводится к некоторым "примитивам" – простейшим элементам отношений, которые могут быть сведены к логическим операциям на уровне принятых в аксиоме порядка теории множеств.

Еще один аспект проблемы времени, который пытается осветить реляционная концепция – вопрос о "настоящем". Основные уравнения физики обратимы по отношению к инверсии времени, но они также всегда содержат (пусть инфинитезимальный) интервал времени. Они передают длительность, но момент времени не входит в них как понятие. Без определения "настоящего" ("теперь") трудно надеяться передать и формализовать на математическом языке "невозвратимость мгновения", "необратимость времени", что, несомненно, ощущается всеми на уровне "житейского опыта". При этом время описывается одним параметром. Мгновению приписывается одна точка на временной оси, притом она никак не индивидуализирована: в физическом формализме, где важны лишь приращения времени, сдвиг начала отсчета по времени не имеет значения. Поэтому введение некоего темпорального комплекса описания представляется необходимым: темпорология нуждается в фундаментальном приборе – "темпорографе", или "темпорометре". Такое несколько странное на первый взгляд название означает, что получение только метрических соотношений, задаваемых часами, недостаточно. Необходимо вводить часы с памятью, определяя состояние системы. Заметим, что так понимаемое "настоящее" отличается от аналогичного понятия в известной концепции Бергсона, где "длительность" противопоставлена застывшему времени физики, поскольку физическое время описывает малые интервалы, которые, по сути, одинаковы, т.е. никакого экзистенциального отличия между ними нет.

В "темпорометре" предполагается возможность получать информацию обо всех объектах мира, для этого используется "идеальный фотоаппарат". Вопрос о самой такой возможности в данном по сути статистическом подходе непринципиален – здесь ситуация аналогична обычной статистической теории. Причем соответствие между термометром и "темпорометром" не только терминологическое. Температура согласно кинетической теории есть статистическая величина (таким образом было преодолено понятие теплорода). Представляется, что время также не является субстанцией (как и флогистон, и теплород, и эфир), а носит отчетливо реляционный характер. Развиваемая нами реляционная концепция радикальна: время как понятие может быть редуцировано и фактически удалено из научного аппарата физики. Но время как обобщенная категория при этом способно обрести новые смыслы. В таком более широком взгляде на время возможно взаимодействие и с субстанциальными концепциями при построении конкретных математических и физических моделей.

3. ВРЕМЯ, ВЫРАЖАЕМОЕ ЧЕРЕЗ ПРОСТРАНСТВЕННОЕ ИЗМЕНЕНИЕ

Мы кратко упомянем основные предположения, положенные в основу реляционной концепции времени, а также важнейшие соотношения модели. Рассматривается система, состоящая из N частиц. Предполагается, что задана система отсчета. Для нее можно ввести декартову систему координат. В каждой точке заданного пространства помещен идеальный фотоаппарат. С помощью него можно делать "фотографии" и определять набор радиусов-векторов всех частиц $\boldsymbol{R} = \{r_1, ..., r_N\}$. Так задается "теперь". С помощью изменения положения частиц в различных фотографиях $\boldsymbol{dR} = \{dr_1, ..., dr_N\}$ вводится представление о движении. На основе такого теоретического прибора "темпорометра" можно ввести величину интервала времени

$$d\tau^2 = \frac{a^2}{N} \sum_{i=1}^{N} (dr_i - \frac{1}{N} \sum_{j=1}^{N} dr_j)^2 . \tag{1}$$

Если интервал времени не равен нулю, то определяются скорости (в рамках релятивистского обобщения собственное время равно нулю на световом луче)

$$u_i = \frac{dr_i}{d\tau}, \;\; i = 1, ..., N .$$

На основе данной модели получаются кинематические и динамические соотношения ньютоновой механики и СТО (об этом подробно говорится в работах В.В.Аристова (1994; 1996; Aristov, 1995)). Приведем в весьма сжатом виде схему вывода этих соотношений. Прежде всего, рассмотрим кинематическую инвариантность при сдвиговых преобразованиях координат (этому соответствуют известные соотношения для дисперсии в теории вероятностей). Инвариантность интервала модельного времени (1) при трансляционных преобразованиях устанавливается так:

$$dr_i' = dr_i - dr_0,\ i = 1,\dots,N.$$

$$d\tau'^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i - dr_0 - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}(dr_j - dr_0))^2 =$$

$$= \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i - dr_0 - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}dr_j + dr_0)^2 = d\tau^2.$$

Для "классического" случая все точки могут быть связаны универсальным световым сигналом (запаздывание отсутствует), и поэтому мы имеем галилеевы преобразования, и время τ является абсолютным.

$$\frac{dr_i'}{d\tau'} = \frac{dr_i}{d\tau} - \frac{dr_0}{d\tau}\ (\text{или } u_i' = u_i - u_0),\ d\tau' = d\tau.$$

В релятивистском случае мы моделируем собственное время, все координаты получаются с помощью фотоаппарата, расположенного в собственной системе отсчета

$$d\tau'^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i' - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}dr_j')^2.$$

Время в "лабораторной" системе отсчета мы можем находить, вычисляя соответствующие координаты частиц по координатам в собственной системе и с учетом сдвига

$$dr_i = dr_i' + dr_0,\ d\tau^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}dr_j)^2\ \ (d\tau = d\tau' = inv).$$

Здесь учтено запаздывание светового сигнала. Подробнее (в терминах работы В.В.Аристова (1996)) $dr_0 = dr_{OA}$, где O обозначает начало отсчета "лабораторной" системы, а A соответствует положению O' начала отсчета собственной системы. Время теперь не является абсолютным, в "лабораторной" системе оно с учетом запаздывания имеет вид:

$$dt^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_j + dr_0)^2 .$$

Видим, что $dt^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_j)^2 + a^2 dr_0^2 = d\tau^2 + a^2 dr_0^2$.

Из этой формулы следует, что скорость в лабораторной системе ограничена:

$$v_0^2 = \frac{dr_0^2}{dt_0^2} = \frac{dr_0^2}{d\tau_0^2 + a^2 dr_0^2} \le \frac{1}{a^2} = c^2$$

и постоянная $1/a$ сопоставляется со скоростью света в вакууме c. Имеем

$$d\tau^2 = dt^2 - dr_0^2 / c^2 = inv .$$

В предположении линейности преобразований отсюда легко получаются преобразования Лоренца.

