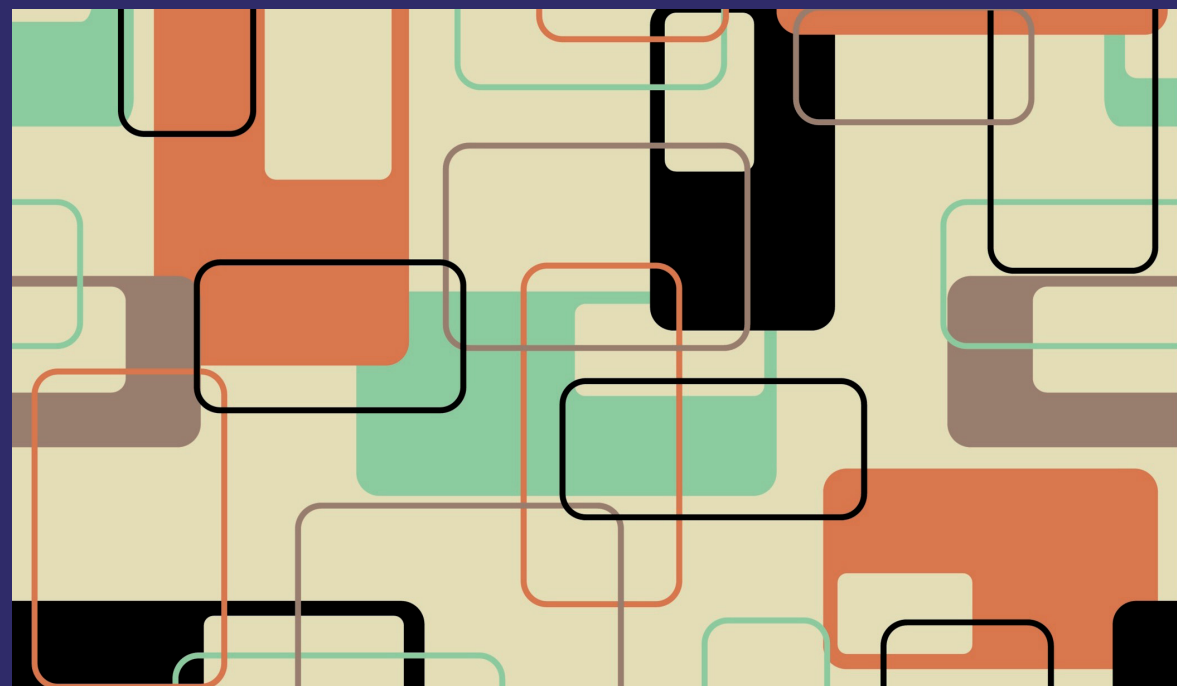


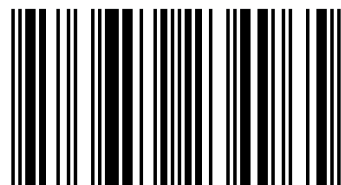
Обоснована возможность альтернативы релятивистской теории – замены преобразований Лоренца гиперболическими вращениями пространства-времени. Показано, что псевдоевклидовость преобразований физических величин при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой является аспектом «абсолютного» и евклидова пространства-времени. На основе релятивистского обобщения закона обратных квадратов сформулирована релятивистская динамика прямого межчастичного взаимодействия. Построена релятивистская динамика частицы в силовом поле. Для демонстрации формализма решены несколько задач. В частности показано, что взаимодействие параллельных токов есть релятивистское кулоновское взаимодействие зарядов проводников, что соответствует эксперименту. В предлагаемом формализме естественным образом вводится аналог спина как трехмерный вектор ориентации частицы в ее системе отсчета. Работа может представлять интерес для специалистов в области релятивистских теорий, студентов старших курсов и аспирантов профильных специальностей, а также для «продвинутых неспециалистов», интересующихся основаниями теории относительности.

Теория относительности без парадоксов



Николай Прилепских

Прилепских Николай Николаевич, ТГУ (Томск, 1975), к. ф.-м. н. Область интересов – релятивистские теории, логические и формальные основы естествознания.



978-3-659-23496-5

Прилепских

Николай Прилепских

Реликтовый фон, относительность, динамика, спин

Альтернатива СТО

 **LAMBERT**
Academic Publishing

Николай Прилепских

Реликтовый фон, относительность, динамика, спин

Николай Прилепских

**Реликтовый фон,
относительность, динамика,
спин**

Альтернатива СТО

LAP LAMBERT Academic Publishing

Impressum / Выходные данные

Bibliografische Information der Deutschen Nationalbibliothek: Die Deutsche Nationalbibliothek verzeichnet diese Publikation in der Deutschen Nationalbibliografie; detaillierte bibliografische Daten sind im Internet über <http://dnb.d-nb.de> abrufbar.

Alle in diesem Buch genannten Marken und Produktnamen unterliegen warenzeichen-, marken- oder patentrechtlichem Schutz bzw. sind Warenzeichen oder eingetragene Warenzeichen der jeweiligen Inhaber. Die Wiedergabe von Marken, Produktnamen, Gebrauchsnamen, Handelsnamen, Warenbezeichnungen u.s.w. in diesem Werk berechtigt auch ohne besondere Kennzeichnung nicht zu der Annahme, dass solche Namen im Sinne der Warenzeichen- und Markenschutzgesetzgebung als frei zu betrachten wären und daher von jedermann benutzt werden dürften.

