

Квантовая Теория Гравитации

Исходя из принципа Маха, во 2-й главе мы пришли к выводу, что вблизи большой массы уменьшается неопределённость в движении частицы. А из этого, в свою очередь, следует, что вблизи большой массы траектория движения частицы будет искривлена. Поэтому в рамках новой теории гравитационное взаимодействие можно рассматривать как исключительно квантовый эффект. Такой подход к гравитации и будет последовательно изложен в этой главе.

§ 7.1 Главный недостаток общей теории относительности с точки зрения квантовой механики

С точки зрения общей теории относительности предполагается, что в гравитационном поле изменяется пространственно-временной масштаб (соответственно, изменяется и выражение для квадрата интервала). Например, вблизи большой массы замедляется течение времени, а также изменяются размеры тел.

Рассмотрим конкретный пример. В современной физике промежуток времени длительностью в одну секунду определяется следующим образом. «Атомная секунда равна 9 192 631 770 периодам излучения, соответствующего энергетическому переходу между двумя уровнями сверхтонкой структуры основного состояния атома цезия $^{133}_{55}\text{Cs}$ » [18, т.4; с.484]. Таким образом, эталон времени определяется через период излучения определённой спектральной линии атома цезия. А с точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы скорость течения времени замедляется. Скажем, если на достаточно большом удалении от большой массы пройдёт 1 секунда, то вблизи большой массы пройдут только доли секунды. Следовательно, вблизи массы увеличится период излучения спектральной линии атома цезия, то есть понизится частота излучения данной спектральной линии. Соответственно, в той же самой пропорции понизятся и частоты излучения других атомов.

В то же время в общей теории относительности предполагается, что фундаментальные физические постоянные (c , \hbar , m , e ...) вблизи большой массы не изменяются. И здесь возникает следующее противоречие с квантовой механикой. С точки зрения квантовой механики частота излучения атома полностью определяется величинами c , \hbar , e , m_e , m_p , m_n (здесь m_e , m_p , m_n – соответственно массы покоя электрона, протона и нейтрона). А если все эти величины остаются в гравитационном поле теми же самыми, то, следовательно, частоты излучения атомов также должны оставаться теми же самыми. Почему же тогда время вблизи большой массы замедляется?

Таким образом, главный недостаток общей теории относительности с точки зрения квантовой механики состоит в следующем. В рамках общей теории относительности время рассматривается как самостоятельная физическая величина, полностью независимая от протекания конкретных физических процессов. Хотя, с другой стороны, современный эталон времени определяется через период излучения определённой спектральной линии.

Аналогичным недостатком общей теории относительности является также то, что в ней и расстояние рассматривается как самостоятельная физическая величина, полностью независимая от реальных физических объектов. Хотя, например, в качестве эталона длины в современной физике принята величина в один метр, которая, начиная с 1983 года, определяется следующим образом. “В 1983 17-я Генеральная конференция по мерам и весам приняла определение метра как расстояния, проходимого в вакууме плоской электромагнитной волной за $1/299\,792\,458$ долю секунды” [18, т.3; с.124]. Таким образом, эталон длины определяется через эталон времени и величину скорости света. До 1983 года метр определялся через длину волны определённой спектральной линии атома криптона. А до 1960 года – как расстояние между двумя штрихами на платиноиридиевом бруске, то есть эталон метра был связан с размерами атома.

Указанный выше недостаток общей теории относительности был вполне ясен уже Эйнштейну. Вот что он писал об этом в своей автобиографии: “Сделаем теперь критическое замечание о теории в том виде, как она охарактеризована выше. Можно заметить, что теория вводит (помимо четырёхмерного пространства) два рода физических предметов, а именно: 1) масштабы и часы, 2) всё остальное, например электромагнитное поле, материальную точку и т. д. Это в известном смысле нелогично; собственно говоря, теорию масштабов и часов следовало бы выводить из решений основных уравнений (учитывая, что эти предметы имеют атомную структуру и движутся), а не считать её независимой от них. Обычный образ действия имеет, однако, своё оправдание, поскольку с самого начала ясна недостаточность принятых постулатов для обоснования теории масштабов и часов. Эти постулаты не настолько сильны, чтобы из них можно было вывести достаточно полные уравнения для физических процессов. Если вообще не отказываться от физического толкования координат (что само по себе было бы возможно), то лучше уж допустить такую непоследовательность, но с обязательством избавиться от неё на дальнейшей стадии развития теории. Однако этот грех нельзя узаконивать до такой степени, чтобы разрешать, например, пользоваться представлением о расстоянии, как о физической сущности особого рода, существенно отличной от других физических величин (сводить физику к геометрии и т. п.)” [16; с.54,55]. То есть Эйнштейн прямо говорил, что нельзя сводить физику к геометрии, то есть нельзя рассматривать “масштабы и часы” отдельно от физических процессов. Он также выражал надежду на то, что в дальнейшем теорию “масштабов и часов” можно будет вывести, учитывая то, что они имеют атомную структуру.

Общая теория относительности создавалась Эйнштейном в 1906-1916 годах, то есть раньше, чем была создана квантовая механика. Во

время создания общей теории относительности атомная структура вещества ещё находилась только на стадии изучения. Поэтому с исторической точки зрения вполне оправдано то, что в общей теории относительности “масштабы и часы” первоначально рассматривались отдельно (независимо) от реальных физических объектов. Однако в настоящее время, когда атомная структура вещества хорошо изучена, очевидно, что нельзя ни время, ни расстояние рассматривать как самостоятельные физические сущности в отрыве от протекания конкретных физических процессов.

Именно такой подход к гравитационному взаимодействию и будет предложен в этой главе. *Вблизи большой массы изменяются скорость света, постоянная Планка, а также массы покоя элементарных частиц. И именно это, в свою очередь, приводит к изменению пространственно-временного масштаба.*

В лекциях по гравитации Фейнман также высказывал мысль о том, что, возможно, естественный пространственно-временной масштаб, то есть масштаб, выраженный в величинах c , \hbar , m (здесь m – масса покоя электрона или какой-либо другой частицы), определяется распределением всех масс во Вселенной, и, следовательно, немного изменяется вблизи большой массы. Исходя из уравнений общей теории относительности, Фейнман пытался угадать, *как должен* зависеть пространственно-временной масштаб от распределения всех масс во Вселенной, чтобы в результате прийти к уравнениям общей теории относительности. Но его попытка не удалась. Тем не менее, его рассказ об этом достаточно интересен [10;п.5.4].

§ 7.2 Что означает “квантовая теория гравитации”?

В современной физике нет точного определения того, что означает “квантовая теория гравитации”. Иногда под квантовой теорией гравитацией подразумевают квантование гравитационных волн в общей теории относительности, иногда – теорию квантовых полей в искривлённом пространстве-времени [18;т.2,с.295-300], иногда что-нибудь ещё. Мы же в этой книге под квантовой теорией гравитации будем подразумевать теорию гравитации, основанную на принципах квантовой механики, то есть теорию гравитации, *согласованную* с квантовой механикой. Это означает, что описание какого-либо явления в рамках теории гравитации не должно противоречить описанию этого же явления в рамках квантовой механики. Давайте рассмотрим несколько примеров на эту тему.

Пример 1. С точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы изменяется пространственно-временной масштаб. То есть изменяются все эталоны времени и длины. Следовательно, изменяются размеры атомов – радиусы электронных оболочек. Соответственно, изменяются энергии перехода электронов с одного уровня на другой, и, значит, изменяются частоты излучения атомов. С точки зрения квантовой механики можно рассчитать, *как* изменятся частоты излучения атомов, если известно, *как* изменились радиусы электронных оболочек. Вопрос: будет ли изменение пространственно-временного масштаба, рассчитанного в рамках общей теории относительности, соответствовать

изменению пространственно-временного масштаба, рассчитанному в рамках квантовой механики?

