Глава 3

АТОМ ПРОТИВ ОБЩЕЙ ТЕОРИИ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ

3.1 Дефект массы в гравитационном поле

С точки зрения общей теории относительности пространство-время искривляется вблизи больших масс. А что это означает *физически*? Например, вблизи большой массы изменяются свойства стандартных линеек и часов. Но ведь линейки и часы состоят из атомов. Значит, свойства атома также изменяются в гравитационном поле.

Давайте рассмотрим какой-нибудь атом, который падает в гравитационном поле (смотри рисунок 3.1).

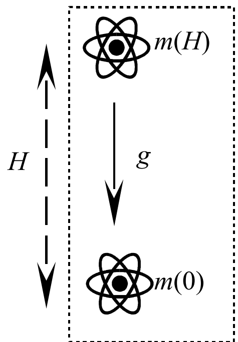

Рисунок 3.1. Атом падает с высоты H в поле тяжести g. При этом его кинетическая энергия возрастает. Если мы заберём у атома кинетическую энергию E, то вместе с ней мы заберём у атома массу равную: E/c^2. В результате масса атома уменьшится:

$m(0) = m(H) -$

Атом, падая, совершает работу. Например, нагревает окружающую среду, в которой он падает, в результате чего масса окружающей среды повышается. Так как суммарная масса атома и окружающей среды должна оставаться постоянной, то, следовательно, масса атома уменьшается.

Мысль о том, что масса какого-либо тела должна уменьшится в гравитационном поле, была высказана Эйнштейном ещё в 1912 году (смотри рисунок 3.2) [5]:

> Согласно теории относительности, инертная масса замкнутой физической системы зависит от содержания энергии в ней, так что прирост энергии системы на величину *E* увеличивает инертную массу на E/c^2, где *c* – скорость света в пустоте. Если *M* – инертная масса оболочки *K* в отсутствии *P*, а *m* – инертная масса точки *P* в отсутствие *K*, или, другими словами, *M* + *m* означает инертную массу системы, состоящей из *P* и *K*, при условии, что точка *P* с массой *m* бесконечно удалена от *K*, то отсюда следует, что в случае, когда *m* находится в центре оболочки *K*, инертная масса системы, состоящая из *K* и *m*, принимает значение:
>
> $$M + m - G\frac{Mm}{Rc^2} \qquad (3.1)$$
>
> причём *G* – гравитационная постоянная, *R* – радиус оболочки *K*. В самом деле, *GMm/R* (по крайней мере, в первом приближении) есть энергия, которую необходимо затратить, чтобы перевести точку *P* из центра оболочки *K* в бесконечность.

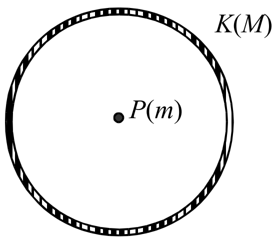

Рисунок 3.2

Итак, масса покоя какого-либо тела зависит от того, в каком месте гравитационного поля это тело находится. А так как тело состоит из атомов, то, соответственно, и масса атома зависит от его положения в гравитационном поле.

Предположим, что *N* атомов (*N* – очень большое число) находятся на большом расстоянии друг от друга, существуя в виде очень разреженного облака (смотри рисунок 3.3). Затем под действием взаимного гравитационного притяжения это облако постепенно сжимается. При этом скорости атомов и их кинетическая энергия возрастают, а температура облака повышается. Полная масса облака остаётся при этом постоянной. Но часть его массы переходит из массы покоя атомов в массу, связанную с кинетической энергией атомов. В результате масса покоя атомов уменьшается.

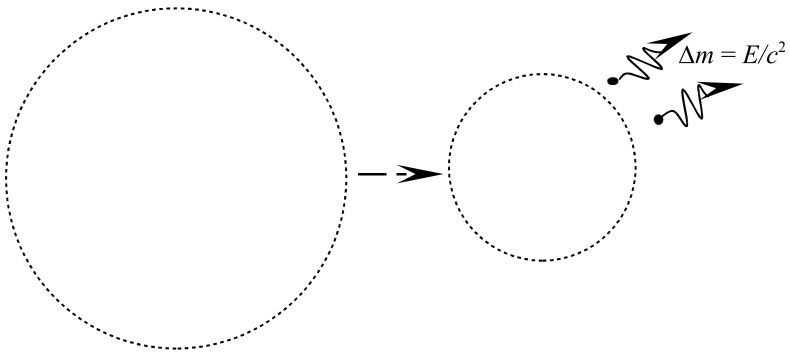

Рисунок 3.3

Затем нагретое облако остывает, излучая в окружающее пространство тепло. В результате его энергия уменьшается на величину E, и, значит, масса уменьшается на величину E/c^2. Соответственно, уменьшается и масса каждого атома. То есть дефект массы вызван исключительно тем, что часть массы излучается вместе с теплом.

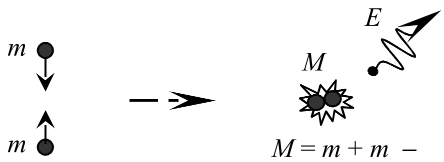

Рисунок 3.4. Масса свободного протона (или нейтрона) больше, чем его масса в составе атомного ядра. Это явление вызвано тем, что когда протоны и нейтроны сливаются вместе под действием ядерных сил, образуя атомное ядро, часть их массы Δm выделяется вместе с выделившейся энергией: $E = \Delta mc^2$.

Уменьшение массы атома вблизи большой массы, то есть вблизи большого скопления других атомов, имеет тот же самый физический смысл, что и уменьшение массы протона, находящегося в атомном ядре (смотри рисунок 3.4). И в том и в другом случае этот дефект массы равен энергии связи, делённой на квадрат скорости света.

Уменьшение массы атома (массы покоя) вблизи массивного тела в рамках общей теории относительности подробно рассмотрено в книге Я. Зельдовича и И. Новикова "Теория тяготения и эволюция звёзд", глава 10, §6 "Дефект массы" [52,с.321-323].