Динамика строится в данной реляционной модели на основе кинематических соотношений, полученных из исходного уравнения (1). Понятие инертной массы вводится так. Считается, что масса $M > 1$, если M частиц системы имеют одну и ту же скорость и находятся в одной пространственной точке. Тогда

$$\sum_{i=1}^{M} u_i^2 = M u_1 .$$

Основное уравнение (1) легко преобразуется к следующему:

$$\frac{1}{2} m \sum_{i=1}^{M} u_i^2 = \frac{1}{2} m(-\sum_{i=M+1}^{N} u_i^2 + N(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} u_j)^2 + \frac{N}{a^2}), \quad \text{(1a)}$$

где m есть множитель размерности массы (массу частицы можно положить, например, равной массе нуклона). В левой части последнего уравнения фигурирует кинетическая энергия. Правую часть уравнения можно рассматривать как потенциал силы Мира (в согласии с принципом Маха).

Для замкнутой системы скалярное уравнение (для кинетической энергии) в сочетании с групповыми свойствами дает векторное уравнение (для импульса):

$$X_\alpha\left(\frac{d}{d\tau}\sum_{i=1}^{M}u_i^2\right)=0,\quad \alpha=1,2,3,$$

где инфинитезимальные операторы (генераторы) X_α имеют следующий вид (запишем его, например, для $\alpha=1$, т.е. для компоненты скорости u_{0x}):

$$X_1=\sum_{i=1}^{N}\left(\frac{\partial u_{ix}'}{\partial u_{ox}}\right)_0\frac{\partial}{\partial u_{ix}}=-\sum_{i=1}^{N}\frac{\partial}{\partial u_{ix}}.$$

После применения этого оператора мы получаем уравнение для сохранения импульса системы:

$$\frac{d}{d\tau}\sum_{i=1}^{M}mu_i=0.$$

Отсюда легко получить аналоги уравнений Ньютона. Уточним, что уравнения динамики вводятся для инерциальной системы отсчета, определяемой условием:

$$X_\alpha\left(\frac{d}{d\tau}\sum_{i=1}^{M}(E-NU^2)\right)=0,\ \alpha=1,2,3;\ E=\sum_{i=M+1}^{N}u_i^2,\ U=\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}u_i.$$

Релятивистское обобщение для динамических уравнений получаются так. Мы имеем следующее выражение для второго закона Ньютона:

$$\frac{du_0}{d\tau_0}=F.$$

Из релятивистской формулы для интервала (собственное время) получаем

$$u_0=v_0/\sqrt{1-v_0^2/c^2}.$$

Окончательно получаем хорошо известное уравнение движения СТО:

$$\frac{dp_0}{dt_0} = F ,$$

где импульс $p_0 = mv_0$, $dt_0 = d\tau_0 \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}$, а F – релятивистское обобщение ньютоновской силы, равное $F_M \sqrt{1 - v_0^2 / c^2}$ (F_M есть сила Минковского).

4. РЕЛЯЦИОННАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОСТРАНСТВА

Для обобщения реляционной концепции пространства-времени мы строим реляционную конструкцию пространства как конфигурацию частиц ("пространство-материя", "пространство-масса"). Дискретная структура физического пространства прямо сопоставляется (на атомарных масштабах) с дискретной структурой материи. Сравнивая единицы расстояния и массы, мы пытаемся конструировать модель безразмерного описания "масса-пространство-время". Известны современные попытки построения сложных геометрических моделей на планковских масштабах. Можно в этом смысле отметить концепцию пространственно-временной "пены", предложенную Уилером (см., например, работу Хокинга (Hawking, 1978)). На больших масштабах такое пространство-время гладко и близко к плоскому. Поэтому данный геометрический образ не может быть прямо применен на атомарных масштабах (хотя и определяет интересные геометрические модели). На наш взгляд, чтобы строить последовательную иерархию геометрических моделей, надо начинать именно с масштабов порядка атомного, на которых и проявляются квантовые эффекты, чтобы затем на этой основе вводить более сложные геометрические образы меньших масштабов (вплоть до планковского).

Мы стремимся описать квантовый индетерминизм движения как проявление свойств пространства-времени. Традиционные геометрические представления возникают при изучении континуальных образов. В противоположность этому разрабатываемый статистический реляционный подход подразумевает, что непрерывная евклидова геометрия является некоторым пределом более общей дискретной геометрии. Основные положения этой геометрической схемы изложены в работах В.В.Аристова (1999; Aristov, 2003). В такой статистической дискретной геометрии фактически присутствует суммирование (осреднение) с использованием макроскопических инструментов для пространственных измерений. Масштабная линейка рассматривается как некий образец однородного вещества, состоящего из атомов. Эта линейка прикладывается к объекту, длину которого мы измеряем. Процедура означает сопоставление частиц линейки и частиц объекта. Для небольших расстояний число частиц мало, и статистические флуктуации (смысл их надо определить) становятся существенными, что означает проявление дискретности структуры материи. Расстояние измеряется путем соотнесения с частицами масштабной линейки. Отрезок прямой между двумя точками (частицами) определяется как линия кратчайшей длины, т.е. геодезическая на графе, который формализует дискретную среду частиц. Таким образом, определенная прямая может быть не единственной, что задает некоторый вариант неевклидовой геометрии. Привычно используемая линейка является, конечно, некоторой "вырезанной" частью дискретной среды, причем используется возможное приближение, чтобы воспроизвести (путем уменьшения толщины линейки) единственность макроскопической прямой.

Для геометрического построения используется аксиоматический метод, предложенный Гильбертом. В данном случае он тем более оправдан, что многие аксиомы совпадают с аксиомами геометрии Гильберта (некоторые из них являются простыми следствиями аксиом арифметики, что наглядно видно из предлагаемой схемы).

