Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1: Математика, механика, астрономия. — 2005. — Вып. 4. — С. 128–132.

Л. С. Шихобалов[1]

ЭЛЕКТРОН КАК ЧЕТЫРЕХМЕРНЫЙ ШАР В ПРОСТРАНСТВЕ МИНКОВСКОГО

В 1905 году вышла в свет статья А. Эйнштейна «К электродинамике движущегося тела» [1], заложившая основы специальной теории относительности. С тех пор прошло 100 лет, но в физике, как известно [2, 3], так и не создана непротиворечивая теория электрона. Поэтому задача разработки теории электрона по-прежнему остается актуальной.

1. «Точечная» частица. При построении теории элементарных частиц естественно пытаться моделировать их геометрическими объектами в пространстве Минковского. Это пространство обозначим через M. В работах [4, 5] предложена модель, в рамках которой электрон представлен в виде совокупности времениподобных прямых, названных *лучами*, которые пересекаются в одной точке — *центре* частицы — и равномерно заполняют внутренность светового конуса с вершиной в этой точке. Центр частицы движется в пространстве M вдоль гладкой времениподобной линии L — *мировой линии* частицы (рис. 1). Каждому элементу луча поставлен в соответствие антисимметричный двухвалентный тензор (бивектор) $\mathbf{q}_0\mathbf{j}_0 - \mathbf{j}_0\mathbf{q}_0$, где $\mathbf{q}_0$ — направляющий орт луча, $\mathbf{j}_0$ — вектор скорости элемента относительно пространства M (произведение векторов тензорное). Эта геометрическая конструкция названа *частицей*.

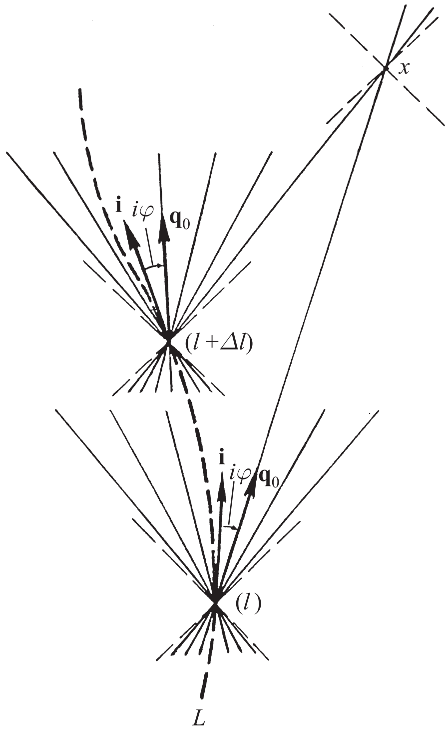

Рис. 1. Два положения частицы на мировой линии.

Углы $i\varphi$ между касательным ортом $\mathbf{i}$ к мировой линии L и направляющими ортами лучей $\mathbf{q}_0$ не меняются при движении частицы (тонкие штриховые линии — световые конусы; i — мнимая единица; l — натуральный параметр на L; x — произвольная точка пространства M).

В случае частицы конечного радиуса прямые, проходящие через центр частицы, — оси лучей; $\mathbf{q}_0$ — направляющий орт оси луча.

Вследствие движения частицы вдоль мировой линии, через каждую фиксированную точку x пространства M проходят лучи частицы от различных ее расположений на мировой линии (см. рис. 1). Интегрирование указанного выше бивектора по всем таким расположениям частицы с весом, пропорциональным количеству лучей в окрестности x, дает обычный тензор электромагнитного поля точечного заряда (причем в расчете не используются уравнения Максвелла, а единственным подгоночным параметром служит скалярный множитель, пропорциональный общему числу лучей и равный $4\pi e$, где e — заряд электрона). Взаимопроницаемость лучей различных частиц обеспечивает выполнение принципа суперпозиции электромагнитных полей.