3.2 Что происходит с атомом в гравитационном поле?

Давайте рассмотрим наиболее простой атом – атом водорода (смотри рисунок 3.5), который состоит из одного протона и вращающегося вокруг него электрона. В общем случае движение электрона в атоме описывается волновым уравнением Шрёдингера. Но для описания движения электрона в атоме водорода можно воспользоваться более простой теорией – теорией Бора, которая в данном случае также даёт правильный ответ.

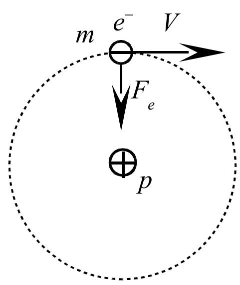

Рисунок 3.5

Напомним постулаты теории Бора.

1) Электрон вращается вокруг протона в атоме водорода по круговой орбите под действием кулоновской силы F_e и в соответствии с законами Ньютона:

$$F_e = \frac{e^2}{R^2} = ma = \frac{mV^2}{R} \tag{3.2}$$

Здесь m – масса электрона, V – скорость с которой он движется по орбите, a – центростремительное ускорение, а R – радиус орбиты.

2) Электрон может двигаться только по такой орбите, на которой момент импульса электрона L равен целому числу, умноженному на постоянную Планка:

$$L = m\,V\,r = n\,\hbar, \qquad n = 1, 2, 3, 4 \ldots \tag{3.3}$$

3) Двигаясь по такой орбите, электрон *не излучает*.

4) При переходе электрона с орбиты с порядковым номером k на орбиту с номером ℓ ($k > \ell$) излучается фотон с частотой ω:

$$\omega = \frac{E_k - E_\ell}{\hbar} \tag{3.4}$$

Здесь E_k – энергия электрона на орбите k, а E_ℓ – его энергия на орбите ℓ.

Давайте теперь, исходя из боровской модели атома, посмотрим, *что* произойдёт с атомом водорода, если его масса немного уменьшится. Например, уменьшится масса электрона. Кулоновская сила притяжения электрона к протону не зависит ни от массы электрона, ни от массы протона, и поэтому эта сила не изменится. Но так как масса электрона уменьшится, то в атоме нарушится равновесие сил, выраженное в уравнении (3.2). А именно будет:

$$\frac{e^2}{R^2} > \frac{m^* V^2}{R} \quad \text{или} \quad \frac{e^2}{m^* R^2} > \frac{V^2}{R} = a$$

Здесь m^* – новая масса электрона: $m^* < m$.

Из-за нарушения баланса сил электрон получит дополнительное ускорение в направлении ядра и перейдёт на более низкую орбиту R^*. Скорость электрона при этом возрастёт и станет равной V^*. И в результате равновесие сил восстановится:

$$\frac{e^2}{R^{*2}} = \frac{m^* V^{*2}}{R^*} \qquad \text{или:}$$

$$e^2 = R^* m^* V^{*2} = RmV^2 = \text{const} \tag{3.5}$$

Теперь мы можем подвести некоторые итоги. Атом, падая в гравитационном поле, совершает работу. Например, он нагревает окружающую среду, тем самым увеличивая её массу. В результате масса атома уменьшается. То есть уменьшается масса электронов, протонов и нейтронов, из которых состоит атом. Уменьшение массы электрона приводит к тому, что нарушается баланс сил между электроном и ядром. Электрон получает дополнительное центростремительное ускорение и переходит на более низкую орбиту. При этом скорость его увеличивается, и баланс сил восстанавливается.

Таким образом, мы пришли к выводу, что в гравитационном поле (вблизи большой массы) масса атома уменьшается, и поэтому его размер также уменьшается. При этом как-то изменяется и энергия перехода между основными состояниями атома и, соответственно, частота излучения атома. Но ведь это означает, что масштаб длины и времени (стандартные линейки и часы) также изменяется в гравитационном поле!

Далее в этой главе, основываясь на строении атома, мы рассчитаем изменение масштаба вблизи большой массы и, таким образом, сформулируем основы “атомной” теории гравитации. А затем сравним полученные уравнения с уравнениями общей теории относительности и с результатами гравитационных экспериментов.

3.3 Основы атомной теории гравитации

В предыдущих параграфах мы пришли к выводу, что масса атома уменьшается в гравитационном поле (это следует из предположения о сохранении полной массы замкнутой системы), и, следовательно, изменяются его размеры и частота излучения. И если, исходя из этого, мы рассчитаем, *как* изменятся в гравитационном поле размер атома и его частота излучения, то мы узнаем, *как* в гравитационном поле изменится пространственно-временной масштаб (длина стандартной линейки, состоящей из определённого числа атомов, и длительность стандартной секунды, производимой определёнными атомными часами).

Кроме того, любой атом можно рассматривать как естественный эталон для создания системы единиц измерения физических величин, так как все единицы измерения физических величин могут быть выражены через свойства атома.

Например, 1 килограмм можно выразить через массу протона или электрона, 1 секунду можно выразить через количество периодов излучения определённой спектральной линии, 1 метр можно выразить через длину волны определённой спектральной линии. Силу в 1 ньютон можно выразить через среднее значение силы притяжения между электроном и ядром, энергию в 1 Джоуль – через энергию перехода между двумя состояниями атома, или через энергию фотона, испускаемого при таком переходе. Единицы измерения для ускорения (м/с^2), скорости (м/с) и импульса (кг·м/с) также можно выразить через среднее значение ускорения, скорости и импульса электрона. Таким образом, рассчитав, какие изменения произойдут с атомом в гравитационном поле, мы узнаем, как изменится в гравитационном поле *любая* система единиц (эталонов) измерения физических величин.

И в том числе мы узнаем, как изменится в гравитационном поле пространственно-временной масштаб, то есть длина стандартной линейки и скорость хода стандартных атомных часов.

Таким образом, если мы узнаем, *что* произойдёт с атомом в гравитационном поле, то раскроем “механизм” искривления пространства-времени. И сейчас мы сформулируем три достаточно очевидных постулата (предположения), которые помогут нам решить эту задачу.