Применяется формализм графов (Аристов, 1999). Частицы, естественно, соотносятся с вершинами графа. Для введения понятия ребра графа делается существенное физическое утверждение о соседстве частиц (с математической точки зрения оно означает введение некоторого топологического принципа). Мы должны определить последовательность частиц рассматриваемой однородной дискретной среды, чтобы можно было говорить об упомянутой операции сопоставления частиц линейки и частиц рассматриваемого при измерении объекта. Для моделирования последовательности частиц (или на языке формализма графов – последовательности вершин) мы должны ввести понятие соседства (смежности) частиц. Пара соседних частиц (вершин) порождает ребро графа. Вследствие симметрии, которую естественно приписать однородной дискретной среде, из которой "приготовляется" масштабная линейка, рассматриваются только простые, связные, счетные, неориентированные графы. Метрические свойства вводятся общепринятым для графов способом, терминология также является с небольшими разночтениями устоявшейся. Мы будем исследовать все простые пути (маршруты) между выбранными вершинами A и B, подсчитывать число вершин между ними и отыскивать минимум (очевидно, что это всегда можно сделать). По определению любой минимальный путь между данными точками представляет собой отрезок AB прямой линии. (Отметим, что комбинаторный анализ на графе используется в современных физических построениях (Малышев, 2001), однако здесь мы не можем уделить места данному интересному вопросу). Расстояние между указанными точками выражается числом вершин, мы обозначаем его через r_{AB}. Очевидно, что нельзя измерить расстояние меньше "одной частицы". Следовательно, есть минимальное расстояние

$$r_e = bm_e \tag{2}$$

порядка элементарной частицы. Здесь m_e – масса частицы, b – множитель, который, как предполагается, является комбинацией из фундаментальных констант. Из (2) следует, что расстояние можно выразить в целых числах или путем умножения этого числа на единицу массы. Отметим, что метрика на графе обычно определяется количеством ребер, а не количеством вершин на пути между A и B. Тем самым добиваются полного соответствия с аксиомами метрики, поскольку, если $A = B$, то $r(A,B) = 0$. В нашем подходе принципиально, что фактически эта аксиома метрики не выполняется, поскольку происходит подсчет числа вершин, а не ребер между точками A и B, поэтому есть минимальное допустимое значение в согласии с (2). Такой физический постулат позволяет описать принципиальное изменение свойств пространства и времени на атомарных масштабах, при увеличении изучаемого расстояния отношение r_e к этому расстоянию стремится к нулю, – так можно реализовать переход к обычной метрике.

Геометрическая схема строится аналогично хорошо известной гильбертовой аксиоматике, где вводятся три рода объектов: точки, прямые, плоскости. В нашей схеме точки определяются как вершины графов. Прямые вводятся не аксиоматически, а строятся на основе понятия отрезка прямой линии, соединяющего две точки (способ продолжения прямой вне этого отрезка указан в работе В.В.Аристова (1999)). Плоскость задается тремя точками, не лежащими на одной прямой. Пусть это точки A, B, C. Возьмем произвольную точку D. Если D лежит на прямых AB, BC или AC, то D лежит на плоскости ABC по определению. Если нет, то мы проводим прямую линию DF, где F есть точка, лежащая на одной из базисных прямых AB, BC или AC. Пусть это прямая AC. Если DF пересекает одну из других базисных прямых AB или BC (на самом деле, в силу неединственности прямые AB или BC представляют собой целые наборы линий), мы считаем, что D лежит на плоскости ABC, в противном случае – нет. Множество точек D с указанными свойствами образует плоскость ABC.

После введения понятий точки, прямой, плоскости (два последних рода объектов строятся конструктивно на основе формализма графов) можно сформулировать всю систему аксиом данной геометрии. Она воспроизводит (за исключением двух аксиом) систему Гильберта (Ефимов, 1961). Рассмотрим кратко все пять групп аксиом. **I. Аксиомы связи** (8 аксиом): все аксиомы справедливы, исключая вторую: "Существует единственная прямая линия, проходящая через две точки". **II. Аксиомы порядка** (5 аксиом): все аксиомы справедливы. **III. Аксиомы конгруэнтности** (8 аксиом): все аксиомы справедливы. **IV. Аксиомы непрерывности** (2 аксиомы): обе аксиомы справедливы. **V. Аксиома параллельных:** утверждение этой аксиомы в формулировке, что существует лишь единственная параллельная прямая, не выполняется, поскольку в данной геометрии любая прямая не единственная (заметим, что в обобщении для ОТО данной реляционной модели также возможно нарушение данной аксиомы). Система аксиом должна удовлетворять, по крайней мере, условиям полноты, минимальности и непротиворечивости. Мы оставляем систему аксиом в данном виде с учетом того, что эта проблема требует последующего изучения. Подчеркнем, что некоторые важные характеристики пространства могут считаться пока не заданными. Например, размерность пространства фактически вводится обычно аксиоматически, когда задаются три рода объектов: точки, прямые, плоскости – и предполагается, что есть точки, не лежащие на одной плоскости. В рассматриваемой модели можно вводить и более сложные объекты, составленные из точек (гиперплоскости или "объемы"), с тем, чтобы получать пространства более высокой размерности, чем три необходимо изучение комбинаторных и статистических закономерностей различных распределений.

Рассмотрим возможный переход к евклидовой (макроскопической) геометрии. В силу неединственности прямой предположим, что число отрезков AB равно N_{AB}. Причем каждый из них имеет длину r_{AB}. Назовем сечением этих отрезков AB на расстоянии $1 \le r \le r_{AB}$ множество вершин, расположенных на одном и том же расстоянии r от A. Ясно, что число отрезков, пересекающих каждое сечение, одно и то же и равно N_{AB}. Рассмотрим все вершины (точки) для фиксированного сечения, расположенного на расстоянии r от A. Пусть N_C есть число отрезков (из указанного числа N_{AB}), пересекающих одну из таких вершин C. Мы можем трактовать величину $p_C = N_C / N_{AB}$ как вероятность того, что отрезок AB пересекает данное сечение в точке C (это можно сопоставить с вероятностью того, что при измерении соответствующая точка измеряемого предмета окажется рядом с точкой C). Рассмотрим вершину E, для которой вероятность p_E максимальна. В данном сечении рассмотрим прямую, пересекающую точку E. Пусть расстояние в этом сечении между точкой E и произвольной точкой C равно x. Мы можем приписать этой координате x вероятность p_C. Можно поэтому определять математическое ожидание и дисперсию этой величины. Дисперсия этого случайного распределения могла бы характеризовать "толщину трубки", образованную всеми отрезками AB. Пусть D есть максимум дисперсий распределений для всех прямых линий, пересекающих точку E.