В этом простейшем варианте модели частица имеет в трехмерном физическом пространстве, сопутствующем ее центру, нулевой размер, поэтому такая частица названа *«точечной»*.

2. Частица конечного радиуса. Будем по-прежнему называть частицей геометрический объект в пространстве Минковского, представляющий собой определенную совокупность лучей. Но теперь будем полагать, что каждый луч есть некий трехмерный винтообразный объект с времениподобной осью, который состоит из n_* штук одинаковых «толстых» винтовых линий и вращается вокруг своей оси (рис. 2). Детализируем эту конструкцию.

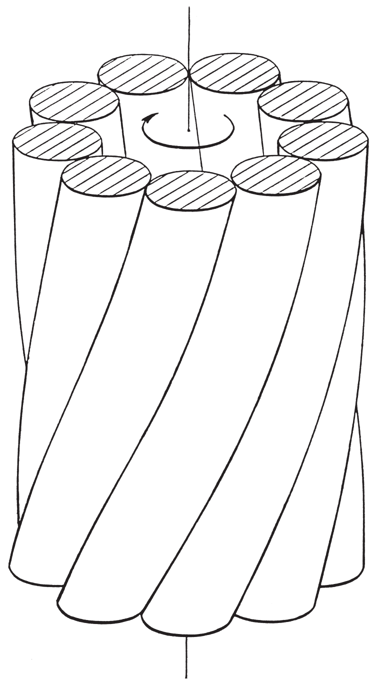

Рис. 2. Один из лучей частицы.

Начнем с определения осей лучей. Назовем *осями* лучей частицы времениподобные прямые, которые пересекаются в одной точке — *центре* частицы — и равномерно распределены по внутренности светового конуса с вершиной в этой точке (см. рис. 1). Всю совокупность осей лучей назовем *остовом* частицы, а мировую линию центра частицы — *мировой линией* частицы.

Теперь введем понятие луча. Зададим какой-либо единичный времениподобный вектор $\mathbf{i}$ (он будет играть роль касательного орта к мировой линии) и обозначим через $\mathbf{q}_0$ направляющий орт оси произвольного луча; оба вектора считаем направленными в сторону будущего и отложенными от центра частицы.

Введем для каждой оси луча такое содержащее ее трехмерное аффинное подпространство $C_{\mathbf{q}_0} \subset M$, для которого ассоциированным векторным пространством служит

$$Lin\{\mathbf{q}_0\} \oplus Lin^{\perp}\{\mathbf{i},\ \mathbf{q}_0\} \qquad (\text{при } \mathbf{q}_0 \neq \mathbf{i}),$$

где символ $Lin\{\mathbf{x},\ \mathbf{y},\ \ldots\}$ обозначает линейную оболочку векторов $\mathbf{x},\ \mathbf{y},\ \ldots$; $\perp$ — переход к ортогональному дополнению в векторном пространстве, ассоциированном с M; $\oplus$ — прямая сумма векторных пространств. Далее будем обозначать аффинное пространство и ассоциированное с ним векторное пространство одним символом.

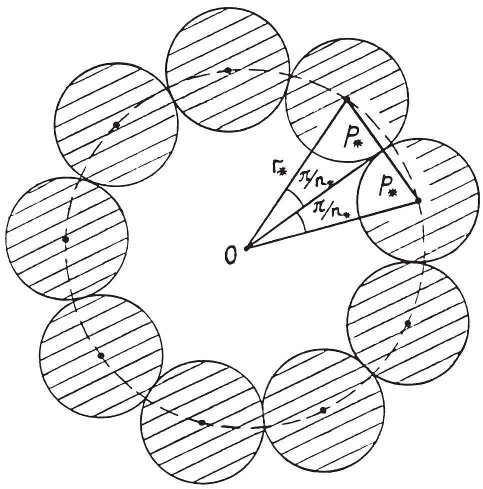

Рис. 3. Поперечное сечение луча
(показанное количество кругов — условное).