Первый постулат. Полный заряд замкнутой системы остаётся постоянным, и поэтому заряды электронов и протонов в гравитационном поле *не изменяются*.

Второй постулат. Полная масса замкнутой системы остаётся постоянной, и поэтому массы покоя электронов, протонов и нейтронов в гравитационном поле (вблизи большой массы) *уменьшаются* (часть массы покоя переходит в массу, связанную с кинетической энергией).

Третий постулат. Любая физическая величина изменится в гравитационном поле пропорционально своей размерности. Например, скорость света имеет размерность $[c]$ = м/с, поэтому величина скорости света изменится пропорционально изменению метра и обратно пропорционально изменению секунды. Постоянная Планка имеет размерность $[\hbar]$ = кг·м^2·с$^{-1}$. Она также изменится пропорционально своей размерности.

Третий постулат достаточно очевиден, но чтобы лучше понять его физический смысл, давайте для примера рассмотрим, *почему* в гравитационном поле должна измениться постоянная Планка. Величина постоянной Планка равна моменту импульса электрона в основном состоянии атома водорода (3.3). Поэтому если масса электрона, его скорость и размер атома как-то изменятся, то, в соответствие с этими изменениями, изменится момент импульса электрона, а, значит, и величина постоянной Планка.

Необходимо подчеркнуть, что все эти три постулата (сохранение заряда в гравитационном поле, уменьшение массы атома в гравитационном поле, пропорциональное изменение физических величин в гравитационном поле) выполняются также и в общей теории относительности. Но, кроме того, в общей теории относительности используются также и некоторые другие постулаты (предположения). Например, принцип эквивалентности, из которого вытекает третий постулат, но который не сводится к третьему постулату, так как является более сильным утверждением.

Мы же при построении атомной теории гравитации будем пользоваться (кроме трёх перечисленных постулатов) только уравнениями квантовой механики, которые связывают между собой различные характеристики атома. Что же касается других предположений, используемых в общей теории относительности (вроде принципа эквивалентности), то ими мы не будем пользоваться.

Так как заряд в гравитационном поле не изменяется, то для того чтобы узнать, *что* произойдёт с атомом в гравитационном поле, нам достаточно определить, как изменятся в гравитационном поле килограмм, метр и секунда. И в результате мы узнаем, как изменится в гравитационном поле любая физическая величина. В том числе мы узнаем, как изменится в гравитационном поле выражение для квадрата интервала, и в результате сможем рассчитать, как будет двигаться в гравитационном поле то или иное тело.

Основная идея "атомного подхода" к гравитации состоит в следующем. Килограмм, метр и секунда *не могут измениться в гравитационном поле произвольным образом. Изменение этих величин связано между собой*.

Например, потенциальная энергия U кулоновского притяжения электрона к протону в атоме водорода (она отрицательна) пропорциональна квадрату заряда электрона и обратно пропорциональна расстоянию R между электроном и протоном:

$$U \sim \frac{e^2}{R} \tag{3.6}$$

Удобнее всего в этом случае пользоваться системой СГС, в которой коэффициент пропорциональности равен единице. Так как $e = \text{const}$, то $U{\cdot}R = \text{const}$. $[U] = \text{г}{\cdot}\text{см}^2{\cdot}\text{с}^{-2}$, $[R] = \text{см}$. И, следовательно:

$$\text{г}{\cdot}\text{см}^3{\cdot}\text{с}^{-2} = \text{const} \tag{3.7}$$

Уравнение (3.7) связывает между собой изменение грамма, сантиметра и секунды, но очевидно, что изменение килограмма, метра и секунды будет происходить в той же самой пропорции:

$$\text{кг}{\cdot}\text{м}^3{\cdot}\text{с}^{-2} = \text{const} \tag{3.7*}$$

Таким образом, физическая величина, имеющая размерность (3.7), остаётся в гравитационном поле постоянной. Например, произведение скорости света c на постоянную Планка $\hbar$ имеет точно такую же размерность:

$$[c\hbar] = \text{г}{\cdot}\text{см}^3{\cdot}\text{с}^{-2}$$

И, следовательно, это произведение в гравитационном поле остаётся неизменным:

$$c\hbar = \text{const} \tag{3.8}$$

А так как заряд электрона в гравитационном поле не изменяется, то, следовательно, постоянная тонкой структуры α также остаётся неизменной в гравитационном поле:

$$\alpha = \frac{e^2}{c\hbar} = \text{const} \approx \frac{1}{137} \tag{3.9}$$

Итак, основываясь на “атомном подходе” к гравитации, мы пришли к выводу, что постоянная тонкой структуры α не изменяется в гравитационном поле, то есть её величина не зависит от величины гравитационного потенциала. И это действительно так. Например, в очень далёком прошлом, когда материя во Вселенной находилась в более плотном состоянии, и, следовательно, гравитационный потенциал Вселенной был значительно больше по модулю, величина постоянной тонкой структуры не отличалась от современного значения. Это, например, следует из анализа данных по тонкой структуре расщепления спектральных линий квазаров и радиогалактик [47,т.3,с.303].

И, наоборот, если, исходя из существующих экспериментальных данных, предположить, что постоянная тонкой структуры не изменяется в гравитационном поле, то можно сделать вывод, что и произведение скорости света на постоянную Планка также остаётся неизменным в гравитационном поле (3.8).

3.4 Как изменится метр в гравитационном поле?

В этом параграфе мы рассчитаем, как изменится длина стандартного метра (эталона длины), а значит, и размер атома в слабом гравитационном поле. Как будет видно в дальнейшем, для этого нам не понадобятся никакие дополнительные предположения. Мы рассчитаем изменение длины одного метра в гравитационном поле, основываясь *только* на законе Всемирного тяготения Ньютона.