Единственность отрезка евклидовой геометрии может трактоваться так: отношение указанной толщины к r_{AB} должно стремиться к нулю для макроскопических масштабов. Более точно: переход к евклидовой геометрии полагается выполненным, если $\sqrt{D_{\max}} / r_{AB} \to 0$ $(r_{AB} \to \infty)$, где $D_{\max}$ есть максимум из всех дисперсий D по всем сечениям для всех r. Важно показать, что такие распределения частиц (графы в формальной реализации) существуют. Приведем простейший пример статистического вычисления на графе со следующими свойствами. Для регулярного графа степень инцидентности N_{inc} есть постоянная величина для каждой вершины (степень инцидентности означает число вершин, смежных с каждой из вершин этого симметричного графа – иногда говорят о числе ребер, инцидентных вершине). Рассмотрим граф четной степени, т.е. $N_{inc} = 2q$, где q есть целое число. Число отрезков AB равно мультиномиальному (по аналогии с биномиальным) числу $(\frac{n}{n_1, n_2, ..., n_q}) = \frac{n!}{n_1! n_2! ... n_q!}$, $n_1 + n_2 + ... + n_q = q$. Такая комбинаторная задача рассмотрена, например, в книге С.Бержа (Berge, 1971), где определяется число путей из A в B одинаковой длины, соответствующей длине отрезка AB. При этом для описания графа вводится q-мерная решетка. Для такого регулярного графа легко ввести координатную систему. Рассмотрим вычисления для случая $N_{inc} = 4$. Если координаты точки A есть $(0,0)$ и точки B (m,n), то расстояние между точками (вершинами) A и B равно $r_{AB} = m + n$, а $N_{AB} = \frac{(m+n)!}{m!n!} = C_{m+n}^m$ есть число всевозможных отрезков AB, где C_q^p есть биномиальные коэффициенты. Указанная вероятность $p_{C(i,j)}$ для точки C с координатами

(i, j), где $0 \le i \le m,\ 0 \le j \le n$ определяется так: $p_{C(i,j)} = \dfrac{N_C}{N_{AB}} = \dfrac{N_{AC}N_{CB}}{N_{AB}} =$ $= \dfrac{C^i_{i+j}C^{m-i}_{m+n-i-j}}{C^m_{m+n}}$. В качестве простого иллюстративного примера рассмотрим случай $m = n$ ("ромб"). Тогда указанная вероятность равна $p_{C(i,j)} = \dfrac{C^i_{i+j}C^{n-i}_{2n-i-j}}{C^n_{2n}}$. Рассмотрим вершины с координатами (i, j) для фиксированного сечения, расположенного на расстоянии r от точки A ($i + j = r = const$). Любое сечение пересекает одно и то же число отрезков, а именно C^n_{2n}. Применяя хорошо известные формулы для биномиальных коэффициентов, получаем естественное утверждение, что сумма вероятностей в данном сечении равна единице: $\sum_{i=0}^{r} \dfrac{C^i_r C^{m-i}_{m+n-r}}{C^m_{m+n}} = 1$. Предполагаем, что получим максимум дисперсии через сечение, если рассмотрим случай $r = n$. При этом $p_{C(i,n-i)} = \dfrac{C^i_n C^{n-i}_{2n-n}}{C^n_{2n}} = \dfrac{C^i_n C^{n-i}_n}{C^n_{2n}} = \dfrac{(C^i_n)^2}{C^n_{2n}}$. Введем центрированную переменную $l = i - (1/2)n$ (аналогичную упомянутой выше координате x) и, используя известное приближение, применяемое часто в физических оценках для $1 << l << n$ (см., например, Китель, 1974), получим $C^i_n = 2^n \sqrt{2/(n\pi)} \exp(-2l^2/n)$. По формуле Стирлинга $p_{C(i,n-i)} = p_{C(n/2+l,n/2-l)} \sim 2/\sqrt{(n\pi)} \exp(-4l^2/n)$. Следовательно, $\sqrt{D_{\max}} =$ $= \sqrt{n}/(2\sqrt{2})$, т.е. переход к евклидовой геометрии возможен при увеличении расстояния (по сравнению с минимальной величиной), поскольку $\sqrt{D_{\max}}/r_{AB} \to 0$ $(r_{AB} = 2n \to \infty)$.

Важно отметить, что в традиционном описании есть три независимые физические единицы: времени, длины и массы. В предлагаемой модели устанавливается связь ("операциональная") между указанными независимыми размерностными единицами. Связь с обычным описанием может быть реализована с помощью размерных множителей, которые должны быть выражены через фундаментальные постоянные, чтобы придать уравнениям универсальный смысл. Значит, в качестве уравнений, репрезентирующих происходящее в мире, могут служить некоторые, по сути безразмерные математические соотношения. Но не любые, а лишь такие, где фигурируют величины, которые могут быть связаны с физически измеримыми величинами с помощью фундаментальных приборов – часов и линеек.

Построения реляционного подхода указывают на связь постулатов (законов) физики и аксиом математики. Математические аксиомы (коммутативный закон, ассоциативный закон и т.д.) позволяют получать различные комбинации величин, например, из исходного уравнения (1), содержащего сумму, путем разбиения на части можно получить уравнения для динамически значимых величин (см., например (1а)). По сути, уравнение (1а) является тождеством: пока величинам не придан физический смысл, здесь фиксируются преобразования, обеспеченные математическими аксиомами. Только затем, опираясь на придание некоторым комбинациям величин физического содержания (в данном случае – связывая интервал времени с определенной суммой), этому уравнению приписывается определенный физический смысл. Подчеркнем, что уравнение (1а) рассматривается как исходное для получения динамических выражений, чтобы связать его с обычными физическими величинами, мы используем смысл выражения для времени (1). В нашей работе (Аристов, 1994) указано, что физические часы на малую величину статистической ошибки отличаются в показаниях от записанных через суммы, на чем может быть основана экспериментальная проверка правильности теории.