Библиографическая информация, изданная Немецкой Национальной Библиотекой. Немецкая Национальная Библиотека включает данную публикацию в Немецкий Книжный Каталог; с подробными библиографическими данными можно ознакомиться в Интернете по адресу <http://dnb.d-nb.de>.

Любые названия марок и брендов, упомянутые в этой книге, принадлежат торговой марке, бренду или запатентованы и являются брендами соответствующих правообладателей. Использование названий брендов, названий товаров, торговых марок, описаний товаров, общих имён, и т.д. даже без точного упоминания в этой работе не является основанием того, что данные названия можно считать незарегистрированными под каким-либо брендом и не защищены законом о брендах и их можно использовать всем без ограничений.

Coverbild / Изображение на обложке предоставлено: www.ingimage.com

Verlag / Издатель:

LAP LAMBERT Academic Publishing

ist ein Imprint der / является торговой маркой

AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG

Heinrich-Böcking-Str. 6-8, 66121 Saarbrücken, Deutschland / Германия

Email / электронная почта: info@lap-publishing.com

Herstellung: siehe letzte Seite /

Напечатано: см. последнюю страницу

ISBN: 978-3-659-23496-5

Copyright / АВТОРСКОЕ ПРАВО © 2012 AV Akademikerverlag GmbH & Co. KG

Alle Rechte vorbehalten. / Все права защищены. Saarbrücken 2012

Моей маме – за понимание и терпение

СОДЕРЖАНИЕ

Введение. СТО: история и современность.....	4
1. Анизотропия реликтового излучения и наблюдательная астрофизика....	8
2. Нерелятивистский эффект Доплера для точечного источника.....	13
2.1. Нерелятивистский эффект Доплера для равномерного движения источника и приемника.....	13
2.2. Эффект Доплера при неравномерном движении источника и приемника.....	16
3. Замечания к математической модели эксперимента Майкельсона- Морли.....	17
4. Сигнал с конечной скоростью: кинематика относительности на евклидовой плоскости (x,t)	23
4.1. Постановка задачи.....	23
4.2. Движение наблюдателей со скоростью $ V < c$	25
4.3. Движение наблюдателей со скоростью $W \in (-\infty, -c) \cup (c, +\infty)$	29
4.4. Композиция преобразований $A(V)$ (группа L_c).....	30
4.5. Композиция преобразований $A(V)$ (группа L_c) и $B(W)$ (группа L_c).....	33
4.6. Наблюдатель и волновой процесс.....	34
4.7. Заключение.....	36
5. Геометрия пространства-времени и кинематика инерциальных систем отсчета.....	37
5.1. Пространство-время Галилея.....	37
5.2. Евклидово пространство-время.....	39
5.3. Заключение.....	44
6. Пространство, время, движение, относительность.....	46
6.1. Введение.....	46
6.2. Движение частиц.....	48
6.3. Нерелятивистское и релятивистское описание движения частиц.....	50
6.4. Решение системы уравнений (7а) – (7г).....	54
6.5. Заключение.....	55
7. Относительность в евклидовом пространстве-времени. Релятивистская кинематика частиц.....	57
7.1. Введение.....	57
7.2. Новые факты и СТО.....	57
7.3. Кинематические аналогии пространства-времени в кинематике частиц.....	59

7.4. Кинематика массивных точечных частиц: образование комплекса.....	62
7.5. Кинематика массивных точечных частиц: распад комплекса.....	64
7.6. Заключение.....	65
8. Релятивистская динамика точечных частиц в евклидовом пространстве-времени.....	66
8.1. Введение.....	66
8.2. Релятивистская динамика бесструктурной точечной частицы.....	67
8.3. Релятивистское обобщение закона Кулона и закона всемирного тяготения.....	70
8.4. Приложения и эксперимент.....	71
8.5. Заключение.....	73
9. Релятивистская динамика частицы в силовом поле.....	75
9.1. Введение.....	75
9.2. Ограничения на возможный вид силы.....	75
9.3. 4-вектор силы для точечной частицы в силовом поле.....	77
9.4. Уравнения силового поля.....	80
9.5. Заключение.....	81
10. Релятивистская проблема Кеплера в евклидовом пространстве-времени.....	83
10.1. Введение: терминология и обозначения.....	83
10.2. Гравитационное взаимодействие частицы с точечным центром.....	84
10.3. Смещение перигелия Меркурия.....	87
11. Закон Кулона и взаимодействие токов.....	91
11.1. Введение.....	91
11.2. Электрическое взаимодействие параллельных токов.....	92
11.3. Релятивистское взаимодействие электрически нейтральных тел.....	94
12. Релятивистская динамика ориентируемой точечной частицы.....	97
12.1. Введение.....	97
12.2. Постановка задачи.....	97
12.3. Релятивистская проблема Кеплера для ориентируемых частиц.....	99
12.4. Ориентируемая заряженная частица в магнитном поле.....	101
12.5. Обсуждение.....	101
Заключительные замечания.....	103
Приложение 1. Краткая ретроспектива становления СТО.....	105
A brief review	106

СПЕЦИАЛЬНАЯ ТЕОРИЯ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ: ИСТОРИЯ И СОВРЕМЕННОСТЬ

«... там, где кричат, там истинной науки нет, ибо истина имеет одно единственное решение, и когда оно оглашено, спор прекращается навсегда. И если спор возникает снова и снова, то эта наука – лживая и путаная, а не возродившаяся [на новой основе] достоверность...» [1, с. 9].