Итак, предположим, что одна физическая лаборатория находится на достаточно большом удалении от большой массы M и неподвижна относительно неё (смотри рисунок 3.6). Пусть в этой лаборатории находятся стандартные часы (эталон времени), которые “выдают” секунду, продолжительность которой равна T_0. Эти часы показывают мировое время. Кроме того, в лаборатории находится “стандартный метр” длиной L_0.

Предположим, что точно такая же лаборатория находится на расстоянии r от центра массы M. Эта лаборатория также неподвижна относительно массы M (например, она имеет реактивный двигатель, работа которого компенсирует гравитационное притяжение массы M). Как изменится скорость хода стандартных часов и длина стандартного метра, находящихся в этой лаборатории?

Пусть T – продолжительность одной секунды, выдаваемой стандартными часами, находящимися на расстоянии r от массы M; L – длина стандартного метра, находящегося на расстоянии r от массы M. Какая величина больше: L или L_0? Продолжительность какой секунды больше: T или T_0?

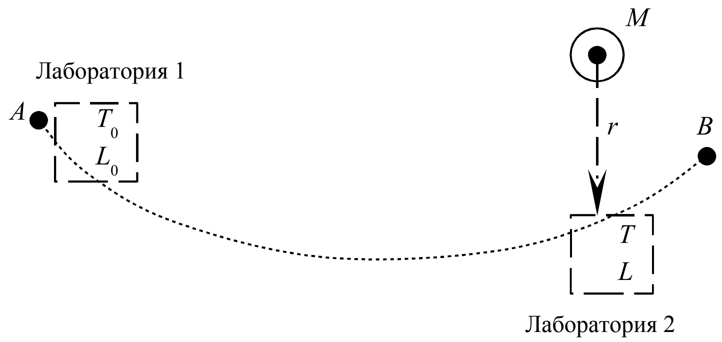

Рисунок 3.6. Первая лаборатория находится достаточно далеко от массы M. Продолжительность одной секунды, создаваемой стандартными часами, находящимися в этой лаборатории, равна T_0, а длина стандартного метра – L_0. Вторая лаборатория находится на расстоянии r от центра массы M. Продолжительность одной секунды, создаваемой стандартными часами, находящимися в этой лаборатории, равна T, а длина стандартного метра равна L.

Пусть некоторая частица свободно движется в гравитационном поле из точки A в точку B. Предположим, что лаборатории устроены таким образом, что не мешают частице проходить через них. Так как первая лаборатория находится далеко от массы M, то влиянием гравитационного поля на неё можно пренебречь, и частица движется внутри этой лаборатории практически по прямой линии. По мере того как частица приближается к массе M, её траектория искривляется всё сильнее и сильнее. Однако мы всегда можем выбрать очень малый участок траектории, на котором скорость частицы практически не меняется, и частица движется почти по прямой линии. Движение частицы по прямой линии в пространстве-времени можно представить в следующем виде:

$$\delta\int ds = \delta\int\sqrt{c^2dt^2 - d\ell^2} = 0 \qquad (3.10)$$

Можно сказать, что частица всё время движется по прямой линии в пространстве-времени, но из-за того, что масштаб времени и длины изменяется в гравитационном поле, траектория движения частицы искривляется.

Предположим, что размеры второй лаборатории достаточно малы, и изменением пространственно-временного масштаба внутри неё можно пренебречь. В этом случае наблюдатель, находящийся в ней, обнаружит, что частица движется мимо него практически по прямой линии, то есть также в соответствие с уравнением (3.10). Но при этом интервал времени dt, длина $d\ell$ и величина скорости света c измеряются уже при помощи стандартных часов и стандартного метра, находящихся внутри этой лаборатории. Кроме того, величина скорости света внутри второй лаборатории, измеренная по часам T и при помощи метра L, равна величине скорости света в первой лаборатории, измеренной по часам T_0 и при помощи метра L_0.

Но с точки зрения наблюдателя, который находится в первой лаборатории, движение частицы внутри второй лаборатории уже не будет описываться уравнением (3.10). Потому что в первой лаборатории другой масштаб времени и длины. А значит, и другая величина скорости света.

Предположим, что длина стандартного метра L во второй лаборатории в k_L раз меньше, чем длина стандартного метра, находящегося в первой лаборатории:

$$L = \frac{L_0}{k_L} \qquad (3.11)$$

Здесь k_L – некоторая функция, которая из соображений симметрии зависит только от r, то есть от расстояния до центра массы M. Именно эту функцию мы и постараемся сейчас найти.

Предположим также, что продолжительность одной секунды во второй лаборатории в k_T раз меньше, чем в первой:

$$T = \frac{T_0}{k_T} \qquad (3.12)$$

Вообще говоря, заранее мы не знаем, *как* изменится длительность одной секунды вблизи большой массы. Поэтому коэффициент k_T может оказаться как больше единицы, так и меньше единицы. Мы также заранее не знаем, *как* изменится длина одного метра (а значит, и размер атома) вблизи большой массы, то есть величина коэффициента k_L также может оказаться как больше, так и меньше единицы.

Так как скорость света имеет размерность: $[c] = \text{м/с}$, то, следовательно, величина скорости света изменится пропорционально величине метра и обратно пропорционально продолжительности секунды:

$$c = c_0 \frac{k_T}{k_L} \tag{3.13}$$

Здесь c_0 – скорость света в первой лаборатории, c – скорость света во второй лаборатории с точки зрения наблюдателя, находящегося в первой лаборатории.

Итак, на малом участке траектории частица движется по прямой линии в соответствии с уравнением (3.10). Но так как масштаб времени и длины изменяется в зависимости от расстояния до массы M, то и траектория движения частицы, соответственно, искривляется. Для того чтобы рассчитать уравнение траектории, давайте, выразим величины c, $dt, d\ell$ через единицы времени и длины наблюдателя, который находится в первой лаборатории, то есть достаточно далеко от массы M.