Пример 2. Если вблизи большой массы изменяется пространственно-временной масштаб, то, следовательно, изменяются *все* размерные константы. Например, с точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы скорость времени замедляется – замедляются *все* физические процессы, и поэтому скорость света уменьшается. А как быть с величиной постоянной Планка? Эта константа имеет размерность, и поэтому её величина также должна измениться в гравитационном поле (с точки зрения удалённого наблюдателя). *Как* изменится постоянная Планка в гравитационном поле? Зная ответ на этот вопрос, в рамках квантовой механики можно рассчитать, как изменятся размеры и частоты излучения атомов. То есть рассчитать изменение пространственно-временного масштаба. Будет ли при этом изменение масштаба, рассчитанного в рамках квантовой механики, соответствовать изменению масштаба, рассчитанному в рамках общей теории относительности?

Пример 3. С точки зрения квантовой механики элементарная частица, например электрон, имеет некоторую неопределённость в движении и поэтому обладает волновыми свойствами. С точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы длина волны частицы как-то изменится вследствие изменения масштаба. Зная, как будет изменяться длина волны электрона в гравитационном поле, можно рассчитать траекторию движения электрона в гравитационном поле, исходя из того, что волна движется всегда по кратчайшему оптическому пути. Вопрос: будет ли полученная траектория соответствовать уравнениям общей теории относительности?

Даже при поверхностном взгляде на общую теорию относительности и квантовую механику видно, что эти теории не согласованы друг с другом. Давайте рассмотрим пару простых примеров.

Пример 1. С точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы все расстояния между точками возрастают (4.7). Это означает, что все эталоны длины вблизи большой массы уменьшаются. В частности, уменьшаются размеры атомов – радиусы электронных оболочек. Вследствие этого электроны должны вращаться вокруг ядра быстрее. Однако с точки зрения общей теории относительности все процессы вблизи большой массы замедляются и, следовательно, скорость вращения электронов вокруг ядра также должна уменьшаться.

Пример 2. С точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы размер метрового эталона уменьшается, а длительность секунды увеличивается. Поэтому величины всех размерных констант также должны измениться вблизи большой массы. Например, скорость света имеет размерность: $[c] = \text{м/с}$, и поэтому её величина уменьшается вблизи большой массы. Постоянная Планка имеет размерность: $[\hbar] = \text{кг}\cdot\text{м}^2/\text{с}$. Следовательно, величина постоянной Планка также должна уменьшаться вблизи большой массы. С точки зрения квантовой механики частоты излучения атомов обратно пропорциональны величине постоянной Планка в третьей степени (4.28). Поэтому частоты излучения атомов должны возрастать вблизи большой массы. Но с точки зрения

общей теории относительности частоты излучения атомов вблизи большой массы, наоборот, понижаются.

Здесь естественно возникает следующий вопрос. Каким образом одна верная теория может противоречить другой верной теории? В восьмой главе мы сможем ответить на этот вопрос.

§ 7.3 Механизм Всемирного тяготения

Известно, что все тела притягивают друг друга, но не известно, *почему* это происходит. Закон Всемирного тяготения Ньютона (или его модификация, сделанная Эйнштейном в общей теории относительности) позволяет рассчитать, *как* будет двигаться то или иное тело в гравитационном поле. Этот закон очень хорошо описывает, *как* происходит гравитационное взаимодействие. Но он ни слова не говорит о том, *почему* тела притягивают друг друга. Иначе говоря, какой физический “механизм” имеет гравитационное притяжение?

Вот что писал об этом, например, Ричард Фейнман в своих лекциях по физике: “До сих пор мы только описывали, как Земля обращается вокруг Солнца, но ни слова не сказали о том, *что заставляет её двигаться*. Ньютон не строил догадок об этом; ему было достаточно открыть, *что* происходит, не входя в механизм происходящего. Но *и никто другой с тех пор никакого механизма не открыл*” [7;с.137].

А в рамках новой теории можно дать простое и наглядное объяснение механизму гравитационного взаимодействия. Рассмотрим поведение электрона (или другого квантового объекта) в гравитационном поле. Допустим, он локализован в окрестности точки A . Существует вероятность, что через некоторое время он окажется в окрестности точки B . Существует также вероятность обратного перехода. В пространстве с постоянным гравитационным потенциалом эти вероятности равны. Если же величина гравитационного потенциала в точке B меньше (рис. 23), чем в точке A ($\Phi_B < \Phi_A$, а $|\Phi_B| > |\Phi_A|$), то, как следует из уравнения (2.9), значение постоянной Планка в точке B меньше, чем в точке A . Это, в свою очередь, означает, что и неопределённость движения электрона в точке B меньше, чем в точке A . Следовательно, вероятность перехода электрона из окрестности точки A в окрестность точки B **больше**, чем обратно.

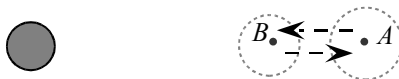


Рис. 23. Механизм гравитационного притяжения. Предположим, частица находится в окрестности точки A . Существует вероятность, что через некоторое время она окажется в окрестности точки B . Существует также вероятность обратного перехода. И если точка B находится ближе к массе M , то неопределённость движения частицы в этой точке немного меньше, чем в точке A . Поэтому вероятность перехода частицы из окрестности точки A в окрестность точки B больше, чем обратно.

Поэтому с точки зрения новой теории гравитационное взаимодействие можно рассматривать как квантовый эффект. Вблизи большой массы

неопределённость в движении электрона (или другой частицы) *уменьшается*, вследствие чего электрон *движется в сторону большой массы*.

Предложенный механизм гравитационного взаимодействия не только позволяет объяснить, почему все тела притягивают друг друга. Он также позволяет объяснить, почему гравитационное взаимодействие такое слабое. Это есть следствие того, что неопределённость в движении электрона (или любой другой частицы) ограничена, в основном, удалёнными массами Вселенной. А близко расположенные тела уменьшают неопределённость в его движении на очень незначительную в процентном отношении величину.

Обычно считается, что между теорией гравитации и квантовой механикой нет ничего общего. А в рамках новой теории гравитационное взаимодействие – это исключительно квантовый эффект!

Квантовый механизм гравитационного взаимодействия можно рассмотреть и с другой точки зрения. В качестве примера опять рассмотрим движущийся электрон. Из-за того, что в движении электрона есть неопределённость, он обладает волновыми свойствами. То есть движущийся электрон представляет собой движущуюся волну, которая может быть описана с помощью волновой Ψ -функции. В однородном пространстве (в пространстве с одинаковым гравитационным потенциалом) волна будет распространяться по прямой линии. Но вблизи большой массы неопределённость в движении электрона уменьшится, и, следовательно, уменьшится его длина волны. В результате траектория движения электрона будет искривлена (см. рис. 24).

Далее в этой главе мы рассчитаем движение электрона (или другой частицы) в гравитационном поле, исходя из предложенного выше квантового механизма гравитационного взаимодействия. А затем сравним полученное уравнение движения с уравнениями теории гравитации Ньютона и теории гравитации Эйнштейна.

§ 7.4 Принцип наименьшего действия

В наиболее общей форме фундаментальные законы движения могут быть выражены в виде принципа наименьшего действия (или принципа Гамильтона) [4;с.10]. Например, движение частицы массы m в потенциальном поле $U(x,y,z)$ в рамках механики Ньютона может быть описано следующими тремя уравнениями:

$$m \frac{dV_x}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial x}; \quad m \frac{dV_y}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial y}; \quad m \frac{dV_z}{dt} = -\frac{\partial U}{\partial z} \quad (7.1)$$

Или в векторном виде: $m \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla}U$, где $\vec{\nabla}$ так называемый градиент –

векторный оператор: $\vec{\nabla} = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$.