Зададим в плоскости $Lin^{\perp}\{\mathbf{i},\ \mathbf{q}_0\} \subset C_{\mathbf{q}_0}$ фигуру, состоящую из n_* штук одинаковых кругов радиуса p_*, которые касаются друг друга и центры которых располагаются вдоль окружности радиуса r_* (рис. 3). Из рисунка легко видеть, что

$$p_* = r_* \sin \frac{\pi}{n_*}. \tag{1}$$

Лучом с осью $Lin\{\mathbf{q}_0\}$ назовем трехмерный винтообразный объект в $C_{\mathbf{q}_0}$, который «заметет» данная фигура, если придать ей винтовое движение в $C_{\mathbf{q}_0}$ вдоль оси $Lin\{\mathbf{q}_0\}$. При таком движении фигуры каждая ее точка «заметет» в $C_{\mathbf{q}_0}$ некоторую винтовую линию, которую будем называть *нитью*. Уравнение нити есть обычное уравнение винтовой линии в трехмерном подпространстве $C_{\mathbf{q}_0}$. Совокупность нитей, которые порождаются всеми точками одного круга, есть та самая «толстая» винтовая линия, о которой говорилось выше; будем именовать ее *спиралью*. Луч состоит из n_* одинаковых спиралей (см. рис. 2). Примем, что все лучи вращаются вокруг своих осей с постоянной угловой скоростью o.

Частица есть совокупность лучей, введенных указанным выше образом. Движение лучей в пространстве M и их вращение происходят таким образом, что образуемая ими конструкция — частица — повторяет себя во все моменты времени, поэтому частица — недеформируемый четырехмерный объект в M.

Назовем *собственным физическим пространством* частицы трехмерную пространственноподобную гиперплоскость $\mathit{\Gamma}$, проходящую через центр частицы и ортогональную вектору $\mathbf{i}$: $\mathit{\Gamma} = Lin^{\perp}\{\mathbf{i}\}$. Сечение частицы гиперплоскостью $\mathit{\Gamma}$ будем именовать *центральным сечением* частицы.

Если трактовать (в грубом приближении) фигуру на рис. 3 как круговое кольцо ширины $2p_*$, то тогда центральное сечение частицы можно представлять себе в виде сферической оболочки в $\mathit{\Gamma}$ со срединным радиусом r_* и полутолщиной p_*. Можно показать, что в таком, грубом, приближении внешней границей частицы в M служит (псевдо)сфера радиуса $r_* + p_*$ с центром в центре частицы. Это — линейчатая гиперповерхность, аналогичная однополостному гиперболоиду в трехмерном собственно евклидовом пространстве. Она имеет изотропные образующие и изотропный (световой) асимптотический конус. Поскольку внешняя граница частицы близка к сфере, сама частица может рассматриваться как шар в M.

3. Законы движения частицы. Момент количества движения луча $\bar{K}_*$ может быть вычислен как момент количества движения фигуры (см. рис. 3), вращающейся с угловой скоростью o (при условии, что каждый из составляющих ее кругов имеет массу, равную массе спирали m_*). С учетом (1) имеем:

$$\left|\bar{K}_*\right| = n_* m_* \left|o\right| \, r_*^2 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{p_*}{r_*}\right)^2\right] = n_* m_* \left|o\right| \, r_*^2 \left[1 + \frac{1}{2}\sin^2\left(\frac{\pi}{n_*}\right)\right]. \qquad (2)$$

Интегрирование псевдовектора $\bar{K}_*$ по всем лучам дает *спин* частицы $\bar{K}$.

Каждому элементу нити поставим в соответствие бивектор $\mathbf{q}\,\mathbf{j} - \mathbf{j}\,\mathbf{q}$, где $\mathbf{q}$ — орт касательной к нити, $\mathbf{j}$ — скорость элемента (определяемая как производная вектора перемещения элемента по натуральному параметру на мировой линии). Интегрирование этого бивектора по тем расположениям частицы в M, при которых нити проходят через точку x, дает тензор электромагнитного поля в x.