Специальная теория относительности (СТО), безусловно, является одним из мировоззренческих и формальных оснований современной физики. Однако, несмотря на это, более столетия не утихают дискуссии относительно принципов и интерпретации СТО [2-13].

Большинство homo sapiens, пытающихся серьезно отнестись к изучению физики или работе в ней в качестве профессионала, не может не натолкнуться на интеллектуальный барьер в виде СТО.

С одной стороны – 9 и более знаков после запятой: сверхтонкое расщепление, лэмбовский сдвиг, ускорители, релятивистская теория элементарных частиц, космология.

С другой стороны – невразумительные и противоречащие здравому смыслу: мистическое постоянство скорости света во всех инерциальных системах отсчета; замедление времени в движущейся системе отсчета, которое следует из одних авторитетных источников [14, с. 18 и 23], и объяснение того, почему это не так из других [15, с. 63]; декларация отсутствия выделенных систем отсчета, при том, что Солнечная система движется относительно системы отсчета, в которой изотропен реликтовый фон, со скоростью порядка 400 км/с в направлении созвездия Льва [16, с. 352], а также иные попытки «популярной» интерпретации теории относительности.

Автор не намерен тратить время читателя на этот неконструктивный перечень – достаточно в любой поисковой системе в интернет набрать «специальная теория относительности», чтобы получить спектр мнений неравнодушного сообщества относительно предмета.

Открытие реликтового излучения и установление факта его анизотропии поставило перед СТО новые вопросы: в парадигму физики возвратилось абсолютное движение – движение относительно выделенной системы отсчета, а скорость света низведена до параметра процесса распространения электромагнитного возмущения.

Однако прошедшие с этого времени десятилетия практически никак не сказались ни на принципах, ни на изложении, ни на технике применений СТО. Предлагаемый вниманию читателей цикл статей – результат искреннего желания автора попытаться разобраться в очерченном круге вопросов, так как принять сложившееся в нем положение вещей «на веру» автор так и не смог.

Последовательность представления результатов такова.

В работе «**Анизотропия реликтового излучения и наблюдательная астрофизика**» [17] исходя из того, что электромагнитное излучение является

обычным волновым процессом, сформулировано условие определения расстояний до светящихся астрономических объектов с помощью спектроскопических измерений.

Следующая работа **«Нерелятивистский эффект Доплера для точечного источника»** стала естественным шагом при рассмотрении относительного движения. Элементарными средствами получен результат, обобщающий множество частных случаев.

Критический анализ оригинальной работы Майкельсона-Морли, оказавшей заметное влияние на формирование концепции относительности, представлен в работе **«Замечания к математической модели эксперимента Майкельсона-Морли»**. Оказалось, что «отрицательный» результат эксперимента мог быть объяснен в том же 1881 г. – он оказался следствием кинематического эффекта: набег фазы между двумя точками («плечо»), движущимися относительно среды – переносчика колебаний с одинаковыми скоростями не зависит от ориентации «плеча» относительно вектора скорости.

Автор не мог не обойти вниманием вопросы «синхронизации», результатом чего стала работа **«Сигнал с конечной скоростью: кинематика относительности на евклидовой плоскости (x,t) »**. Выход за рамки эффекта Доплера позволил сделать несколько нетривиальных наблюдений. В частности оказалось, что представление псевдоевклидовых вращений пространства-времени в виде Лоренца являются аспектом «абсолютного» и евклидова пространства - времени.

В работе **«Геометрия пространства-времени и кинематика инерциальных систем отсчета»** гиперболические вращения пространственно-временных интервалов в евклидовом пространстве-времени уже не предполагают наличие сигнала с конечной скоростью распространения, а у автора формируется понимание того, какой может быть одна из возможных альтернатив парадигмы СТО: «вращения» пространства-времени могут быть представлены гиперболическими функциями.

Как представляется автору, в работе **«Пространство, время, движение, относительность»** удалось достичь некоторого прогресса в построении релятивистского описания «из первых принципов».

Распространение кинематических соотношений пространства - времени на кинематику частиц осуществлено в работе **«Относительность в евклидовом пространстве-времени. Релятивистская кинематика частиц»**. Этот шаг оказался формально непротиворечивым и физически содержательным: задача формирования комплекса из двух невзаимодействующих частиц позволила интерпретировать «дефект массы» как кинетическую энергию относительного движения частиц.

На основе релятивистского обобщения закона всемирного тяготения и закона Кулона в работе **«Релятивистская динамика точечных частиц в евклидовом пространстве-времени»** сформулирована классическая (неквантовая) релятивистская динамика точечных частиц в терминах прямого межчастичного взаимодействия.

В терминах геометрической алгебры в работе **«Релятивистская динамика частицы в силовом поле»** сформулирована релятивистская динамика бесструктурной частицы в силовом поле. Для этого оказалось достаточно формальных соображений общего характера.

На примере задачи о перигелии Меркурия в работе **«Релятивистская проблема Кеплера в евклидовом пространстве-времени»** продемонстрирована техника работы в предлагаемом автором формализме. Численные оценки показали разумность полученного расчета.