Математическое "широкое" знание проецируется с определенным "сужением" в физическое описание с помощью заданных фундаментальных приборов – часов и линеек. Причем предполагается получить все известные уравнения, исходя из моделей пространства и времени, чтобы обеспечить выполнение принципа соответствия. Пространство и время есть "последние", самые абстрактные понятия, которые не "расшифровываются" в традиционной физической модели. После установления фундаментальных уравнений для этих понятий абстрактные чисто математические понятия будут указываемым образом соединяться с физическими понятиями. Традиционные физические уравнения имеют определенный вид, поскольку определенный вид имеют соотношения, заложенные в конструкции фундаментальных инструментов – часов и линеек. Допустимо построение других инструментов, с другими математическими закономерностями, "внесенными" в них при их конструировании: тогда и уравнения, описывающие реальность могут быть другими. Например, можно представить, что вместо уравнения (1) используется другое уравнение, где интервал перемещения частицы входит с весом, равным обратной величине расстояния от начала отсчета до этой частицы. Тогда изменятся и уравнения движения. Физический смысл появится, если удастся построить новые часы, которые учитывали бы новый способ осреднения движения. Для изучения возможности построения других фундаментальных приборов и изучения их свойств (в частности, с использованием компьютерного моделирования) допустимо предположить разработку гипотетической дисциплины – физической математики. В результате указанных построений может быть выработана общая теоретическая схема "числа-частицы-пространство-время". Для реализации такой "неопифагорейской" программы требуются достаточно большие усилия.

5. СООТНОШЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ И КВАНТОВЫЕ ЭФФЕКТЫ

Эффекты квантовой физики могут быть соотнесены с тем фактом, что в рассматриваемом реляционном описании точность измерения временных и пространственных интервалов ограничена. Отклонения от классической детерминистической физики начинают ощущаться по мере приближения к атомарному масштабу массы (и, соответственно, расстояния, выражаемого в данной реляционной модели в единицах массы). Соотношения имеют релятивистский вид, поскольку из-за ограничения на скорость ограниченными оказываются и временной, и пространственный интервалы. А именно, учитывая соотношение (2), находим, что пространственное приращение для каждой пространственной координаты x: $\Delta x \geq r_e = bm_e$. Так как время является зависимой величиной, то получим ограничение и для временного интервала. Запишем основное уравнение (1) для приращений $\Delta\tau$, Δr_i (т.е. малых, но конечных величин). Используя ограничения для приращения расстояния, связанные с тем, что нельзя измерить величину меньшую, чем $|\Delta r_i| \geq r_e \quad (i=1,...,N)$, получим $\Delta\tau = a\sqrt{\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(\Delta r_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\Delta r_j)^2} \geq$ $\geq ad_\tau r_e$. Множитель $d_\tau \sim 1$ возникает при естественных предположениях о случайном распределении векторов Δr_i (например, для атомов в реальном мире), которые не равны средней величине приращения $\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}\Delta r_j$. Аналог соотношения неопределенности может быть получен, если мы оценим произведение приращений координат и скорости. Существенно то, что с указанными ограничениями на приращения координат и времени скорость определяется как следующий предел $u_x = \lim_{\Delta\tau\to\tau_e(\Delta x\to r_e)} \frac{\Delta x}{\Delta\tau}$ (при определении скорости в традиционном пределе приращения координат и времени стремятся к нулю). Так как мы рассматриваем предел при условии, что приращения всех координат стремятся к возможному минимальному значению, получаем, что модуль приращений всех частиц $|\Delta r_i|$ стремится к одной и той же величине r_e. Таким образом, приращение Δu_x оказывается порядка u_x, поскольку оценка относительной ошибки скорости дает $\dfrac{\Delta u_x}{u_x} \sim \dfrac{\Delta(\Delta x)}{\Delta x} + \dfrac{\Delta(\Delta \tau)}{\Delta \tau} \sim 1$. Следовательно, $\Delta u_x \sim r_e / \tau_e \sim \ \sim 1/a = c$ (напомним, что c есть среднеквадратичная скорость, что следует из уравнения (1) и релятивистского обобщения). Отметим, что полученные ограничения соответствуют релятивистскому принципу неопределенности (Берестецкий и соавт., 1980). В нашем случае мы имеем дело с частицами, имеющими ограничение в максимально возможной скорости. В результате мы получаем для свободной частицы $\Delta p_x \Delta x = m_e \Delta u_x \Delta x \sim m_e r_e / a = m_e r_e c$. Если мы сопоставим эту величину с постоянной Планка, то получим $m_e r_e c = h$ или $r_e = h/(m_e c)$. Последняя формула может быть соотнесена с комптоновской длиной волны, и, если мы предположим, что m_e есть масса нуклона, тогда r_e (с точностью до нескольких порядков) равна величине диаметра нуклона. Отсюда находим выражение через фундаментальные константы коэффициента, который в формуле (2) связывает размерность длины и массы: $b = h/(m_e^2 c)$.

На микроскопических масштабах понятие траектории теряет свой смысл в силу неединственности прямой линии и поскольку дифференцируемость кривой также перестает быть определимой. Для иллюстрации индетерминизма рассмотрим свободное движение частицы. Теперь вместо стандартного уравнения движения $u_x' = 0$ мы имеем другое уравнение, записанное для конечных разностей

$$\lim_{\Delta\tau \to \tau_e} \frac{u_x(\tau + \Delta\tau) - u_x(\tau)}{\Delta\tau} = u'_{mx} + \frac{1}{2} u''_{mx} \tau_e = 0 .$$

Здесь формально предполагается, что существуют соответствующие производные u'_{mx}, u''_{mx} (для недифференцируемых величин такие производные должны трактоваться как некие средние величины). Мы видим, что в уравнении движения появляются дополнительные члены. В частности, аналог уравнения Гамильтона-Якоби должен содержать дополнительные члены порядка планковской постоянной h. Для строгого получения уравнений Шредингера и Дирака можно использовать современный аппарат, где уравнения квантовой механики получаются из уравнения диффузии с дополнительным членом (Nelson, 1995), где он вводится ad hoc или на основе фрактальной модели (Ord, 1996). В реляционной концепции эти добавочные члены появляются как следствие основных предположений и соотношений. Получение аналогов уравнений квантовой механики (возможно, здесь важно установить соответствие реляционного статистического подхода и метода Фейнмана) выходит за рамки работы.

6. ОБОБЩЕНИЯ ДЛЯ РЕЛЯЦИОННОЙ МОДЕЛИ ПРОСТРАНСТВА

Полученная модель пространства открывает путь не только к пониманию квантовых закономерностей, но и к теории, где могут быть выведены уравнения физических взаимодействий (см. раздел 7). Сейчас укажем на еще одну возможность обобщения, позволяющего вывести соотношения общей теории относительности (ОТО). В рамках предложенной реляционной модели в разделе 3 было получено плоское пространство-время Минковского. Причем данная модель пространства-времени соответствует не пустоте (как в традиционной теории), но фактически некой фоновой осредненной материальной среде, что соотносится с обобщенным принципом Маха.