Но, с другой стороны, движение частицы может быть описано с помощью принципа наименьшего действия. Суть этого принципа состоит

в следующем. Предположим, в момент времени t_1 частица находилась в точке (x_1, y_1, z_1) , а в момент времени t_2 она находилась в точке (x_2, y_2, z_2) . Движение частицы можно изобразить в виде линии (графика) в четырёхмерном пространстве (x, y, z, t) , проходящей через точки $a = (x_1, y_1, z_1, t_1)$ и $b = (x_2, y_2, z_2, t_2)$. Так вот, принцип наименьшего действия утверждает, что тело будет двигаться из точки a в точку b по такой траектории, вдоль которой будет иметь минимум следующая величина S (она и называется действием):

$$S = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{mV^2}{2} - U(x, y, z) \right] dt = \min \quad (7.2)$$

Это уравнение можно представить и в вариационном виде:

$$\delta S = \delta \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{mV^2}{2} - U(x, y, z) \right] dt = 0 \quad (7.3)$$

Величина, стоящая в квадратных скобках под знаком интеграла, называется функцией Лагранжа, или лагранжианом: $L = \frac{mV^2}{2} - U(x, y, z)$.

С математической точки зрения система уравнений (7.1) полностью эквивалентна вариационному уравнению (7.3). Кратко эта тема излагается в курсе теоретической физики Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица [4; с.10-13]. Более подробно – в фейнмановских лекциях по физике [9; гл.19].

В релятивистском случае действие для свободной частицы имеет следующий вид [5; с.44]:

$$S = -mc \int_a^b ds \quad (7.4)$$

Учитывая выражение (1.20), интервал ds можно представить в виде:

$$ds = \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = \sqrt{c^2 dt^2 - V^2 dt^2} = c^2 dt^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}$$

И, следовательно, выражение для действия (7.4) можно представить в виде интеграла по времени от функции Лагранжа следующим образом:

$$S = - \int_{t_1}^{t_2} mc^2 \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} dt \quad (7.5)$$

В самом общем виде действие может быть представлено в виде следующего интеграла, взятого вдоль траектории движения [4; с.180]:

$$S = \int (\vec{p} \cdot d\vec{r} - Edt) \quad (7.6)$$

Здесь \vec{p} – импульс частицы, а E – её полная энергия (пределы интегрирования мы будем для краткости опускать).

До создания квантовой механики считалось, что представление уравнений движения в виде принципа наименьшего действия – это удобный математический приём. Но лишь после создания квантовой механики стал ясен его физический смысл. Движение частицы в квантовой механике описывается волновой Ψ -функцией, которая в общем случае может быть представлена как сумма (или интеграл) плоских волн вида:

$$A \cdot \exp \left[-\frac{i}{\hbar} (Et - \vec{p} \cdot \vec{r}) \right]$$

Здесь величина A – это амплитуда волны, а величина $\varphi = -(Et - \vec{p} \cdot \vec{r})/\hbar$ – её фаза. Траектория распространения волны, как известно, определяется следующим условием: *разность фаз в конце и начале пути должна быть минимальна*, иначе говоря, должна быть минимальна оптическая длина пути [6;с.36] (смотри также § 4.10). Это условие можно представить в виде уравнения:

$$\Delta\varphi = -\int \frac{Edt - \vec{p} \cdot d\vec{r}}{\hbar} = \min \quad (7.7)$$

Или в вариационном виде:

$$\delta\varphi = -\delta \int \frac{Edt - \vec{p} \cdot d\vec{r}}{\hbar} = 0 \quad (7.8)$$

Если постоянная Планка не меняется при движении частицы, то её можно вынести из-под знака интеграла. А учитывая выражение для действия (7.6), в результате получаем:

$$\delta\varphi = \frac{1}{\hbar} \delta \int (\vec{p} \cdot d\vec{r} - Edt) = \frac{1}{\hbar} \delta S = 0 \quad (7.9)$$

Таким образом, квантовая механика раскрывает физический смысл принципа наименьшего действия. Движение частицы представляет собой движение волны, описываемое волновой Ψ -функцией. А волна движется так, чтобы разность фаз в конце и начале пути была минимальна. И так как действие изменяется пропорционально фазе, то это и приводит к тому, что частица движется по траектории, которая соответствует наименьшему действию.

Если же постоянная Планка изменяется при движении частицы, то уравнение (7.8) приводит к следующей формуле для принципа наименьшего действия:

$$\delta\varphi = \delta \int \frac{dS}{\hbar} = 0 \quad (7.10)$$

То есть частица будет двигаться по такой траектории, вдоль которой имеет минимум действие, измеренное в единицах \hbar . Напомним, что постоянная Планка имеет размерность действия.

§7.5 Уравнение движения в квантовой теории гравитации

Рассмотрим частицу, которая находится в гравитационном поле. Для того чтобы рассчитать траекторию её движения, будем исходить из

того, что частица представляет собой волну, движение которой в самом общем виде описывается уравнением (7.8). Полная энергия частицы E

равна: $E = \frac{m c^2}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$, а её импульс \vec{p} равен: $\vec{p} = \frac{m \vec{V}}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}}$. Учитывая, что

$d\vec{r} = \vec{V}dt$, в результате получаем:

$$\begin{aligned} \delta\varphi &= -\delta \int \frac{E dt - \vec{p} \cdot d\vec{r}}{\hbar} = -\delta \int \frac{1}{\hbar} \left(\frac{m c^2 dt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} - \frac{m \vec{V} \cdot \vec{V} dt}{\sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \right) = \\ &= -\delta \int \frac{m c^2}{\hbar \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}}} \left(1 - \frac{V^2}{c^2} \right) dt = -\delta \int \frac{m c^2}{\hbar} \sqrt{1 - \frac{V^2}{c^2}} dt = \\ &= -\delta \int \frac{m c}{\hbar} \sqrt{c^2 dt^2 - V^2 dt^2} = -\delta \int \frac{m c}{\hbar} \sqrt{c^2 dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2} = \\ &= -\delta \int \frac{m c}{\hbar} ds = 0 \end{aligned}$$

Итак, мы получили, что движение частицы в гравитационном поле определяется следующим уравнением

$$\delta\varphi = -\delta \int \frac{m c}{\hbar} ds = 0 \quad (7.11)$$

Так как при движении частицы в гравитационном поле величина mc/\hbar изменяется достаточно медленно (по сравнению с изменением фазы), то её можно вынести из-под знака интеграла. И в результате получаем следующее уравнение, описывающее движение частицы в гравитационном поле:

$$-\delta \int ds = 0 \quad (7.12)$$

Напомним, что интервал ds играет роль элемента длины в четырёхмерном пространстве-времени:

$$ds = \sqrt{c^2 dt^2 - dl^2} \quad (7.13)$$

Где dl – элемент длины в обычном трёхмерном пространстве:

$$dl = \sqrt{dx^2 + dy^2 + dz^2}$$

Таким образом, движение частицы в гравитационном поле определяется точно таким же уравнением, что и движение свободной частицы (7.4), то есть частица движется по прямой линии в четырёхмерном псевдоевклидовом пространстве-времени. Давайте теперь, исходя из этого, рассчитаем уравнение движения частицы в гравитационном поле, создаваемом массой M .

С точки зрения квантовой механики любой пространственно-временной масштаб (размер атома, длину волны спектральной линии, частоту излучения атома и т. д.) всегда можно выразить в виде некоторой комбинации величин c , \hbar , m . А так как эти величины изменяются вблизи большой массы, то, соответственно, изменяется и пространственно-временной масштаб. Поэтому с точки зрения неподвижного наблюдателя траектория движения частицы будет искривлена. Рассчитаем выражение для бесконечно малого квадрата интервала ds^2 в зависимости от расстояния r до массы M с точки зрения наблюдателя, находящегося на достаточно большом удалении от массы M .

Напомним, что интервал времени Δt имеет следующий физический смысл: это величина, равная числу периодов определённого периодического процесса, длительность которого взята в качестве эталона времени.