При решении задачи о взаимодействии параллельных токов в работе **«Закон Кулона и взаимодействие токов»** показано, что общеизвестное взаимодействие параллельных проводников с током посредством магнитного поля может быть интерпретировано как релятивистское кулоновское взаимодействие зарядов, составляющих проводники. Кроме того, в рамках грубой модели показано, что вследствие релятивистских эффектов может иметь место взаимодействие массивных электронейтральных тел.

В работе **«Релятивистская динамика ориентируемой точечной частицы»**, исходя из естественного обобщения – наделения частицы в ее собственной системе отсчета кроме массы и заряда еще и свойством быть ориентируемой, рассмотрена релятивистская проблема Кеплера и задача о частице в магнитном поле. Усматривается некоторая аналогия вектора ориентации со спином частицы. Однако полной ясности относительно интерпретации вектора ориентации пока нет.

В Приложении представлена краткая ретроспектива становления СТО.

Автор отдает себе отчет в том, что работа далека от завершенности и совершенства изложения, но надеется, что даже в таком виде она может найти своего читателя.

Автор надеется также, что складывающиеся у него удивительной простоты и изящества представления об окружающем нас мире не является всего лишь плодом его фантазии, и что ему, хотя бы отчасти, удастся донести это до читателя.

Автор не может не принять на себя ответственность за всякого рода неизбежные погрешности, которые могут быть обнаружены в материалах данной работы, и заранее признателен за компетентную и конструктивную критику.

ЛИТЕРАТУРА

1. Да Винчи Л. Об истинной науке и ложной/ В сб. Избранные произведения. М.: Издательство АН СССР, 1955 г. 1207 с.
2. Тяпкин А.А. Об истории возникновения "Теории относительности". 2-е изд., испр. - Дубна: ОИЯИ, 2004. - 152 с.
3. Хуан С.-Б. Строгий вывод преобразований Лоренца на основе минимальных предположений. УФН, **181**, 553, 2011.
4. Малыкин Г.Б. Паралоренцевские преобразования. УФН, **179**, 285, 2009.
5. Rizzi G. et al.. Synchronization Gauges and the Principles of Special Relativity. Found. Phys **34**: 1835–87 (2005).

6. Малыкин Г.Б. О возможности экспериментальной проверки второго постулата специальной теории относительности. УФН, **174**, 801, 2004.
7. Tangherlini F.R. The velocity of light in uniformly moving frame PhD Thesis (Stanford: Stanford Univ., 1958).
8. Herrmann S. et al. Rotating optical cavity experiment testing Lorentz invariance at the 10^{-17} level. Phys. Rev. D **80** (100): 105011 (2009).
9. Antonini P. et al. Test of constancy of speed of light with rotating cryogenic optical resonators. Phys. Rev. A **71** (5): 050101 (2005).
10. Muller H. et al. Modern Michelson-Morley Experiment using Cryogenic Optical Resonators. Phys. Rev. Lett., **91**, 020401 (2003).
11. Wolf P., Petit G. Satellite test of Special Relativity using the Global Positioning System. Phys. Rev. A **56** (6): 4405–09 (1997).
12. Shamir J., Fox R. A new experimental test of special relativity. Nuov. Cim., 1969, **62B**, p.258-264.
13. Alvager T. et al. Test of the second postulate of special relativity in the GeV region. Phys. Lett. - 1964. - v. 12. –No. 3. - p. 260 -262.
14. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: ГИФМЛ, 1960. – 399 с.
15. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 563 с.
16. Зельдович Я.Б., Новиков И.Д. Строение и эволюция вселенной. – М.: Наука, 1975, 736 с.
17. Прилепских Н.Н. Известия ВУЗов, Физика, № 2 (2011).

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

1. АНИЗОТРОПИЯ РЕЛИКТОВОГО ИЗЛУЧЕНИЯ И НАБЛЮДАТЕЛЬНАЯ АСТРОФИЗИКА

С учетом существования выделенной системы отсчета, связанной с реликтовым фоном проанализирована задача – прием сигнала, испускаемого объектом. Получен алгоритм определения расстояния до удаленных объектов по результатам спектроскопических экспериментов.

Известны сложности, с которыми сопряжено измерение расстояний между объектами в космологических масштабах. В работе предлагается алгоритм определения расстояний до удаленных излучающих объектов на основе спектроскопических измерений.

Пусть в трехмерном плоском однородном и изотропном пространстве с абсолютным однородным временем относительно системы отсчета, в которой изотропен реликтовый фон (СОРФ), движутся наблюдаемый объект и наблюдатель.

Эксперимент состоит в приеме наблюдателем импульса электромагнитного излучения, испущенного источником на объекте наблюдения. На основе полученных значений параметров импульса наблюдатель оценивает параметры движения объекта. Импульс предполагается прямоугольным, в СОРФ переносится сферической волной.

Если следовать точке зрения Галилея на пространство-время, а электромагнитное излучение считать обычным волновым процессом, параметры которого определяются как природой излучения, так и свойствами среды, в которой этот процесс происходит, то придется согласиться со следующими тезисами.

Во-первых, скорость распространения фронта электромагнитного излучения в СОРФ есть константа, по крайней мере, локально и в настоящее время, т.е. ее величина не зависит от направления. Можно говорить об изотропии скорости распространения фронта электромагнитного излучения в любой системе координат в СОРФ.

Во-вторых, скорость распространения фронта волны электромагнитного излучения не зависит ни от скорости передатчика (источника), ни от скорости приемника.