Получим выражение для интервала, или, фактически, (с точностью до множителя) инвариантного собственного времени на основе введенного реляционного пространства, где расстояние может быть выражено через свойства дискретной среды. Поэтому можно предположить (это оправдано статистичностью модели), что величина приращения перемещения для пробной частицы выражается через осреднение по всем приращениям перемещений частиц системы. Если среда однородная, мы получаем прямолинейное движение. Однородная материальная среда совпадает по своим свойствам с однородной модельной дискретной средой, задающей способ измерения на основе масштабной линейки. Расстояние, проходимое частицей, помещенной в начало координат движущейся системы отсчета, выражается так:

$$dr^2_{(OA)} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} dr_{(OA)i} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_{(O)j} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{(OA)i} - dr_{(O)i}) .$$

Здесь обозначения аналогичны обозначениям в разделе 3. Временной интервал есть инвариант относительно сдвигов на постоянную величину, поэтому имеем

$$d\tau^2_{(OA)} = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{(OA)i} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_{(OA)j})^2 =$$

$$= \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{i(OA)} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_{j(O)})^2 - a^2(\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_{j(OA)} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_{j(O)})^2 .$$

$$d\tau^2_{(OA)} = dt^2_{(OA)} - a^2 dr^2_{(OA)},\ dt^2_{(OA)} = \frac{a^2}{N}\sum_{i=1}^{N}(dr_{(OA)i} - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_{(O)j})^2 .$$

В случае неоднородного распределения вещества (что определяется при сравнении с эталонным распределением вещества однородной среды, из которой изготавливаются масштабные линейки) меняются фактически метрические свойства пространства, а следовательно, и времени в данной реляционной модели. Если имеются массивные тела, то осреднение по всем частицам реальной среды, где имеются неоднородности, будет отличаться от осреднения по частицам однородной пробной среды, которая и задает измерительную процедуру. В этом случае мы будем наблюдать отклонение от прямолинейного движения, что можно на привычном языке трактовать как результат воздействия указанного массивного тела. Интервал времени также изменится:

$$d\tau^2_{(OA)} = dt^2_{(OA)} - a^2 g_{\alpha\beta} dx_c^{\alpha} dx_c^{\beta},\ \alpha,\beta = 1,2,3 .$$

Значит, в присутствии массивных тел можно ожидать отклонения свойств пространства, а следовательно, и пространства-времени от фонового плоского пространства-времени. Это означает, что метрика пространства-времени изменится. Метрические коэффициенты в интервале римановой геометрии можно соотнести с гравитационными свойствами массивного тела.

7. ПОТЕНЦИАЛЫ ВЗАИМОДЕЙСТВИЙ

Уравнения движения являются в реляционной модели следствием основного уравнения (1) связи пространства и времени (интервал времени выражается операционально в единицах пространственных связей). Второе основное уравнение модели получается при операциональном соотнесении измерения расстояния с конфигурацией. Размерность пространства выражается через размерность массы, что определяется уравнением (2). В традиционном описании уравнения движения должны быть дополнены уравнением взаимодействия (соотношение для силы). Но в реляционном подходе уравнения для потенциала будут не постулируемыми положениями, а следствиями уравнений более глубокого уровня, а именно – предложенных соотношений непосредственной связи пространства, времени, материи (массы) и, как указывалось, числа.

Соотношения модели позволяют построить две различные суммы безразмерных величин. Одна соответствует сумме квадратов скоростей, вторая сумма может быть образована из отношений масс и расстояний до каждой из частиц мира от некоего центра отсчета. Можно соотнести эти две безразмерные суммы, предполагая, что есть два случайных распределения, и осредненные величины могут быть равны друг другу из закономерностей теории вероятностей. Подчеркнем, что здесь нет "физического смысла", соответствующего понятию силы. Связь здесь чисто математическая, но в согласии с упомянутым соотношением между математическим и физическим описанием такой подход является последовательным.

Наиболее естественным в рамках предлагаемого подхода представляется введение величины, аналогичной гравитационному потенциалу путем рассмотрения изменения интервала времени в присутствии массивного тела. При этом происходит уменьшение величины интервала времени, что можно сопоставить с известным релятивистским эффектом замедления времени в гравитационном поле. Отсюда находится выражение, сопоставимое с гравитационным потенциалом.

Будем полагать, что имеется массивное тело, состоящее из M частиц. Как указывалось ранее, это означает, что M частиц обладают одинаковыми кинематическими свойствами. Полагается также, что все частицы находятся в одной пространственной точке. Значит, соответствующие (новые) приращения будут одинаковы $dr_{2(n)} = ... = dr_{M+1(n)}$; если отсчет расстояния до указанного тела массы $m = Mm_e$ ведется от тела (частицы) с номером 1, то имеем $r_{12} = ... = r_{1M+1}$. Положим для простоты, чтобы сразу выявить основное математическое соотношение, что $dr_{2(n)} = ... = dr_{M+1(n)} = \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_j$ (если указанные равные между собой величины будут отличаться от данной средней на некоторую постоянную, это не повлияет на значение интервала времени в силу инвариантности собственного времени относительно сдвигов). Тогда в сумме для интервала времени будет на M членов меньше, и новый интервал времени выглядит так:

$$d\tau_{(n)}^2 = \frac{a^2}{N}\sum_{i=M+2}^{N}(dr_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_j)^2 = d\tau^2(1 - \frac{a^2}{N}\frac{1}{d\tau^2}\sum_{i=2}^{M+1}(dr_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} dr_j)^2).$$

Выражение через скорости дает $d\tau_{(n)}^2 = d\tau^2(1 - \frac{a^2}{N}\sum_{i=2}^{M+1}(u_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} u_j)^2)$. Соотнеся это выражение с уменьшенным интервалом времени, имеем

$$\varphi = -\frac{1}{4}\frac{a^2}{N}\sum_{i=2}^{M+1}(u_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N} u_j)^2, \tag{3}$$