Рассмотрим *уравнение движения* частицы:

$$\frac{d}{dl}\langle\mathbf{q}\rangle = \frac{e}{m_e c^2}\,\langle F\cdot\mathbf{q}\rangle, \qquad (3)$$

где l — натуральный параметр на мировой линии (собственное время частицы); $\langle\ldots\rangle$ — усреднение по центральному сечению частицы; e, m_e — заряд и масса электрона; c — скорость света; F — тензор электромагнитного поля.

Из (3) следует, что при действии на частицу магнитного поля $\bar{H}$ частица приходит во вращение с угловой скоростью

$$\bar{\omega} = -\,(g/2)\,\frac{e}{m_e c}\,\bar{H} \approx -1,0011640\,\frac{e}{m_e c}\,\bar{H},$$

где дробная часть коэффициента $g/2$ обусловлена *самодействием* частицы (g — множитель Ланде; $\bar{\omega}$, $\bar{H}$ — псевдовекторы в $\mathit{\Gamma}$). Вытекающее отсюда значение величины $g/2$ совпадает с экспериментальным значением $1,0011597$ с точностью $5\cdot10^{-6}$.

Модель приводит к новому определению *постоянной тонкой структуры* α:

$$\alpha^{-1} = n_* \left[1 + \frac{1}{2} \sin^2\left(\frac{\pi}{n_*}\right)\right], \tag{4}$$

где справа стоит безразмерная величина, входящая в формулу (2). При $n_* = 137$ из (4) имеем $\alpha \approx 0,0072973518$, что отличается от экспериментального значения $0,0072973531$ на относительную величину, меньшую $2 \cdot 10^{-7}$. Ранее в физике константа α вводилась только как комбинация других фундаментальных констант.

Согласно настоящей модели собственная энергия электрона $m_e c^2$ есть его кинетическая энергия относительно пространства M. Половина этой энергии связана с поступательной составляющей движения лучей, другая половина — с их вращением.

Таким образом, представленная *лучистая модель электрона* верно описывает основные характеристики электрона. Эта модель соединяет в одном объекте обычно различаемые электрически заряженную частицу и создаваемое ею электромагнитное поле. Подход, примененный при построении данной модели, может быть использован при построении моделей других элементарных частиц. Более подробно модель представлена в книге [6].

Summary

L. S. Shikhobalov. An electron as a four-dimensional ball in the Minkowski space.

An electron is modelled as such geometry object in the Minkowski space, which has form of 4-dimensional ball and has specific structure. This object is unlimited one and it joins an electric charge and charge's electromagnetic field. The model describes the electric and magnetic fields of an arbitrary moving charge. It describes the spin and the intrinsic magnetic moment of an electron also and it gives the values of the fine structure constant and of the Lande-factor, which equal to experimental ones with high precision.

Литература

1. *Einstein A.* Zur Elektrodynamik bewegter Körper // Annalen der Physik. 1905. Band 17. S. 891. (Рус. перев.: *Эйнштейн А.* К электродинамике движущегося тела // Принцип относительности. М., 1973. С. 95–117.)

2. *Dirac P. A. M.* The Requirements of Fundamental Physical Theory // European Journal of Physics. 1984. Vol. 5. P. 65–67. (Рус. перев.: *Дирак П. А. М.* Воспоминания о необычайной эпохе. М., 1990. С. 61–65.)

3. Физический энциклопедический словарь. М., 1983. Статья «Электрон». С. 876–877.

4. *Шихобалов Л. С.* Новый взгляд на электродинамику // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 1997. Вып. 3 (№ 15). С. 109–114.

5. *Шихобалов Л. С.* О строении физического вакуума // Вестн. С.-Петербург. ун-та. Сер. 1. 1999. Вып. 1 (№ 1). С. 118–129.

6. *Шихобалов Л. С.* Лучистая модель электрона. СПб.: Изд-во С.-Петерб. ун-та, 2005. 230 с.

Статья поступила в редакцию 22 марта 2005 г.