Длительность любого физического процесса dt , выраженная в единицах c , \hbar , m , будет пропорциональна \hbar/mc^2 . Из уравнения (2.8) следует, что: $\hbar \sim \frac{1}{c}$. А из уравнения (3.20) следует, что: $m \sim \frac{1}{c}$. И в

результате получаем: $dt \sim \frac{1}{c^2}$. Например, частота излучения атома (см. § 4.12) пропорциональна величине m/\hbar^3 . И, следовательно, с учётом уравнений (2.8) и (3.20), период излучения T будет обратно пропорционален квадрату скорости света: $T = \frac{1}{\nu} = \frac{1}{2\pi\omega} \sim \frac{\hbar^3}{m} \sim \frac{1}{c^2}$.

Поэтому вблизи массы M продолжительность любого физического процесса (интервала времени) сократится в $(c/c_0)^2$ раз:

$$dt(r) = dt_0 \frac{c_0^2}{c^2(r)} \quad (7.14)$$

Здесь dt_0 – интервал времени, в течение которого длится некоторый физический процесс на достаточно большом удалении от массы M , а $dt(r)$ – интервал времени, в течение которого длится тот же самый физический процесс на расстоянии r от массы M ; c_0 – скорость света на достаточно большом удалении от массы M , а $c(r)$ – скорость света на расстоянии r от массы M .

Как известно, расстояние Δl между двумя точками имеет следующий физический смысл: это величина, равная числу единичных эталонов длины λ , которые можно расположить между этими точками.

Любой эталон длины λ , выраженный в единицах c , \hbar , m , будет пропорционален \hbar/mc . Если учесть уравнения (2.8) и (3.20), то получим: $\lambda \sim 1/c$. Например, величина радиуса Бора a_0 пропорциональна величине \hbar^2/m (4.9). Учитывая уравнения (2.8) и (3.20), получаем: $a_0 \sim 1/c$. Поэтому вблизи массы M (в зависимости от расстояния r до неё) все эталоны длины уменьшаются в $c(r)/c_0$ раз:

$$\lambda(r) = \lambda_0 \frac{c_0}{c(r)} \quad (7.15)$$

Здесь λ_0 – длина данного эталона, находящегося на достаточно большом удалении от массы M , а $\lambda(r)$ – длина этого же эталона, находящегося на расстоянии r от массы M . И, соответственно, все расстояния между точками $d\ell$ (измеренные с помощью данных эталонов) возрастут в $c(r)/c_0$ раз:

$$d\ell(r) = d\ell_0 \frac{c(r)}{c_0} \quad (7.16)$$

Таким образом, выражение для квадрата интервала, выраженное в единицах $c_0, dt_0, d\ell_0$ (то есть в системе единиц наблюдателя, который находится на достаточно большом удалении от массы M), будет иметь следующий вид:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - d\ell^2 = c^2 dt_0^2 \frac{c_0^4}{c^4} - d\ell_0^2 \frac{c^2}{c_0^2} \quad (7.17)$$

Учитывая уравнение (3.17): $\Delta\Phi = -2G\frac{M}{r}$, а также уравнение (2.1):

$c^2 = -\Phi$, получаем: $c^2(r) = c_0^2 + 2G\frac{M}{r}$. Подставляя из этого уравнения квадрат скорости света в уравнение (7.17), в результате получаем следующее выражение для квадрата интервала:

$$ds^2 = \frac{c_0^2 dt_0^2}{(1 + \frac{2GM}{rc_0^2})} - (1 + \frac{2GM}{rc_0^2}) d\ell_0^2 \quad (7.18)$$

Таким образом, мы приходим к следующему уравнению, описывающему движение частицы в гравитационном поле, созданном точечной массой M :

$$\delta\phi = -\delta \int ds = -\delta \int \sqrt{\frac{c_0^2 dt_0^2}{(1 + \frac{2GM}{rc_0^2})} - (1 + \frac{2GM}{rc_0^2}) d\ell_0^2} = 0 \quad (7.19)$$

Физический смысл этого уравнения будет обсуждаться в § 8.8.

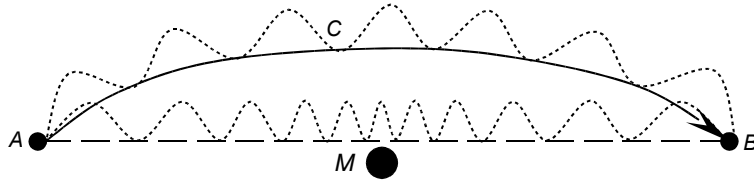


Рис. 24. Квантовый характер гравитационного взаимодействия

Вблизи массы M скорость времени возрастает (7.14). Вследствие этого повышается частота колебаний волны, связанной с движущейся частицей, а длина волны, соответственно, уменьшается. И частица движется не по прямой AB , а по кривой ACB , чтобы совершить минимум собственных колебаний за пройденный путь, то есть так, чтобы разность фаз в конце и начале пути была минимальна.

§ 7.6 Закон тяготения Ньютона

В предыдущем параграфе мы пришли к выводу, что частица движется в гравитационном поле по прямой линии (7.12) в четырёхмерном пространстве-времени. А так как масштаб времени (7.14) и масштаб длины (7.16) вблизи большой массы M изменяются, то прямая линия в таком пространстве-времени с точки зрения неподвижного относительно массы M наблюдателя будет искривлена. И для наблюдателя, удалённого на достаточно большое расстояние от массы M , траектория такой искривлённой “прямой” (она называется геодезической) будет определяться уравнением (7.19).

В этом параграфе мы найдём решение данного уравнения в случае слабого гравитационного поля ($GM/rc^2 \ll 1$) и для медленно движущейся частицы ($V \ll c$). Напомним, что если $\varepsilon \ll 1$, то с точностью до членов порядка ε^2 справедливо следующее выражение:

$$(1 + \varepsilon)^n = 1 + n\varepsilon \quad (7.20)$$

Преобразуем выражение (7.19), введя обозначение $\varepsilon = 2GM/rc_0^2 \ll 1$, а также учитывая, что $d\ell_0 = V dt_0$:

$$\begin{aligned} -\delta \int \sqrt{\frac{c_0^2 dt_0^2}{1 + \varepsilon} - (1 + \varepsilon) d\ell_0^2} &= -\delta \int c_0 \sqrt{\frac{1}{1 + \varepsilon} - (1 + \varepsilon) \frac{V^2}{c_0^2}} dt_0 = \\ &= -\delta \int c_0 \sqrt{1 - \varepsilon - \frac{V^2}{c_0^2} - \varepsilon \frac{V^2}{c_0^2}} dt_0 = 0 \end{aligned}$$

Пренебрегая членом второго порядка малости $\varepsilon V^2/c_0^2$, а также учитывая (7.20), в результате получаем: $\delta \int (c_0 - \frac{c_0 \varepsilon}{2} - \frac{V^2}{2c_0}) dt_0 = 0$. Так как

вариация постоянной величины равна нулю, то, опуская первое слагаемое c_0 , получаем: $\delta \int (\frac{c_0 \varepsilon}{2} + \frac{V^2}{2c_0}) dt_0 = 0$. Так как $V \ll c_0$, то с хорошей

степенью точности можно считать, что масса покоя частицы m остаётся постоянной. Поэтому можно умножить выражение в скобках на произведение mc_0 : $\delta \int (\frac{mc_0^2 \varepsilon}{2} + \frac{mV^2}{2}) dt_0 = 0$. Подставляя значение ε ,

получаем: $\delta \int (\frac{mV^2}{2} + G \frac{Mm}{r}) dt_0 = 0$. В результате мы получили

уравнение, которое соответствует уравнению (7.3), описывающему классическое (нерелятивистское) движение частицы массы m в потенциальном поле $U(r)$, где: $U(r) = -G \frac{M m}{r}$. Решением этого вариационного уравнения, как уже отмечалось, является векторное уравнение:

$$m \frac{d\vec{V}}{dt} = -\vec{\nabla} \cdot U(r) = \vec{\nabla} \cdot \left(G \frac{M m}{r} \right)$$

Так как $\vec{\nabla} \frac{1}{r} = -\frac{1}{r^2} \vec{e}_r$, где \vec{e}_r – единичный вектор в направлении \vec{r} , то в результате получаем закон Всемирного тяготения: $m \frac{d\vec{V}}{dt} = -G \frac{M m}{r^2} \vec{e}_r$.