В-третьих, в соответствии с представлениями Галилея относительно пространства-времени время прохождения сигналом расстояния от источника до приемника будет определяться относительной скоростью распространения фронта электромагнитного сигнала и скоростью приемника, определяемой преобразованиями Галилея. Другими словами, это время зависит от величины и направления скорости движения приемника.

Пусть для простоты, но без ограничения общности, уравнения движения объекта (индекс 0) и наблюдателя (индекс 1) в некоторой декартовой системе

координат и в той системе отсчета, в которой изотропен реликтовый фон (СОРФ), запишутся:

$$\mathbf{r}_0(t) = \mathbf{r}_{00} + \mathbf{v}_0 \cdot t, \quad (1)$$

$$\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_{10} + \mathbf{v}_1 \cdot t, \quad (2)$$

где \mathbf{r}_{00} , \mathbf{r}_{10} - начальные и $\mathbf{r}_0(t)$, $\mathbf{r}_1(t)$ - текущие координаты объекта и наблюдателя соответственно; \mathbf{v}_0 , \mathbf{v}_1 - векторы их скорости относительно выбранной системы координат в СОРФ; t – абсолютное время, темп течения которого одинаков и для объекта, и для наблюдателя.

Положение, величина и направление скорости движения наблюдателя в выбранной системе координат и в выбранной системе отсчета известны наблюдателю, а о параметрах движения объекта на этой стадии наблюдателю неизвестно ничего.

Предполагается, что антенна наблюдателя представляет собой такой набор антенн, каждая из которого в идеале имеет δ -образную диаграмму направленности, а все вместе обеспечивают покрытие достаточно большого телесного угла (в идеале 4π).

Другими словами, антенна наблюдателя, с одной стороны, принимает электромагнитное излучение, поступающее к ней в радиальном для нее направлении в достаточно большом телесном угле, а с другой - позволяет определить угловые координаты пришедшего сигнала.

В обсуждаемом эксперименте моментом времени $t=0$ для объекта удобно считать момент испускания его источником переднего фронта импульса электромагнитного излучения, а моментом времени $t=0$ для наблюдателя естественно считать момент регистрации приемником наблюдателя переднего фронта импульса электромагнитного излучения, полученного от объекта. Другой выбор начала отсчета времени сделает выкладки менее симметричными, а значит и несколько более громоздкими.

Итак, пусть в момент времени $t=0$ по собственным часам объект испускает передний фронт импульса излучения, находясь в этот момент в точке \mathbf{r}_{00} относительно координатной системы, выбранной наблюдателем, но координаты этой точки наблюдателю не известны.

Если Δt_1 - время прохождения передним фронтом импульса излучения расстояния между источником объекта и приемником наблюдателя, то значит, что начало отсчета времени у наблюдателя в данном эксперименте будет сдвинуто относительно начала отсчета времени у объекта именно на эту неизвестную величину. Но, выбрав этот момент времени за начало отсчета, наблюдатель уже может определить собственные координаты \mathbf{r}_{10} соответствующие его моменту времени $t=0$.

По истечении абсолютного времени τ_0 - длительность импульса излучения в системе отсчета объекта – импульс излучения заканчивается.

В некоторый момент времени t_2 по своим абсолютным часам наблюдатель фиксирует приход заднего фронта импульса излучения. Понятно, что если Δt_2 - время прохождения задним фронтом импульса излучения расстояния между

источником объекта и приемником наблюдателя, то в соответствии со свойствами абсолютного пространства-времени $\Delta t_2 = t_2 - \tau_0$, где τ_0 - пока неизвестная наблюдателю длительность импульса излучения в системе отсчета объекта. Для наблюдателя длительность принятого импульса электромагнитного излучения $\tau_1 = t_2 = \Delta t_2 + \tau_0$.

Определить величину τ_0 можно следующим образом. Прежде всего, необходимо отметить, что в экспериментах, подобных обсуждаемому, и частота, и длина волны электромагнитного излучения зависят от движения и источника, и приемника. Полагая, что принимаемое электромагнитное излучение изменяется во времени по гармоническому закону, инвариантом в предлагаемом эксперименте, не зависящем ни скорости источника, ни скорости от приемника, будет, в частности, количество колебаний (количество волн) какой-то компоненты поля на протяжении длительности принятого наблюдателем импульса n .

Зная частоту спектральной линии ν_0 принятого импульса в системе покоя источника, определим длительность импульса излучения в той же системе отсчета с помощью очевидного соотношения $\tau_0 = n \cdot \nu_0^{-1}$. В качестве импульса излучения удобно брать просто цуг из n штук целых длин волн излучения известной спектральной линии.

А коль скоро известны значения соответственных временных интервалов τ_1 и τ_0 , то, во-первых, без труда определится время прохождения заднего фронта импульса от источника до приемника $\Delta t_2 = \tau_1 - \tau_0$, и, во-вторых, воспользовавшись соотношением теории относительности, связывающим соответственные интервалы времени в двух системах отсчета, получим величину радиальной компоненты относительной скорости источника и приемника $\Delta v_{10} = |v_1 - v_0|_{\Delta \tau_0}$.