где данная величина естественно соотносится с гравитационным потенциалом в формуле для релятивистского замедления времени (причем, если все частицы соединяются в одну массу, интервал времени стремится к нулю): $d\tau_{(n)} = d\tau\ (1 + \frac{2\varphi}{c^2})$. Попытаемся, как было упомянуто, сопоставить безразмерной сумме (3) другую безразмерную сумму "по тем же частицам", но из отношений масс и расстояний

$$\varphi_{гр.M} = -G\sum_{i=2}^{M+1}\frac{m_e}{r_{1i}}, \tag{4}$$

где G – гравитационная постоянная, r_{1i} – расстояние между 1-ой и i-ой частицей. Чтобы соотнести две суммы (3) и (4), рассмотрим их в "глобальном" варианте, поскольку гравитационное взаимодействие присутствует на всех расстояниях. При этом мы хотим получить основные соотношения между фундаментальными постоянными, которые называют "космологическими совпадениями", где связывается, фактически, микро- и макромир. Значит, мы должны рассмотреть наши соотношения на всех масштабах, начиная с минимального расстояния, связываемого с одной частицей, вплоть до радиуса мира в модели замкнутой вселенной (N конечно). Здесь будет реализовываться принцип Маха и в обобщенном, и в узком смысле, поскольку пространство-время обусловлено существованием материи и поскольку все взаимодействия связаны с наличием "далеких звезд". Глобальный "гравитационный" потенциал имеет вид $\varphi_{гр.N} = -G\sum_{i=2}^{N}\frac{m_e}{r_{1i}}$. Можно заметить, что основной вклад в этот потенциал вносят далекие объекты (отдаленные звезды), поскольку в сферической системе координат достаточно просто определить, что тонкий слой для сферы радиуса порядка[i] R дает основной вклад. Будем поэтому полагать, что все расстояния в последней сумме – порядка "радиуса мира": $r_{1i} \sim R$. "Космологические совпадения" означают, что отношение "макро-космической" величины радиуса мира к "микро-космическому" радиусу атома по порядку величины равно корню квадратному из числа частиц мира, а также отношению электромагнитной и гравитационных постоянных. Причем на первом уровне исследования важно получить все величины согласованными с точностью до нескольких порядков, поскольку характерные величины отношений чрезвычайно велики, порядка 10^{40} (в частности, постоянная тонкой структуры будет получена равной величине порядка единицы, в дальнейшем надо уточнить соотношения). Положим, что $R = Ar_e$, где A – пока неизвестная константа. Учитывая связь между расстоянием и массой $r_{1i} = Abm_{1i}$, получим выражение для ожидаемого гравитационного потенциала $\varphi_{гр.N} = -G\sum_{i=2}^{N}\frac{m_e}{Abm_{1i}} = -\frac{G}{Ab}\sum_{i=2}^{N}\frac{m_e}{m_{1i}}$. Причем можно рассматривать отношение $\frac{m_e}{m_{1i}} = f_i$ как некоторую случайную величину. Сумму этих величин можно сопоставлять со среднеквадратичным средним (с суммой некоторых других N безразмерных случайных величин), а именно с суммой $\frac{1}{c^2}\sum_{i=2}^{N}(u_i - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}u_j)^2$. Заметим, что каждый случайный член в первой и во второй сумме по порядку величины равен единице. Сопоставим средние от этих сумм безразмерных случайных величин. Согласно предельным теоремам эти величины отличаются на величину малую по сравнению с каждой из сумм

$$\frac{1}{N}\sum_{i=2}^{N}\frac{(u - \frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}u_j)^2}{c^2} = \frac{1}{N}\sum_{i=2}^{N}\frac{m_e}{m_{1i}} + O(\frac{1}{\sqrt{N}}). \qquad (5)$$

Теперь подставим в уравнение для кинетической энергии 1-ой частицы вместо суммы по квадратам скоростей всех других частиц выражение для суммы из (5), которое сопоставляется с гравитационным потенциалом. Причем, так как это равенство получено с точностью до некоторой статистической ошибки, то фактически гравитационная и инерционная массы не будут в точности равны друг другу. Правда, относительная ошибка чрезвычайно мала и при общем числе частиц (нуклонов) в мире 10^{80} (так называемое число Эддингтона) составляет величину порядка 10^{-40}. С учетом этих соотношений получим выражение для N через мировые фундаментальные постоянные. Из (3)–(5) имеем (с точностью до несущественного числового множителя)

$$\frac{1}{N}\sum_{i=2}^{N}\frac{(u-\frac{1}{N}\sum_{j=1}^{N}u_j)^2}{c^2}=\frac{G}{Abc^2}\sum_{i=2}^{N}\frac{m_e}{m_{1i}}.$$

Значит, $\frac{G}{Abc^2}=\frac{1}{N}$, т.е. с учетом выражения для b получаем

$$A=\frac{GNm_e^2}{hc}. \tag{6}$$

Получим теперь, основываясь на выражении для аналога гравитационного потенциала для всех частиц мира, аналог электростатического потенциала. Будем полагать, что каждая частица состоит из двух частиц различной динамической природы: "электрона" и "протона". Будем связывать с каждой из них потенциалы противоположных знаков. В статическом равновесии частица должна уравновешиваться воздействием ("притяжением") ближайшей и всех остальных частиц. Соответственно, запишем равенство таких сил (и потенциалов):

$$-\frac{e}{r_e}=e\sum_{i=2}^{N}\left(\frac{1}{r_{1i(e)}}-\frac{1}{r_{1i(p)}}\right). \tag{7}$$

Учитывая, что суммы случайных величин противоположных знаков взаимно сокращаются, в соответствии с соотношениями теории вероятностей получаем с точностью до нескольких порядков

$$\sum_{i=2}^{N}\left(\frac{1}{r_{1i(e)}}-\frac{1}{r_{1i(p)}}\right)\sim\frac{1}{\sqrt{N}}\frac{e}{Ab}\sum_{i=2}^{N}\frac{1}{m_{1i}}. \tag{8}$$

Используя соотношения $r=bm_e$, $m_{1i}\sim m_e$, а также (7) и (8), получаем

$$A\frac{e}{bm_e} \sim \frac{e}{\sqrt{N}bm_e}N .$$

Отсюда находим одно из соотношений "космологических совпадений"

$$A = \sqrt{N} . \qquad (9)$$

Для числа частиц 10^{80} соотношение между радиусом мира и размером атома $R \sim 10^{40} r_e$. С учетом (6) из (9) получаем

$$\frac{G\sqrt{N}m_e^2}{hc} = 1. \qquad (10)$$

Для получения еще одного соотношения "космологического совпадения" сопоставим силу, соответствующую потенциалу притягивающей силы со стороны "электрона", с притягивающей силой со стороны всех остальных частиц мира. В (8) эта сила соотносилась с силой притяжения как результат суммирования всех электростатических потенциалов частиц. Сделаем предположение, что она равна суммарной силе всех частиц (именно малость гравитационной силы по сравнению с электромагнитной объясняется взаимопогашением электромагнитных сил частиц разных знаков), получаем

$$-\frac{e^2}{\sqrt{N}_e}\sum_{i=2}^{N}\frac{1}{r_{1i}} = -m_e G\sum_{i=2}^{N}\frac{m_e}{r_{1i}} ,$$