Итак, решая уравнение (7.19) в случае слабого гравитационного поля для нерелятивистской частицы, мы пришли к ньютоновскому закону Всемирного тяготения.

§ 7.7 Теория тяготения Эйнштейна

Как уже отмечалось в 4-й главе, с точки зрения общей теории относительности частицы в гравитационном поле движутся по геодезическим линиям в четырёхмерном пространстве-времени (4.4). При этом квадрат интервала ds^2 (который играет роль элемента длины) изменяется в зависимости от расстояния r до массы M (при $\frac{GM}{rc^2} \ll 1$) следующим образом (4.12):

$$ds^2 = (1 - \varepsilon) c_0^2 dt^2 - (1 + \varepsilon) d\ell^2 \quad (4.12)^*$$

здесь $\varepsilon = 2GM/rc_0^2$. А в рамках квантовой теории гравитации квадрат интервала изменяется в зависимости от расстояния r до массы M следующим образом (7.18):

$$ds^2 = \frac{c_0^2 dt_0^2}{1 + \varepsilon} - (1 + \varepsilon) d\ell_0^2 \quad (7.18)^*$$

Напомним, что уравнение (4.12) общей теории относительности проверено только в случае слабого гравитационного поля. Например, в гравитационном поле Солнца, в котором $\varepsilon = 2GM_S/rc_0^2 \leq 2GM_S/R_S c_0^2 \approx \approx 10^{-6}$, где M_S – масса Солнца, а R_S – его радиус.

Так как с точностью до членов порядка ε^2 выполняется равенство: $\frac{1}{1 + \varepsilon} = 1 - \varepsilon$, то уравнение (7.18)* отличается от уравнения (4.12)* в

гравитационном поле Солнца на величину порядка $\varepsilon^2 \leq 10^{-12}$.

Таким образом, квантовая теория гравитации совпадает с общей теорией относительности в случае слабого гравитационного поля с точностью до ε^2 . И, следовательно, в случае гравитационного поля Солнца

она предсказывает поправки к релятивистским гравитационным эффектам (которые порядка $\varepsilon \leq 10^{-6}$) порядка одной миллионной. А точность, с которой эти эффекты проверены, составляет примерно 0,1%. То есть в пределах точности экспериментов, проведённых в гравитационном поле Солнца, квантовая теория гравитации совпадает с общей теорией относительности.

В случае сильных гравитационных полей ситуация существенно меняется. В выражении для квадрата интервала (7.18)* отсутствует сингулярность, которая появляется в выражении (4.12)* при $\varepsilon = 1$. В рамках общей теории относительности это означает следующее. Если объект массы M имеет радиус $r = 2GM/c^2$, то на поверхности такого объекта время (с точки зрения удалённого наблюдателя) полностью останавливается. Образуется так называемая чёрная дыра. А в рамках квантовой теории гравитации коэффициент при dt^2 ни при каких условиях не обращается в нуль. Это означает, что чёрные дыры *в принципе не существуют* (смотри об этом в § 4.11).

Представим величину $1 + \varepsilon$ в виде: $1 + \varepsilon = 1 + \frac{2GM}{rc_0^2} = \frac{\Phi(r)}{\Phi_0}$. И

теперь, чтобы был лучше виден физический смысл уравнения (7.18)*, преобразуем его следующим образом:

$$ds^2 = \frac{\Phi_0}{\Phi(r)} c_0^2 dt_0^2 - \frac{\Phi(r)}{\Phi_0} dl_0^2 \quad (7.21)$$

Из этого уравнения видно, что кривизна пространства-времени определяется отношением гравитационного потенциала вблизи массы $\Phi(r)$ к гравитационному потенциалу на достаточно большом удалении от неё Φ_0 . То есть кривизна пространства-времени вызвана локальными неоднородностями в распределении материи на общем фоне распределения материи во Вселенной.

§ 7.8 Отличие квантовой теории гравитации от общей теории относительности

В случае слабого гравитационного поля квантовая теория гравитации приводит к тем же самым уравнениям движения, что и общая теория относительности. Несмотря на это, основные положения квантовой теории гравитации принципиально отличаются от основных положений общей теории относительности. Наиболее существенные отличия мы рассмотрим в этом параграфе.

С точки зрения квантовой теории гравитации вблизи большой массы изменяются величины c , \hbar , m (как было показано во 2-й и 3-й главах, значения этих величин связаны между собой). Например, вблизи большой массы возрастает величина скорости света и уменьшается значение постоянной Планка. Кроме того, возрастает частота колебаний ω любой спектральной линии (4.29), так как $\omega \sim m/\hbar^3$ (4.28). То есть возрастает скорость протекания физических процессов. Так как любой эталон времени или длины (период колебаний спектральной линии, длина

волны спектральной линии, размер атома и т. д.) изменяется в зависимости от значения величин c , \hbar , m (и любой эталон можно выразить в виде некоторой комбинации этих величин), то, следовательно, вблизи большой массы изменяются *все* эталоны времени и длины. То есть изменяется пространственно-временной масштаб. Именно это и приводит к искривлению траектории движущейся частицы (7.18) и (7.19).

В основе общей теории относительности лежат совершенно иные предположения. С точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы понижается частота колебаний любой спектральной линии, вследствие чего все физические процессы замедляются. Например, замедляется скорость распространения электромагнитных колебаний (скорость света). Тем не менее, уравнения движения частицы в общей теории относительности (4.12) совпадают с уравнениями движения в квантовой теории гравитации (7.18) с точностью до членов порядка $|\Delta\Phi|^2/c^4$. Это представляется странным и нуждается в объяснении.

Рассмотрим отличие квантовой теории гравитации от общей теории относительности на конкретных примерах.

Известно, что земной наблюдатель видит спектр излучения атомов, находящихся на Солнце, смещённым в сторону инфракрасных частот. В рамках общей теории относительности объяснение этому эффекту следующее. Во-первых, предполагается, что пока фотон летит от Солнца к Земле его частота *остаётся постоянной*. Во-вторых, предполагается, что время на Солнце *течёт медленнее*, чем на Земле, и вследствие этого частоты излучения атомов на Солнце с точки зрения земного наблюдателя сдвинуты в инфракрасную область [5;с.324]. Таким образом, причиной “покраснения” фотона является разная скорость течения времени. С точки зрения квантовой теории гравитации частоты излучения атомов на Солнце *выше*, чем на Земле (4.29). Это есть следствие того, что на Солнце значение постоянной Планка \hbar . Но пока фотон летит к Земле, его частота *понижается*. Это есть следствие того, что *уменьшается* скорость света и *возрастает* значение постоянной Планка. В результате земной наблюдатель также видит спектр излучения находящихся на Солнце атомов смещённым в инфракрасную область. Таким образом, совершенно разные подходы к одному и тому же явлению, тем не менее, приводят в случае слабого поля к одному и тому же уравнению для величины гравитационного смещения спектральных линий (4.33).

Рассмотрим другой пример. В геометрической оптике траектории световых лучей в самом общем виде определяются уравнением:

$$\int \frac{d\ell}{\lambda(\ell)} = \int \frac{\omega(\ell) d\ell}{2\pi c(\ell)} = \min$$

Здесь величина $1/\lambda$ или ω/c играет роль эффективного показателя преломления. С точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы *уменьшается* скорость света, а его частота *остаётся неизменной*. Это приводит к тому, что вблизи большой массы возрастает эффективный показатель преломления [17;§59]. И в результате луч света огибает массу (притягивается к ней). С точки зрения квантовой теории гравитации вблизи большой массы *возрастает* скорость света, но его

частота *возрастает в процентном отношении ещё сильнее*. И в результате вблизи большой массы также возрастает эффективный показатель преломления. Для слабого гравитационного поля оба подхода приводят к одинаковому углу отклонения для луча света (4.26).