На этой стадии обсуждения об объекте наблюдения известны:

1) мгновенное (в момент приема заднего фронта импульса излучения) направление на него относительно вектора скорости наблюдателя в СОРФ (по ориентации приемной антенны);

2) мгновенное значение времени прохождения задним фронтом импульса излучения расстояния от источника излучения объекта до приемника наблюдателя Δt_2 в момент времени t_2 абсолютного времени по часам наблюдателя;

3) мгновенное значение радиальной компоненты относительной скорости источника и приемника (объекта и наблюдателя) Δv_{10} .

Если знать относительную скорость фронта волны электромагнитного излучения и наблюдателя в этот момент, то произведение времени прохождения Δt_2 на эту скорость даст искомое мгновенное расстояние между объектом и наблюдателем.

Для нахождения еще одного соотношения между параметрами движения объекта, запишем условие достижения задним фронтом импульса излучения антенны наблюдателя:

$$c \cdot \Delta t_2 = |\mathbf{r}_1(t_2) - \mathbf{r}_0(\tau_0)|, \quad (3)$$

где $\mathbf{r}_1(t_2) = \mathbf{r}_{10} + \mathbf{v}_1 \cdot t_2$; \mathbf{r}_{10} - координата наблюдателя в момент регистрации его приемником переднего фронта волны;

$$\mathbf{r}_0(\tau_0) = \mathbf{r}_{00} + \mathbf{v}_0 \cdot \tau_0 \quad (4)$$

- положение объекта в момент испускания его источником заднего фронта импульса излучения; а $t_2 = \tau_1 = \tau_0 + \Delta t_2$ - промежуток времени между регистрациями наблюдателем переднего и заднего фронта импульса - длительность принятого импульса излучения, регистрируемая у наблюдателя.

После перегруппировки слагаемых под знаком модуля в (3)

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_1(t_2) - \mathbf{r}_0(\tau_0) &= (\mathbf{r}_{10} + \mathbf{v}_1 \cdot t_2) - (\mathbf{r}_{00} + \mathbf{v}_0 \cdot \tau_0) = (\mathbf{r}_{10} - \mathbf{r}_{00}) + (\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0) \cdot \tau_0 + \mathbf{v}_1 \cdot (t_2 - \tau_0) = \\ &= (\Delta \mathbf{r}_0 + \Delta \mathbf{v}_{10} \cdot \tau_0) + \mathbf{v}_1 \cdot (t_2 - \tau_0) = \Delta \mathbf{r}_1 + \mathbf{v}_1 \cdot \Delta t_2 \end{aligned}$$

выражение (3) запишется:

$$c \cdot \Delta t_2 = |\Delta \mathbf{r}_1 + \mathbf{v}_1 \cdot \Delta t_2| \quad (5)$$

где $\Delta \mathbf{r}_1 = \Delta \mathbf{r}_0 + \Delta \mathbf{v}_{10} \cdot \tau_0$ - вектор относительного положения наблюдателя и объекта в момент времени $t = \tau_0$ абсолютного времени по часам объекта; $\Delta \mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_{10} - \mathbf{r}_{00}$ - вектор относительного положения наблюдателя и объекта в момент времени $t = 0$ абсолютного времени по часам объекта; $\Delta \mathbf{v}_{10} = \mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_0$ - вектор скорости наблюдателя относительно скорости объекта; $\Delta t_2 = t_2 - \tau_0$ - время прохождения сигнала - конца импульса излучения.

Чтобы решить (5) относительно Δt_2 , возведем обе части соотношения (5) в квадрат и, после приведения подобных членов, получим квадратное уравнение:

$$(c^2 - v_1^2) \cdot \Delta t_2^2 - 2 \cdot (\Delta \mathbf{r}_1, \mathbf{v}_1) \cdot \Delta t_2 - \Delta r_1^2 = 0 \quad (6)$$

Введем в рассмотрение угол α_1 между векторами $\Delta \mathbf{r}_1$ и \mathbf{v}_1 , который определяется экспериментальной установкой наблюдателя. Тогда уравнение (3) окончательно запишется:

$$(c^2 - v_1^2) \cdot \Delta t_2^2 - 2 \cdot \Delta r_1 \cdot v_1 \cdot \cos \alpha_1 \cdot \Delta t_2 - \Delta r_1^2 = 0, \quad (7)$$

где Δr_1 и v_1 - модули соответствующих векторов.

Его решение, очевидно, имеет вид:

$$\Delta t_{2\pm} = \frac{\Delta r_1}{\tilde{c}(v_1, c, \alpha_1)}, \quad (8)$$

где

$$\tilde{c}(v_1, c, \alpha_1) = \frac{c}{K_{\pm}(v_1, c, \alpha_1)}, \quad (9)$$

$$K_{\pm}(v_1, c, \alpha_1) = \frac{v_1}{c} \cdot \left(1 - \frac{v_1^2}{c^2}\right)^{-1} \cdot (\cos \alpha_1 \pm \sqrt{\frac{c^2}{v_1^2} - \sin^2 \alpha_1}). \quad (10)$$

Два корня (8) уравнения (3) соответствуют двум точкам пересечения сферы $|\mathbf{r} - \mathbf{r}_{00}(\tau_0)| = c \cdot \Delta t_2$ лучом $\mathbf{r}_1(t) = \mathbf{r}_{10} + \mathbf{v}_1 \cdot t$.

Из определения (8) - (9) следует, что $K_{\pm}^{-1}(v_1, c, \alpha_1)$ - есть относительная скорость приемника наблюдателя и фронта волны электромагнитного излучения в единицах c .