Отсюда $e^2 = \sqrt{N}Gm_e^2$ или $\frac{e^2}{Gm_e^2} = \sqrt{N} \sim 10^{40}$. Это еще одно известное соотношение "космологического совпадения" (современное состояние вопроса о таких соответствиях описано в работе М.Кафатоса с соавторами (Kafatos et al, 2000)). Отсюда с учетом (10) выводим с точностью до нескольких порядков соотношение, соответствующее постоянной тонкой структуры (получение точного значения выражения для постоянной тонкой структуры и других числовых "констант" физического мира – дело последующих построений; среди многочисленных попыток, связанных с получением этих числовых закономерностей, отметим работы Эль Насчи (El Naschie, 2002)):

$$\frac{e^2}{hc} = \frac{\sqrt{N} G m_e^2}{G\sqrt{N} m_e^2} = 1.$$

В дальнейшем предполагается также получать другие физические соотношения, где величина корня квадратного из числа частиц играет роль некоего масштабного множителя, определяющего переход на другой уровень масштабов величин, например, для планковской длины L соотношение ее с атомарными размерами имеет порядок

$$\frac{r_e}{L} = \frac{h/(m_e^2 c)}{\sqrt{hG/c^3}} = \frac{e}{m_{e\sqrt{G}}} = \sqrt[4]{N} \sim 10^{20},$$

что соответствует реальным физическим величинам.

8. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе намечены направления обобщения реляционной статистической концепции, основное внимание было уделено построению реляционной модели пространства и определению связи теории пространства-времени с понятиями материи и числа. Указана возможность получения описания взаимодействия (что интерпретируется в традиционных терминах силы, поля и т.д.). Вне рамок статьи (в силу ограниченного объема) остались построения выражения необратимого времени в данной статистической модели. Обозначен путь к получению квантового описания: данная более широкая модель (по сравнению с обычной) содержит, на наш взгляд, такую возможность. Лишь упомянута перспективная возможность построения иных по сравнению с традиционными инструментов для описания пространственно-временных отношений: теоретических, модельных (на основе обращения к компьютерному моделированию) и/или "материальных" приборов. В основном изложение апеллировало к установлению и реализации принципа соответствия (что, с нашей точки зрения, является необходимым) по отношению к традиционной физической парадигме. Однако надо отметить гипотетические эффекты, которые отличают разрабатываемую модель от традиционной (отличия лежат за пределами современных экспериментальных возможностей): различия в массах элементарных частиц одного типа, нарушение принципа эквивалентности, изменения в уравнениях движения при приближении скоростей частиц к скорости света (предполагается, что относительное отличие должно быть порядка 10^{-40}).

ЛИТЕРАТУРА

АВГУСТИН АВРЕЛИЙ. Исповедь Блаженного Августина, епископа Гиппонского. М.: RENAISSANCE. 1991. 492с.

АРИСТОВ В.В. Статистическая модель часов в физической теории // Доклады РАН 1994. Т.39. С.45–48.

АРИСТОВ В.В. Реляционная статистическая модель часов и описание физических свойств времени // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. М.: Изд. МГУ. 1996. С.48–81.

АРИСТОВ В.В. Статистическая механика и модель для описания пространства-времени // Сообщения по прикладной математике. М.: Вычислительный центр РАН. 1999. 22с.

БЕРЕСТЕЦКИЙ В.Б., ЛИФШИЦ Е.М., ПИТАЕВСКИЙ Л.П. Квантовая электродинамика. М.: Наука. 1980. 704с.

ЕФИМОВ Н.В. Высшая геометрия. М.: Гос. Изд.физ.-мат.лит. 1961. 580с.

КИТТЕЛЬ Ч. Статистическая термодинамика. М.: Наука. 1974. 336с.

ЛЕВИЧ А.П. Время как изменчивость естественных систем: способы количественного описания изменений и порождение изменений субстанциальными потоками // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. М.: Изд. МГУ. 1996. С.235–288.

МАЛЫШЕВ В.А. Гиббсовские и квантовые дискретные пространства // УМН. 2001. Т.56. Вып.5(341). С.117–172.

МОЛЧАНОВ Ю.Б. Четыре концепции времени в философии и физике. М.: Наука. 1977. 192с.

МОЛЧАНОВ Ю.Б. Проблема времени в современной науке. М.: Наука. 1990. 178с.

УИТРОУ ДЖ. Естественная философия времени. М.: Прогресс. 1964. 432с.

ЧАНЫШЕВ А.Н. Курс лекций по древней и средневековой философии. М.: Высшая школа. 1991. 512с.

ARISTOV V.V. Relative statistical model of clocks and physical properties of time // A.P.Levich (ed.). On the way to understanding the time phenomenon: the constructions of time in nature science. Singapore: World Scientific. 1995. P.26–45.

ARISTOV V.V. On the relational statistical space-time concept // R.Buccheri et al. eds. The Nature of Time: Geometry, Physics and Perception. Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 2003. P.221–229.

BARBOUR J. The end of time – the next revolution in physics. Oxford: Oxford University Press. 1999. 327p.

BERGE C. Principles of combinatorics. N.Y. and L.: Academic Press. 1971. 268p.

EL NASCHIE M.S. The exact mass of the electron via the transfinite way // Chaos, Solitons and Fractals. 2002. V.14. P.523–524.

HAWKING S.W. Spacetime foam // Nuclear Physics. 1978. B144. P.349–362.

KAFATOS M., ROY S., and AMOROSO R. Scaling in cosmology and the arrow of time // R.Buccheri et al. (eds.) Studies on the Structure of Time: From Physics to Psycho(patho)logy. N.Y.: Kluwer Academic /Plenum Publishers. 2000. P.191–200.

NELSON E. Quantum Fluctuations. Princeton. NJ: Princeton University Press. 1995. 264p.

ORD G.N. Fractal spacetime and the statistical mechanics of random walks // Chaos, Solitons and Fractals. 1996. V.7. P.821–843.