Таким образом, отличие квантовой теории гравитации от общей теории относительности состоит в следующем. С точки зрения общей теории относительности вблизи большой массы все физические процессы *замедляются* (время “течёт” медленней), и, в частности, *уменьшается* скорость света. А с точки зрения квантовой теории гравитации вблизи большой массы скорость света, наоборот, *возрастает*. Кроме того, *повышаются* частоты излучения спектральных линий (время “течёт” быстрее). Но, тем не менее, несмотря на такие совершенно противоположные положения, и общая теория относительности, и квантовая теория гравитации в случае слабого гравитационного поля приводят к одним и тем же уравнениям и для гравитационного смещения спектральных линий (4.13) и (4.32), и для отклонения луча света (4.14) и (4.26), и для величины квадрата интервала (4.12) и (7.18). То есть приводят к одним и тем же уравнениям движения.

§ 7.9 Гравитационные аномалии

Итак, рассматривая гравитационное взаимодействие как квантовый эффект, в § 7.5 мы рассчитали уравнение движения частицы в гравитационном поле, создаваемом точечной массой M . Это уравнение в случае слабого поля совпадает (в пределах точности современных экспериментов: $\approx 0,1\%$) с соответствующим уравнением общей теории относительности (§ 7.7). Однако интерпретация полученного уравнения в квантовой теории гравитации принципиально отличается от интерпретации, принятой в общей теории относительности. Выражение (7.18) для квадрата интервала, или выражение (4.12), практически полностью совпадающее с ним в случае слабого поля, трактуется в общей теории относительности как *замедление времени* вблизи большой массы. С этой точки зрения скорость распространения электромагнитных колебаний (скорость света) должна *уменьшаться* вблизи большой массы. В рамках квантовой теории гравитации *то же самое* выражение (7.18) трактуется, наоборот, как *ускорение времени* вблизи большой массы. С этой точки зрения скорость света должна *возрастать* вблизи большой массы. Вопросу о скорости времени в гравитационном поле будет полностью посвящена 8-я глава. А в этом параграфе мы рассчитаем, какие наблюдаемые гравитационные эффекты следует ожидать в том случае, если верна не общая теория относительности, а квантовая теория гравитации.

Расстояния до различных объектов в Солнечной системе (планет, комет, искусственных спутников...) определяются методом радиолокации. То есть, расстояния измеряются через время полёта радиолокационного сигнала до объекта и обратно. Именно таким способом был экспериментально проверен эффект Шапиро – “задержка” радиосигнала, проходящего вблизи Солнца. Как уже отмечалось в § 4.12, в данном эксперименте в принципе невозможно было определить, ускоряется или замедляется свет в гравитационном поле, а можно было только проверить

истинность уравнения (4.12) или (7.18), так как эти уравнения с высокой степенью точности совпадают в гравитационном поле Солнца. А уже из этих уравнений в рамках интерпретации, принятой в общей теории относительности, был сделан вывод о том, что скорость света вблизи Солнца уменьшается. Аналогично в рамках квантовой теории гравитации из результатов эксперимента, проведенного Шапиро, можно сделать вывод о том, что скорость света вблизи Солнца, наоборот, возрастает.

Из вышесказанного следует, что если интерпретация уравнений (4.12) или (7.18), принятая в общей теории относительности, не верна, то расстояния, измеренные с помощью радиолокационного метода, будут также неверны. При этом расстояния, измеренные внутри земной орбиты, будут несколько занижены по сравнению с реальными расстояниями из-за того, что скорость света внутри земной орбиты в действительности не меньше, а больше, чем скорость света в земных условиях. И, наоборот, расстояния вне земной орбиты будут несколько завышены, так как там скорость света меньше. Такая ошибка в определении расстояний приведёт к многочисленным систематическим ошибкам в вычислениях. И при определённой, достаточно высокой точности наблюдений будут обнаруживаться различные “гравитационные аномалии”, не объяснимые в рамках общей теории относительности.

Сильнее всего скорость света изменяется вблизи Солнца. С точки зрения общей теории относительности она уменьшается, а с точки зрения квантовой теории гравитации – возрастает. Поэтому наибольшая ошибка будет в определении расстояния до Солнца. Как уже отмечалось, в рамках общей теории относительности считается, что свет, проходя вблизи Солнца, “задерживается” примерно на 240 мс. В действительности же свет не задерживается, а, наоборот, ускоряется. Поэтому реальное расстояние от Земли до Солнца L (астрономическая единица) будет больше общепринятого примерно на $\Delta L \approx c \times 240 \text{ мс} \approx 70 \text{ км}$ [36;с.220] (мы сделали грубое приближение, для того чтобы оценить только порядок возможных систематических ошибок). Так как расстояние от Земли до Солнца составляет приблизительно 150 млн. км, то, следовательно, ошибка в определении расстояния будет около 1/2 миллионной. Напомним, что масса Солнца определяется через расстояние L и через период T обращения Земли вокруг Солнца следующим образом: $M \sim \frac{L^3}{T^2}$. Поэтому

ошибка в определении расстояния до Солнца приведёт также к ошибке в определении массы Солнца. В качестве примера одной из возможных систематических ошибок давайте рассчитаем ускорение g_s создаваемое Солнцем для искусственного спутника, находящегося за орбитой Марса:

$$g_s = g \frac{L^2}{(L + S)^2} \quad (7.22)$$

Здесь g – ускорение, создаваемое Солнцем на орбите Земли; S – расстояние от спутника до орбиты Земли. Если $L = S$, то получаем: $g_s = \frac{1}{4} g$.

Так как астрономическая единица L , рассчитана в рамках общей теории относительности, то истинная астрономическая единица будет

примерно на 70 км больше: $L + 70$ км. С другой стороны, погрешность в определении расстояния S будет существенно меньше, чем 70 км – она порядка 1 км (желающие могут сделать оценку самостоятельно). Следовательно, действительное (наблюдаемое) ускорение спутника g_s (набл) при $S = L$ будет равно:

$$g_s(\text{набл}) = g \frac{(L + 70 \text{ км})^2}{(L + 70 \text{ км} + L)^2} = g \frac{L^2}{(2L)^2} \frac{(1 + \frac{70 \text{ км}}{L})^2}{(1 + \frac{70 \text{ км}}{2L})^2} =$$

$$= \frac{1}{4} g (1 + \frac{140 \text{ км}}{L} - \frac{70 \text{ км}}{L}) = \frac{1}{4} g (1 + \frac{70}{150} \cdot 10^{-6}) \approx \frac{1}{4} g (1 + 5 \cdot 10^{-7})$$

То есть наблюдаемое ускорение спутника $g_s(\text{набл})$ должно быть несколько больше, чем ускорение g_s , рассчитанное в рамках общей теории относительности. Это дополнительное ускорение искусственного спутника составит примерно следующую величину: $\Delta g_s = g_s(\text{набл}) - g_s = \frac{1}{4} g \cdot 5 \cdot 10^{-7}$. Учитывая, что $g \approx 0,6 \text{ см/с}^2$, получаем:

$$\Delta g_s \approx 7,5 \cdot 10^{-8} \text{ см/с}^2 \quad (7.23)$$

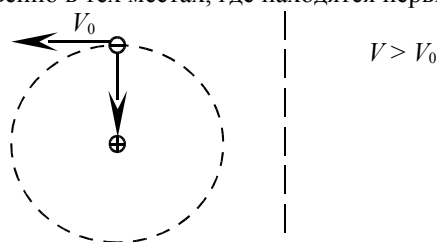
Таким образом, если достаточно точно измерить ускорение искусственного спутника, находящегося, например, за орбитой Марса, то можно обнаружить у него дополнительное ускорение в направлении Солнца, не объяснимое в рамках общей теории относительности.