Напомним, что расстояние ℓ между двумя точками имеет следующий физический смысл: это величина, равная числу стандартных эталонов длины L, которые можно расположить между этими точками. А так как все стандарты длины вблизи массы M уменьшаются в k_L раз (величина k_L зависит от расстояния r до массы M), то, соответственно, все расстояния вблизи массы M увеличиваются в k_L раз (с точки зрения удалённого наблюдателя):

$$d\ell = k_L d\ell_0 \tag{3.14}$$

Учитывая также (3.12) и (3.13), уравнение (3.10) с точки зрения удалённого от массы M наблюдателя будет иметь следующий вид:

$$\delta \int ds = \delta \int \sqrt{(c_0 \frac{k_T}{k_L})^2 (\frac{dt_0}{k_T})^2 - (k_L d\ell_0)^2} = 0 \qquad \Rightarrow$$

$$\delta \int ds = \delta \int \sqrt{(\frac{c_0 dt_0}{k_L})^2 - (k_L d\ell_0)^2} = 0 \tag{3.15}$$

И, значит, выражение для квадрата интервала будет иметь следующий вид:

$$ds^2 = (\frac{c_0 dt_0}{k_L})^2 - (k_L d\ell_0)^2 \tag{3.16}$$

Таким образом, выражение для квадрата интервала и, следовательно, уравнение движения тела в гравитационном поле определяется только коэффициентом k_L, но нисколько не зависит от коэффициента k_T. Это происходит потому, что в выражение для квадрата интервала входит произведение скорости света на время и в результате время “сокращается”.

Геометрический смысл уравнения (3.16) очень простой. Величина c_0dt_0 пропорциональна длине стандартного метра на большом удалении от массы M. И вблизи массы M стандартный метр уменьшается в k_L раз. Величина $d\ell_0$ пропорциональна расстоянию между двумя фиксированными точками, измеренному в стандартных метрах L_0. Вблизи массы M стандартный метр уменьшается в k_L раз, и поэтому расстояние между фиксированными точками, измеренное таким метром, увеличивается в k_L раз (смотри рисунок 1.6).

Сейчас мы найдём коэффициент k_L для слабого гравитационного поля $GM/rc^2 \ll 1$. В этом случае коэффициент k_L мало отличается от единицы и его можно представить в виде:

$$k_L^2 = 1 + \varepsilon \tag{3.17}$$

где величина ε есть некоторая функция, зависящая от расстояния до массы M, и $|\varepsilon| \ll 1$.

Напомним, что если $|\varepsilon| \ll 1$, то с точностью до членов порядка ε^2 справедливо следующее выражение:

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon \tag{3.18}$$

С учётом этого преобразуем уравнение (3.15) для случая медленно движущейся частицы: $V \ll c$. И учитывая, что $d\ell_0 = Vdt_0$, получаем:

$$\delta\int\sqrt{\frac{c_0^2dt_0^2}{1+\varepsilon} - (1+\varepsilon)d\ell_0^2} = \delta\int c_0\sqrt{\frac{1}{1+\varepsilon} - (1+\varepsilon)\frac{V^2}{c_0^2}}\ dt_0 =$$

$$= \delta\int c_0\sqrt{1 - \varepsilon - \frac{V^2}{c_0^2} - \varepsilon\frac{V^2}{c_0^2}}\ dt_0 = 0$$

Пренебрегая членом второго порядка малости $\varepsilon V^2/c_0^2$, а также учитывая (3.18), в результате получаем:

$$\delta\int(c_0 - \frac{c_0\,\varepsilon}{2} - \frac{V^2}{2c_0})\,dt_0 = 0$$

Так как вариация постоянной величины равна нулю, то, опуская первое слагаемое c_0 и затем умножая всё выражение на $-c_0$, получаем:

$$\delta\int(\frac{c_0^2\,\varepsilon}{2} + \frac{V^2}{2})\,dt_0 = 0 \tag{3.19}$$

Напомним, что закон Всемирного тяготения может быть представлен в вариационном виде:

$$\delta\int(K-U)dt=\delta\int\left(\frac{mV^2}{2}+G\frac{Mm}{r}\right)dt=0 \qquad (3.20)$$

Здесь $K=\dfrac{mV^2}{2}$ – кинетическая энергия частицы массой m, а $U=-G\dfrac{Mm}{r}$ – её потенциальная энергия в гравитационном поле массы M.

И если уравнение (3.20) поделить на массу частицы m, то в результате получим:

$$\delta\int\left(\frac{V^2}{2}+G\frac{M}{r}\right)dt=0 \qquad (3.21)$$

Сравнив между собой уравнения (3.19) и (3.21), получаем: $\dfrac{c_0^2\,\varepsilon}{2}=G\dfrac{M}{r}$. И, следовательно:

$$\varepsilon=2\frac{GM}{rc_0^2} \qquad (3.22)$$

$$k_L=\sqrt{1+2\frac{GM}{rc_0^2}}=1+\frac{GM}{rc_0^2} \qquad (3.23)$$

В результате получаем:

$$L(r)=\frac{L_0}{k_L}=\frac{L_0}{1+\dfrac{GM}{rc_0^2}}=L_0\left(1-\frac{GM}{rc_0^2}\right) \qquad (3.24)$$

Здесь L_0 – длина стандартного эталона длины, находящегося на большом удалении от массы M, $L(r)$ – длина этого же эталона, когда он находится на расстоянии r от массы M.

Итак, исходя из закона Всемирного тяготения, представленного в вариационном виде (3.20), мы пришли к выводу, что в слабом гравитационном поле массы M стандартный метр уменьшается в соответствии с уравнением (3.24).

3.5 Как изменится постоянная Планка в гравитационном поле?

В предыдущем параграфе мы рассчитали, как в слабом гравитационном поле изменяется длина стандартного метра, исходя из закона Всемирного тяготения, представленного в виде вариационного уравнения (3.20), а также предполагая, что тела в гравитационном поле движутся по геодезическим (3.10). В этом параграфе мы рассчитаем, как в гравитационном поле изменится размер атома (а, значит, и длина стандартного метра), непосредственно исходя их того, что масса атома (а, значит, и масса электрона) уменьшаются в гравитационном поле (3.1).