Оказалось, что промежуток времени Δt_2 определяется по довольно сложному алгоритму (8) - (10), но зависит, как и должно быть, только от одной неизвестной величины, а именно – от величины расстояния между источником излучения и приемником Δr_1 в момент $t = \tau_0$ абсолютного времени – моменту испускания источником объекта заднего фронта импульса.

Нетрудно видеть, что из (8) - (10) получаются все «крайние» случаи (берем в решении знак +):

1) если полагать, что $v_1 \ll c$, то $\Delta t_2 = \frac{\Delta r_1}{c}$;

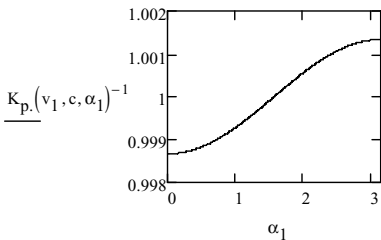
2) если $\alpha_1 = 0$ - приемник движется или к источнику, или от него, то $\Delta t_2 = \frac{\Delta r_1}{c - v_1}$ -

получается продольный эффект Доплера;

3) если $\alpha_1 = \pi/2$ - вектор скорости приемника перпендикулярен вектору относительного положения источника и приемника – получается

$\Delta t_2 = \frac{\Delta r_1}{c} \cdot (1 - \frac{v_1^2}{c^2})^{-\frac{1}{2}}$ поперечный эффект Доплера.

Выражения (9) – (10) дают искомое выражение для величины относительной скорости приемника и фронта волны электромагнитного излучения.



В качестве иллюстрации на рисунке приведена зависимость относительной скорости приемника и фронта волны электромагнитного излучения $K_+^{-1}(v_1, c, \alpha_1)$, в единицах c , от направления на источник излучения α_1 при $c = 3 \cdot 10^8$ м/с и $v_1 = 4 \cdot 10^5$ м/с.

Такое значение v_1 примерно соответствует модулю скорости Земли, а значит и наблюдателя на Земле, относительно СОРФ [1, гл. 22].

Из рисунка следует, что в зависимости от направления на объект по отношению к вектору скорости наблюдателя относительно СОРФ, относительная скорость наблюдателя и фронта волны для наблюдателя, находящегося на Земле, может иметь значение от $0,9987c$ при $\alpha_1 = 0$ до $1,0014c$ при $\alpha_1 = \pi$.

И окончательно: мгновенное значение расстояния между объектом и наблюдателем в момент времени по часам наблюдателя $t = \tau_1$ и по часам объекта $t = \tau_0$ (из (8)) равно

$$\Delta r_1 = \Delta t_2 \cdot \tilde{c}(v_1, c, \alpha_1). \quad (11)$$

Таким образом, на основе спектроскопических измерений предложен алгоритм определения расстояний до излучающих объектов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Эфирный ветер: Сб. статей /под ред. В.А. Ащоковского.-М.: Энергоатомиздат, 1993. -288 с.

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

2. НЕРЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭФФЕКТ ДОПЛЕРА ДЛЯ ТОЧЕЧНОГО ИСТОЧНИКА

Представлено нерелятивистское обобщение эффекта Доплера на случай точечного источника излучения. Из сферичности волны следует зависимость эффекта от расстояния между приемником и источником излучения. Имеет место «поперечный» эффекта Доплера. Получены соотношения между периодами излучения источника и приемника в случае их равноускоренного движения.

При необходимости учета эффекта Доплера обычно предполагается, что волновым процессом является плоская волна [1]. Однако такая постановка задачи не всегда адекватна экспериментальной ситуации, например, при рассмотрении явлений вблизи точечного источника волн. Более того, случай эффекта Доплера для случая плоской волны должен получаться как предел рассмотрения эффекта Доплера для сферической волны на больших расстояниях от точечного источника излучения. Ниже представлен расчет эффекта Доплера для точечных источника и приемника в нерелятивистском приближении.

2.1. Нерелятивистский эффект Доплера для равномерного движения источника и приемника

Пусть в однородной изотропной среде распространяется волновое (для простоты - гармоническое) возмущение со скоростью c . В этой среде движутся точечный источник сферических волн (индекс i) и точечный приемник колебаний (индекс p).

Предполагается, что и источник, и приемник движутся равномерно относительно среды. Требуется определить частоту принимаемого сигнала по известной частоте источника колебаний.

В некоторой декартовой системе координат, неподвижной относительно среды, координаты источника и приемника (оба – точечные объекты) запишутся в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{r}_i(t) &= \mathbf{r}_{i0} + \mathbf{v}_i \cdot t, \\ \mathbf{r}_p(t) &= \mathbf{r}_{p0} + \mathbf{v}_p \cdot (t - t_1), \end{aligned}$$

где $|\mathbf{r}_{p0} - \mathbf{r}_{i0}| = L$ - расстояние, которое должен пройти сигнал, испущенный источником в момент времени $t=0$ и полученный приемником через время $t_1 = L/c$.