Наблюдалось ли что-нибудь подобное в действительности? Да, наблюдалось. Впервые такие “гравитационные аномалии” наблюдались у искусственных спутников Пионер 10 и Пионер 11 ещё в 80-х годах. В 1998 году аномальное ускорение наблюдалось у спутников Галилео и Ulysses. Вот цитата на эту тему из октябрьского номера журнала «Успехи физических наук» за 1998 год: “Навигационные данные о движении космических аппаратов Галилео и Ulysses представили новые свидетельства в пользу существования дополнительного ускорения неизвестного происхождения величиной $8 \times 10^{-8} \text{ см} \cdot \text{с}^{-2}$ в направлении Солнца. Это добавочное ускорение получается, если вычесть вклад всех известных и предполагаемых источников: Солнца, солнечного ветра, планет, Галактики в целом, а также тёмного вещества в солнечной системе. Первые свидетельства наличия этой аномалии были получены ещё в 80-х годах с помощью космических аппаратов “Пионер-10 и 11”. В качестве объяснения выдвигается предположение о присутствии систематических ошибок в обработке данных. Однако исследователи не исключают, что аномальное ускорение обусловлено неизвестным гравитационным эффектом. Ясность в данной области, возможно, наступит после более тщательного изучения движения планет и комет, а также движения космического аппарата, который планируется запустить к Плутону” [56]. См. также [57].

§ 7.10 Атом в гравитационном поле

Для того чтобы сделать физический смысл квантовой теории гравитации максимально ясным, рассмотрим, *как* изменяются свойства атома в гравитационном поле. В качестве примера возьмём наиболее простой атом – атом водорода, который состоит из одного протона и вращающегося вокруг него электрона. Любой атом можно рассматривать как естественный эталон для создания системы единиц измерения физических величин. Например, 1 килограмм можно выразить через массу протона или электрона, 1 секунду можно выразить через количество периодов излучения определённой спектральной линии, 1 метр можно выразить через длину волны спектральной линии. Силу в 1 ньютон можно выразить через среднее значение силы притяжения между электроном и ядром, энергию в 1 Джоуль – через энергию перехода между двумя состояниями атома или через энергию фотона, испускаемого при таком переходе. Единицы измерения для ускорения (м/с^2), скорости (м/с) и импульса ($\text{кг}\cdot\text{м/с}$) также можно выразить через среднее значение ускорения, скорости и импульса электрона. Таким образом, рассчитав, какие изменения произойдут с атомом в гравитационном поле, мы узнаем, как изменится в гравитационном поле *любая* система единиц (эталонов) измерения физических величин. Рассмотрим два атома водорода. Пусть один атом находится на достаточно большом расстоянии от массы M , а второй атом находится на расстоянии r от массы M (смотри рис. 25). Первый атом мы возьмём в качестве эталона и рассчитаем, как изменятся свойства второго атома относительно первого.

Электрон, двигаясь вокруг ядра, существует в виде электронного облака, то есть он не имеет ни определённой скорости, ни определённого положения. Тем не менее, электрон имеет вполне определённое среднее значение скорости движения и среднее значение расстояния до ядра. Пусть m_0, m – массы электрона соответственно в первом и втором атомах, R_0 – размер первого атома (среднее значение расстояния от электрона до протона), R – размер второго атома; V_0, p_0, a_0 – средние значения скорости, импульса и ускорения электрона в первом атоме, а V, p, a – средние значения скорости, импульса и ускорения электрона во втором атоме; τ_0, τ – среднее время, за которое электрон совершает один оборот вокруг ядра соответственно в первом и втором атомах; F_0, F – средние значения кулоновской силы притяжения между электроном и ядром (протоном) соответственно для первого и второго атома; U_0, U – величины потенциальной энергии электрона в первом и втором атомах; K_0, K – величины кинетической энергии электрона в первом и втором атомах; E_0, E – величины энергии перехода между двумя состояниями для первого и второго атомов; $T_0, \omega_0, \lambda_0, \varepsilon_0$ – период колебаний, частота излучения, длина волны спектральной линии и энергия излучаемого фотона в первом атоме; $T, \omega, \lambda, \varepsilon$ – период колебаний, частота излучения, длина волны спектральной линии и энергия излучаемого фотона во втором атоме; Φ_0, Φ – гравитационный потенциал, создаваемый всей Вселенной соответственно в тех местах, где находятся первый и второй атомы.



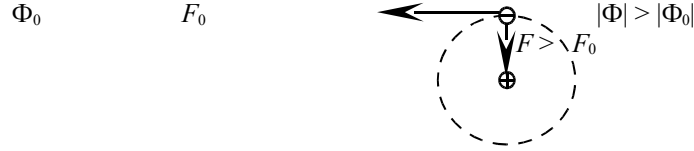


Рис. 25. Изменение масштаба физических величин в гравитационном поле на простом примере атома водорода. Атом водорода (слева) находится в пространстве с гравитационным потенциалом Φ_0 . Другой атом водорода (справа) находится вблизи большой массы в пространстве с гравитационным потенциалом Φ : $|\Phi| > |\Phi_0|$. Большая масса уменьшает неопределённость в движении электрона, и поэтому размеры второго атома меньше, чем первого. Соответственно кулоновская сила притяжения между электроном и ядром во втором атоме больше, чем в первом. Вследствие этого электрон во втором атоме вращается вокруг ядра быстрее, и период его вращения уменьшается. Так как любой эталон для измерения физических величин (метр, секунда, ньютон ...) может быть выражен через свойства атома, то, следовательно, вблизи большой массы изменяются эталоны всех физических величин.

Масса электрона и протона, а также постоянная Планка уменьшаются в соответствии с уравнениями (2.9) и (3.21) в k раз:

$$k = \sqrt{\frac{|\Phi|}{|\Phi_0|}} = \sqrt{\frac{|\Phi_0| + 2GM/r}{|\Phi_0|}} = \sqrt{1 + \frac{2GM}{rc_0^2}} \quad (7.24)$$

Так как радиус электронной орбиты пропорционален квадрату постоянной Планка и обратно пропорционален массе электрона (4.9), то, следовательно, радиус электронной орбиты уменьшается в k раз:

$$R = R_0/k \quad (7.25)$$

Кулоновская сила притяжения между двумя зарядами пропорциональна величине зарядов и обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними. Так как величина заряда в гравитационном поле не изменяется, то из (7.25) следует, что кулоновская сила притяжения между ядром и электроном внутри атома возрастёт в k^2 раз:

$$F = k^2 \cdot F_0 \quad (7.26)$$

И, соответственно, ускорение электрона возрастёт в k^3 раз:

$$a = F/m = k^3 \cdot a_0 \quad (7.27)$$

С другой стороны центростремительное ускорение электрона равно $a = V^2/R$ и, следовательно, скорость электрона возрастёт в k раз:

$$V = k \cdot V_0 \quad (7.28)$$

Поэтому период обращения электрона вокруг ядра уменьшится в k^2 раз:

$$\tau = 2\pi R/V = \tau_0/k^2 \quad (7.29)$$

Кинетическая энергия движения электрона в атоме возрастёт в k раз:

$$K = \frac{mV^2}{2} = k \cdot K_0 \quad (7.30)$$

Импульс электрона не изменится:

$$p = mV = p_0 \quad (7.31)$$

А момент импульса уменьшится в k раз:

$$L = pR = L_0/k \quad (7.32)$$

То есть момент импульса электрона уменьшится пропорционально величине постоянной Планка. Кулоновская потенциальная энергия электрона в атоме U отрицательна и пропорциональна величине e^2/R , следовательно, она возрастет (по модулю) в k раз:

$$U = k \cdot U_0 \quad (7.33)$$

Учитывая уравнения (7.30) и (7.33), можно сделать вывод, что энергия перехода E электрона с одного уровня на другой возрастет в k раз, и, значит, энергия фотона ε , излучаемого при таком переходе, также возрастет в k раз:

$$\varepsilon = k \cdot \varepsilon_0 \quad (7.34)$$

Соответственно, частота фотона (частота спектральной линии) возрастет в k^2 раз:

$$\omega = \varepsilon/\hbar = k^2 \cdot \omega_0 \quad (7.35)$$

А период колебаний электромагнитной волны данной спектральной линии, уменьшится в k^2 раз:

$$T = T_0/k^2 \quad (7.36)$$

Итак, на простом примере атома в гравитационном поле мы рассчитали, как в гравитационном поле изменятся физические единицы измерения, как основные (секунда, метр, килограмм), так и производные, то есть вторичные (ньютон, джоуль, Герц, единицы измерения ускорения, импульса, момента импульса, скорости и т. д.).