Как уже отмечалось в параграфе 3.2, уменьшение массы электрона нарушит баланс кулоновских сил между электроном и ядром, и в результате электрон перейдёт на более низкую орбиту.

Давайте внимательно разберём этот процесс на примере атома водорода, который находится в основном состоянии (смотри рисунок 3.5). Если масса электрона уменьшится, то в той же самой пропорции, соответственно, уменьшаться импульс электрона $p = m_e V$ и момент импульса электрона $L = m_e VR$. А электрон получит дополнительное центростремительное ускорение (это следует из уравнения (3.2)) и перейдёт на более низкую орбиту. При переходе на более низкую орбиту скорость и импульс электрона возрастут, но момент импульса не изменится. Потому что момент импульса частицы сохраняется при её движении в центрально симметричном поле [28,§9].

Таким образом, момент импульса электрона, во-первых, уменьшится пропорционально уменьшению массы электрона, а, во-вторых, при последующем переходе электрона на более низкую орбиту, не изменится. В результате момент импульса электрона L уменьшится пропорционально уменьшению массы электрона m_e:

$$L \sim m_e \tag{3.25}$$

Момент импульса электрона равен постоянной Планка, умноженной на целое число (3.3), а если атом находится в основном состоянии, то момент импульса электрона равен постоянной Планка. Поэтому постоянная Планка уменьшится в гравитационном поле точно так же, как и момент импульса электрона, то есть пропорционально уменьшению массы электрона:

$$\hbar \sim m_e \tag{3.26}$$

Используя уравнение (3.1), нетрудно рассчитать, как изменится масса электрона (вообще говоря, масса покоя любого тела или частицы) вблизи большой массы M (при условии $\frac{GM}{rc^2} \ll 1$):

$$m_e(r) = m_e - \frac{GMm_e}{rc^2} \tag{3.27}$$

Здесь m_e – масса покоя электрона на большом удалении от массы M, $m_e(r)$ – масса покоя электрона на расстоянии r от центра масс M. $\frac{GMm_e}{rc^2}$ – дефект массы – энергия связи, делённая на квадрат скорости света.

Учитывая (3.26), получаем уравнение для изменения постоянной Планка в слабом гравитационном поле, создаваемом массой M:

$$\hbar(r) = \hbar(1 - \frac{GM}{rc^2}) \tag{3.28}$$

Здесь $\hbar$ – величина постоянной Планка на большом удалении от массы M, $\hbar(r)$ – величина постоянной Планка на расстоянии r от центра массы M.

Размер атома определяется радиусами электронных орбит. А радиус a_0 ближайшей к ядру электронной орбиты в атоме водорода (так называемый радиус Бора – расстояние от ядра, на котором с наибольшей вероятностью можно обнаружить электрон в невозбуждённом атоме водорода) равен [41,т.1,с.225]:

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2} \tag{3.29}$$

Здесь e, m_e – заряд и масса электрона в системе единиц СГС. Здесь и далее при расчёте атомных характеристик мы будем пользоваться системой СГС.

Зная, как в гравитационном поле изменится масса электрона (3.27) и величина постоянной Планка (3.28), можно рассчитать, как изменится в гравитационном поле радиус Бора:

$$a(r) = \frac{\hbar^2(r)}{m_e(r) \cdot e^2} = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}(1 - \frac{GM}{rc^2}) \Rightarrow$$

$$a(r) = a_0(1 - \frac{GM}{rc^2}) \tag{3.30}$$

Здесь $a(r)$ – радиус Бора на большом удалении от массы M, a_0 – радиус Бора на расстоянии r от массы M.

Размер метра, сантиметра или любого другого эталона длины L изменится пропорционально радиусу Бора:

$$L(r) = L_0(1 - \frac{GM}{rc^2}) \tag{3.31}$$

Здесь L_0 – размер эталона длины на большом удалении от массы M, $L(r)$ – размер этого же эталона длины, когда он находится на расстоянии r от массы M. Полученное уравнение совпадает с уравнением (3.24).

Таким образом, основываясь на совершенно разных подходах к вычислению изменения стандартного эталона длины в гравитационном поле (в предыдущем параграфе мы использовали закон тяготения Ньютона, а в этом – уравнение для радиуса Бора), мы получили один и тот же результат. И это является хорошим подтверждением правильности выбранного пути.

3.6 Как изменится секунда в гравитационном поле?

В первом параграфе этой главы мы пришли к выводу, что масса атома в гравитационном поле должна уменьшиться в соответствии с уравнением (3.1). Исходя из этого мы сделали вывод, что размер атома также должен уменьшиться в гравитационном поле. И в предыдущих параграфах мы рассчитали, исходя из закона тяготения Ньютона (или исходя из уравнения для боровского радиуса), как изменится метр, а значит, и размер атома в гравитационном поле. Например, из уравнений (3.1) и (3.24) следует, что в слабом гравитационном поле масса покоя атома m и его размер R изменяются следующим образом:

$$m(r) = m_0 - G\frac{Mm_0}{rc^2} = m_0(1 - \frac{GM}{rc^2}) \tag{3.32}$$

$$R(r) = R_0(1 - \frac{GM}{rc^2}) \tag{3.33}$$

Здесь m_0, R_0 – масса покоя атома и его размер на достаточно большом удалении от массы M.

Необходимо подчеркнуть, что эти уравнения являются приближениями, справедливыми только в слабом гравитационном поле, когда изменением скорости света можно пренебречь.

Зная, как изменится в гравитационном поле масса атома и его размер, мы можем рассчитать, как изменится частота излучения атома и, следовательно, длительность секунды.

Например, уровни энергии E_n атома водорода определяются формулой Бора [30,§68]:

$$E_n = -\frac{m_e\, e^4}{2\hbar^2\,(1+\dfrac{m_e}{m_P})}\cdot\frac{1}{n^2} \qquad (3.34)$$

Здесь n – порядковый номер уровня, m_e – масса электрона, а m_P – масса протона. При переходе электрона с уровня E_n на уровень E_k ($n > k$) излучается фотон с энергией:

$$\varepsilon = \hbar\omega = E_n - E_k \quad \text{и частотой:} \qquad \omega = (E_n - E_k)/\hbar$$

Учитывая, что заряд в гравитационном поле не изменяется, и то, что массы протона и электрона изменяются в одинаковой пропорции, получаем:

$$\omega \sim \frac{m_e}{\hbar^3} \qquad (3.35)$$

Длительность одной секунды T, создаваемой атомными часами, обратно пропорциональна частоте излучения атома:

$$T \sim \frac{1}{\omega} \sim \frac{\hbar^3}{m_e} \qquad (3.36)$$

С другой стороны, боровский радиус a_0 атома водорода равен (3.29):

$$a_0 = \frac{\hbar^2}{m_e e^2}$$

Следовательно, размер любого атома, а значит, и стандартного метра L (который определяется через атомный размер) пропорционален:

$$L \sim \frac{\hbar^2}{m_e} \quad \Rightarrow \qquad (3.37)$$

$$\sqrt{L^3} \sim \frac{\hbar^3}{\sqrt{m_e^3}} \qquad (3.38)$$

Из уравнений (3.36) и (3.38), сокращая постоянную Планка, получаем:

$$T \sim \sqrt{m_e L^3} \qquad (3.39)$$

Таким образом, продолжительность одной секунды, создаваемой атомными часами, изменится пропорционально корню квадратному из массы электрона, умноженной на объём атома.

Мы могли также получить эту формулу непосредственно по размерности из уравнения (3.7). Или исходя из постоянства тонкой структуры (3.9).

В слабом гравитационном поле, создаваемой массой M, один килограмм (также как и масса электрона, протона, атома …) изменяется в соответствии с уравнением (3.32), а один метр в соответствии с уравнением (3.33). Поэтому из уравнения (3.39) следует, что продолжительность одной секунды T изменяется в слабом гравитационном поле следующим образом:

$$T \sim \sqrt{\text{кг}\cdot\text{м}^3} \sim \sqrt{\frac{1-\frac{GM}{rc^2}}{(1+\frac{GM}{rc^2})^3}} = \sqrt{(1-\frac{GM}{rc^2})(1-3\frac{GM}{rc^2})} =$$

$$= \sqrt{1-4\frac{GM}{rc^2}} = 1-2\frac{GM}{rc^2} \qquad \Rightarrow$$

$$T = T_0(1-2\frac{GM}{rc^2}) \tag{3.40}$$

Здесь T_0 – продолжительность одной секунды, создаваемой стандартными атомными часами, на большом удалении от массы M; T – продолжительность одной секунды, создаваемой стандартными атомными часами, на расстоянии r от массы M. То есть, чем “глубже” находятся в гравитационном поле атомные часы, тем короче длительность одной секунды, создаваемой ими.

Напомним, что уравнение (3.40) приближённое и применимо только в слабом гравитационном поле: $\frac{GM}{rc^2} \ll 1$. Его можно представить также в следующем виде:

$$T_A = T_B(1-2\frac{\varphi_B-\varphi_A}{c^2}) \tag{3.41}$$

Здесь φ_A, φ_B –гравитационные потенциалы в точках A и B, а T_A, T_B – продолжительность секунд, создаваемых атомными часами, находящимися в точках A и B.

Итак, мы пришли к выводу, что вблизи массы M продолжительность одной секунды сокращается и, следовательно, местное время (стандартные атомные часы) идёт быстрее.

3.7 О скорости времени в гравитационном поле

Когда я пришёл к выводу, что время вблизи большой массы ускоряется (возрастает скорость хода стандартных атомных часов), то подумал, что допустил ошибку в своих рассуждениях или, возможно, неправильно интерпретировал полученный результат. Потому что, во-первых, с точки зрения общей теории относительности время вблизи большой массы замедляется. А общая теория относительности – это экспериментально проверенная теория, которая существует уже около ста лет. Причём, за это время не было зарегистрировано ни одного отклонения от её предсказаний.

Во-вторых, и это самое главное, замедление скорости хода стандартных атомных часов вблизи большой массы (вблизи Земли) – это многократно проверенный экспериментальный факт. Эксперименты по измерению скорости времени проводились, начиная уже с 70-х годов двадцатого века. Это и широко известные эксперименты с атомными часами на самолётах [82,83]. И эксперимент, в котором стандартные атомные часы были подняты на ракете на высоту 10 000 километров, и при этом скорость их хода сравнивалась со скоростью хода точно таких же часов, находящихся на земле [84]. Было и множество других экспериментов (смотри, например [39]).

И, наконец, в-третьих, хорошо отлажена и уже давно работает Глобальная позиционная система (Global Positioning System), имеющая в своём распоряжении множество спутников с высокоточными атомными часами на борту [73]. Благодаря работе этой системы между собой сравниваются показания высокоточных атомных часов, различных метрологических служб, находящихся по всему земному шару. И в результате создаётся очень точное мировое время для всей Земли – Всемирное координированное время (Universal Time Coordinated). Погрешность, с которой работает эта система, составляет менее одной микросекунды в год. И если бы существовали какие-то более-менее существенные отклонения от общей теории относительности, то такие отклонения были бы, несомненно, обнаружены. И уж тем более было бы обнаружено, если бы скорость хода атомных часов не возрастала, а убывала с увеличением высоты над земной поверхностью.

Поэтому, учитывая всё вышесказанное, я несколько раз внимательно анализировал свои рассуждения, пытаясь найти ошибку в них. Но чем тщательнее я пытался найти ошибку, тем больше убеждался, что никакой ошибки нет. Действительно, для того чтобы прийти к выводу, что время ускоряется вблизи большой массы, совсем не нужно производить каких-то длинных математических вычислений.

Для этого достаточно на качественном уровне рассмотреть, *как* изменятся свойства атома вблизи большой массы.