Здесь следует обратить внимание на принципиальное отличие квантовой теории гравитации от общей теории относительности. С точки зрения общей теории относительности гравитация влияет непосредственно на скорость времени и на длину метра (на геометрию пространства-времени). Такой подход является непоследовательным с физической точки зрения, так как не существует ни времени, ни длины отдельно от физических процессов. С точки зрения квантовой теории гравитации свойства атома изменяются вблизи большой массы и именно вследствие этого изменяется пространственно-временной масштаб.

В § 7.5 мы рассчитали изменение масштаба, исходя из размерности физических величин, то есть основываясь на изменении скорости света, постоянной Планка и массы покоя электрона в гравитационном поле. Исходя из размерности физических величин, мы также можем рассчитать, как изменятся свойства атома в гравитационном поле. Например, энергия испущенного атомом фотона имеет размерность $[\varepsilon] = \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$. Из уравнения (3.21) следует $1\text{кг} \sim 1/k$, из уравнения (7.14) следует $1\text{с} \sim 1/k^2$, из уравнения (7.15) следует $1\text{м} \sim 1/k$. В результате получаем $\varepsilon \sim \text{кг} \cdot \text{м}^2 \cdot \text{с}^{-2} \sim k$, в полном соответствии с уравнением (7.34). И если, исходя из размерности физических величин, мы рассчитаем, как изменятся другие свойства атома, то также получим правильные значения. Например, сила имеет размерность $[F] = \text{кг} \cdot \text{м} \cdot \text{с}^{-2}$. Если, исходя из размерности силы, мы рассчитаем её изменение в гравитационном поле, то получим величину $F \sim k^{-1} k^{-1} k^4 = k^2$, в полном согласии с уравнением (7.26). Сравни с § 12.9.

§7.11 Преимущества квантовой теории гравитации

Квантовая теория гравитации – это новая теория, альтернативная общей теории относительности, которая в настоящее время признана в качестве единственной теории гравитации. В связи с этим имеет смысл показать преимущества квантовой теории гравитации и указать на ряд недостатков, присущих общей теории относительности.

Во-первых, первоначально общая теория относительности задумывалась Эйнштейном как теория, в которой будет воплощён принцип Маха. Практически во всех своих ранних работах Эйнштейн писал о важности этого принципа. Он также писал о физической несостоятельности таких теорий, как механика Ньютона и специальная теория относительности только потому, что в них не содержится этот принцип. Смотри, например, его книгу “О специальной и общей теории относительности”, § 21 “Насколько неполны основы классической механики и специальной теории относительности” [1;с.565,566]. Смотри также его знаменитый мысленный эксперимент с двумя жидкими шарами [1;с.455-457]. Тем не менее, когда общая теория относительности была построена, оказалось, что в ней также не содержится принцип Маха. Вот что писал об этом Паули: “При рассмотрении вопроса об относительности центробежной силы эта трудность дала себя знать особенно сильно. Хотя подобное выделение некоторых систем координат с помощью граничных условий, вообще говоря, не несовместимо логически с постулатом общеквариантности, однако противоречит духу релятивистской теории и должно рассматриваться как тяжёлый теоретико-познавательный недостаток. Эйнштейн поразительно осветил его с помощью мысленного эксперимента с двумя жидкими шарами, вращающимися относительно друг друга вокруг соединяющей их линии [1;с.455-457]. Этот недостаток остаётся не только в классической механике и в специальной теории относительности, но и в развитой выше, базирующейся на уравнениях (4.5) теории тяготения” [49;с.249,250].

А в квантовой теории гравитации не только содержится принцип Маха, но и полностью раскрыт его физический смысл. В результате чего раскрыт и физический смысл неопределённости, которая наблюдается в микромире (см. § 3.1).

Во-вторых, в общей теории относительности гравитация сводится к геометрии, и в ней время и расстояние выступают как самостоятельные физические сущности, оторванные от конкретных физических процессов. Очевидно, что такой подход является непоследовательным, так как любая геометрия, в действительности, основана на конкретных свойствах физических объектов. Например, в качестве единицы длины может быть выбран размер какого-либо атома или длина волны определённой спектральной линии. Поэтому абстрактное понятие единицы длины (без связи с размерами реальных тел) лишено какого-либо физического смысла. Это прекрасно понимал и Эйнштейн (см. его цитату об этом в § 7.1).

В-третьих, общая теория относительности не имеет ни малейшего отношения к квантовой механике, и в ней совсем не учитываются волновые свойства частиц. В то время как в квантовой теории гравитации

гравитационное взаимодействие рассматривается как квантовый эффект (см. § 7.3, 7.5).

В-четвёртых, с одной стороны, в общей теории относительности предполагается, что пространственно-временной масштаб изменяется вблизи большой массы. Но с другой стороны, предполагается, что протекание физических процессов не зависит от абсолютной величины гравитационного потенциала. Поэтому в любом месте гравитационного поля можно принять пространственно-временной масштаб условно за “единицу”. И в результате получается весьма странная вещь: с одной стороны, вблизи большой массы пространственно-временной масштаб изменяется, но, с другой стороны, его и там можно принять за ту же “единицу”. Именно поэтому в общей теории относительности и возникают сингулярности – вблизи чёрной дыры время полностью останавливается. Похожие мысли высказывал Ричард Фейнман в лекциях по гравитации: “Другая возможность состоит в том, что l , которая появляется в формуле для замедления времени, есть ошибка в рассуждении. Мы записали формулу, которая применяется только в том случае, когда разность потенциалов ϕ много меньше 1 , так что константа l может каким-либо образом представлять нормализованный вклад в распределение массы удалённых скоплений” [10;с.131]. Смотри также [10;с.129]. В рамках квантовой теории гравитации, конечно, также можно условно принять любой пространственно-временной масштаб за единицу. Например, удобно принять за единицу масштаб околоземного пространства-времени. Но в этом случае масштаб вблизи Солнца нельзя принимать за единицу, так как он будет уже другим. И тем более будет другим, например, масштаб на ранней стадии эволюции Вселенной. А с точки зрения общей теории относительности пространственно-временной масштаб на ранней стадии эволюции Вселенной (величины c , \hbar , m) был тот же самый, что и в настоящее время. Возможно, именно поэтому и возникают многочисленные космологические проблемы (проблема возраста Вселенной, проблема скрытой массы и т. д.), которые нельзя разрешить в рамках общей теории относительности. Решению космологических проблем в рамках квантовой теории гравитации будет посвящена 10-я глава.

И наконец, в-пятых, общая теория относительности несмотря на то, что является теорией гравитации, нисколько не объясняет механизм гравитационного взаимодействия. Она не объясняет, почему гравитационное взаимодействие такое слабое и почему существует *только* гравитационное притяжение. Наконец, в рамках общей теории относительности остаётся загадкой, почему гравитационный потенциал, создаваемый всей массой Вселенной, равен в пределах точности наблюдений квадрату скорости света.

А в рамках квантовой теории гравитации даётся простое объяснение *всем* особенностям гравитационного взаимодействия.

Конечно, решающую роль в выборе той или иной теории играет эксперимент. И в следующей главе (§ 8.3) будет предложен простой эксперимент, который позволит сделать однозначный выбор между общей теорией относительности и квантовой теорией гравитации.