Например, заряд электрона в гравитационном поле не изменяется, а его масса уменьшается в той же самой пропорции, что и масса атома или вообще масса покоя какого-либо тела (3.1). А уменьшение массы электрона приведёт к тому, что электрон перейдёт на более низкую орбиту и размер атома уменьшится. И, действительно, с точки зрения общей теории относительности один метр, а значит, и размер атома уменьшаются в гравитационном поле (смотри рисунок 1.6). Кроме того, с точки зрения общей теории относительности масса атома (и масса любой элементарной частицы) также уменьшается в гравитационном поле (смотри, например, Я. Зельдович и И. Новиков "Теория тяготения и эволюция звёзд" [52,с.321]).

Но если электрон в атоме водорода (атом водорода мы рассматриваем потому, что это самый простой атом) имеет меньшую массу, да и к тому же находится ближе к ядру, то ясно, что он должен вращаться вокруг ядра быстрее. То есть, период обращения электрона вокруг ядра уменьшится.

Кроме того, зная, как изменится размер атома водорода и масса электрона, мы можем, исходя из уравнений квантовой механики для радиуса Бора (3.29) и уровней энергии атома водорода (3.34), рассчитать, как изменится частота излучения атома водорода. Частота излучения атома возрастёт, а период излучения, соответственно, уменьшится (3.39). И, следовательно, водородные атомные часы будут идти вблизи большой массы быстрее, чем вдали от неё.

Другой пример. С точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы величина килограмма уменьшается, размер метрового эталона уменьшается, а длительность секунды увеличивается. Поэтому величины всех размерных констант также должны измениться вблизи большой массы. Например, скорость света имеет размерность: $[c]$ = м/с, и поэтому с точки зрения общей теории относительности её величина уменьшается вблизи большой массы. Постоянная Планка имеет размерность: $[\hbar]$ = кг·м^2/с. Следовательно, величина постоянной Планка также должна уменьшаться вблизи большой массы. И причём, судя по размерности, очень сильно! С точки зрения квантовой механики частоты излучения атомов обратно пропорциональны величине постоянной Планка в третьей степени (3.35). Поэтому частоты излучения атомов должны возрастать вблизи большой массы.

Таким образом, основываясь только на уравнениях квантовой механики и на свойствах атома, можно прийти к выводу, что частота излучения атома должна возрастать вблизи большой массы, и, следовательно, атомные часы должны идти быстрее вблизи большой массы, а не медленнее, вопреки общей теории относительности.

И когда я осознал это со всей ясностью, то, с одной стороны, очень удивился, почему в рамках общей теории относительности никто никогда не рассматривал, что произойдёт с атомом в гравитационном поле. И никто не пытался ответить на такие очень простые и в то же время важные вопросы типа: *Что* произойдёт в гравитационном поле с энергетическими уровнями в атоме? *Как* изменится в гравитационном поле величина постоянной Планка?

А с другой стороны, мне стало интересно, *как именно* проводились эксперименты по измерению скорости времени в гравитационном поле. И какие дополнительные предположения использовались в таких экспериментах? Потому что любые эксперименты – это в той или иной степени почти всегда косвенные эксперименты, в которых измеряется влияние сразу нескольких различных физических факторов.

И первым делом я открыл пятый том Физической Энциклопедии, изданный в 1998 году, в котором есть большая статья “Тяготение”, посвящённая в основном общей теории относительности. В этой статье очень подробно обсуждаются все известные релятивистские гравитационные эффекты: смещение перигелия Меркурия; отклонение луча света, проходящего вблизи Солнца; задержка радиосигнала в гравитационном поле и гравитационное смещение спектральных линий. Но об экспериментах с часами не сказано ни слова. Это тем более показалось мне странным, что релятивистских гравитационных эффектов очень мало. И если какой-то гравитационный эффект, предсказанный общей теорией относительностью, был бы обнаружен, то в Физической энциклопедии о нём обязательно бы написали. И уж тем более об эксперименте, подтверждающем замедление времени вблизи большой массы. Ведь предположение о замедлении времени в гравитационном поле лежит в самом фундаменте общей теории относительности!

После чтения Физической энциклопедии я стал искать описание экспериментов с часами в различных научных книгах и журналах. Как оказалось, почти все такие эксперименты были экспериментами не по измерению скорости хода часов, а по измерению гравитационного смещения спектральных линий. Более того, почти во всех учебниках и монографиях по общей теории относительности ставится знак равенства между замедлением времени вблизи большой массы и эффектом красного гравитационного смещения.

Но ведь это, конечно же, не так! Одно дело скорость хода часов и совсем другое дело – относительное изменение частоты (энергии) фотона. Что же касается экспериментов по определению *именно скорости хода часов*, то таких экспериментов не было! К этому вопросу мы ещё вернёмся в следующих главах.

Теперь несколько слов по поводу отлаженной работы Глобальной позиционной системы по созданию Всемирного координированного времени, то есть мирового времени для всей Земли. Общая теория относительность здесь ни при чём. Потому что, как было показано в параграфе 2.2, создание мирового времени с высокой степенью точности – это чисто техническая процедура, для осуществления которой нужны лишь высокоточные часы, а знание каких-либо гравитационных теорий необязательно.

После всего этого мне стало интересно, а какие доводы используются в общей теории относительности для обоснования замедления времени вблизи большой массы? Для ответа на этот вопрос мне пришлось ознакомиться с историей создания общей теории относительности, в том числе и с ранними работами Эйнштейна.

Как оказалось, при построении общей теории относительности Эйнштейн допустил ряд ошибок, сделав при этом несколько необоснованных предположений и выводов, в том числе вывод о замедлении времени вблизи большой массы. А уже позднее эти ошибки (и основанные на них выводы) практически без изменений “перекочевали” во все учебники и монографии по общей теории относительности. Более того, эти ошибки очень просты. Их мы внимательно рассмотрим в 5-й главе.

А в следующей главе в деталях разберём эффект гравитационного смещения спектральных линий, который только на первый взгляд кажется очень простым.