Если T_i - период колебаний, генерируемых источником, T_p - период колебаний, регистрируемый приемником, а t_2 - время, за которое сигнал пройдет расстояние между источником, находящимся в точке с координатой $\mathbf{r}_i(T_i) = \mathbf{r}_{i0} + \mathbf{v}_i \cdot T_i$ и приемником, находящимся в точке с координатой $\mathbf{r}_p(T_p) = \mathbf{r}_{p0} + \mathbf{v}_p \cdot T_p$, то справедливы соотношения

$$t_1 + T_p = T_i + t_2, \quad (1)$$

$$t_2 = \frac{|\mathbf{r}_p(T_p) - \mathbf{r}_i(T_i)|}{c} = \frac{|\Delta \mathbf{r}_0 + \mathbf{v}_p \cdot T_p - \mathbf{v}_i \cdot T_i|}{c}, \quad (2)$$

где $\Delta \mathbf{r}_0 = \mathbf{r}_{p0} - \mathbf{r}_{i0}$.

Если из соотношений (1) и (2) исключить переменную t_2 , то получится квадратное уравнение относительно неизвестной величины T_p , решение которого – общий вид выражения, описывающего эффект Доплера – запишется:

$$T_p = a \cdot \left\{ b \cdot T_i - d \cdot \frac{L}{c} + \sqrt{d^2 \cdot \frac{L^2}{c^2} + 2 \cdot e \cdot \frac{L}{c} \cdot T_i + f \cdot T_i^2} \right\} \quad (3)$$

где

$$a = \left(1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right)^{-1}; \quad b = 1 - \frac{v_i \cdot v_p}{c^2} \cdot \cos \theta_p; \quad d = 1 - \frac{v_p}{c} \cdot \cos \theta_p;$$

$$e = \left(1 - \frac{v_i}{c} \cdot \cos \theta_i \right) \cdot \left(1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right) - \left(1 - \frac{v_p}{c} \cdot \cos \theta_p \right) \cdot \left(1 - \frac{v_i \cdot v_p}{c^2} \cdot \cos \theta_p \right);$$

$$f = \left(1 - \frac{v_i \cdot v_p}{c^2} \cdot \cos \theta_p \right)^2 - \left(1 - \frac{v_i^2}{c^2} \right) \cdot \left(1 - \frac{v_p^2}{c^2} \right);$$

v_i, v_p - модули скоростей источника и приемника; θ_i, θ_p - углы между вектором $\Delta \mathbf{r}_0$ и векторами скорости $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_p$ соответственно; θ_p - угол между векторами скорости $\mathbf{v}_i, \mathbf{v}_p$.

Физическим решениям уравнения (3) соответствует знак плюс перед корнем, что следует из полученных ниже (известных) частных случаев:

Таблица 1

№	v_i	v_p	θ_i	θ_p	θ_{ip}	T_p
1	0	0	-	-	-	$T_p = T_i$
2	v	v	θ	θ	0	$T_p = T_i$
3	v_i	v_p	0	0	0	$T_p = \frac{1 - v_i/c}{1 - v_p/c} \cdot T_i$
4	v_i	v_p	π	0	π	$T_p = \frac{1 + v_i/c}{1 - v_p/c} \cdot T_i$
5	v_i	v_p	0	π	π	$T_p = \frac{1 - v_i/c}{1 + v_p/c} \cdot T_i$
6	v_i	v_p	π	π	0	$T_p = \frac{1 + v_i/c}{1 + v_p/c} \cdot T_i$
7	v_i	0	θ_i	-	-	$T_p = T_i - \frac{L}{c} + \frac{1}{c} \cdot \sqrt{L^2 - 2 \cdot L \cdot (v_i \cdot T_i) \cdot \cos \theta_i + (v_i \cdot T_i)^2}$
7а	v_i	0	0	-	-	$T_p = (1 - v_i/c) \cdot T_i$
7б	v_i	0	π	-	-	$T_p = (1 + v_i/c) \cdot T_i$
7в	v_i	0	$\frac{\pi}{2}$	-	-	$T_p = T_i - \frac{L}{c} + \frac{1}{c} \cdot \sqrt{L^2 + (v_i \cdot T_i)^2} \approx T_i + \frac{c}{2 \cdot L} \cdot \frac{v_i^2}{c^2} \cdot T_i^2$, при $L \gg v_i \cdot T_i$

7Г	v_i	0	θ_i	-	-	$T_p = \left(1 - \frac{v_i}{c} \cdot \cos \theta_i\right) \cdot T_i$, при $L^2 \gg (v_i \cdot T_i)^2$
8	0	v_p	-	θ_p	-	$T_p = a \cdot \left(T_i - d \cdot \frac{L}{c} + \sqrt{d^2 \cdot \frac{L^2}{c^2} + 2 \cdot \left(\cos \theta_p - \frac{v_p}{c} \right) \cdot \frac{L}{c} \cdot \frac{v_p}{c} \cdot T_i + \left(\frac{v_p}{c} \cdot T_i \right)^2} \right)$
8а	0	v_p	-	0	-	$T_p = \frac{1}{1 - v_p/c} \cdot T_i$
8б	0	v_p	-	π	-	$T_p = \frac{1}{1 + v_p/c} \cdot T_i$
8в	0	v_p	-	$\frac{\pi}{2}$	-	$T_p = a \cdot \left(T_i - \frac{L}{c} + \sqrt{\frac{L^2}{c^2} - 2 \cdot \frac{L}{c} \cdot \left(\frac{v_p}{c} \right)^2} \cdot T_i + \left(\frac{v_p}{c} \right)^2 \cdot T_i^2 \right)$
8г	0	v_p	-	θ_p	-	$T_p \approx a \cdot \left(1 + \frac{\cos \theta_p - \frac{v_p}{c}}{1 - \frac{v_p}{c} \cdot \cos \theta_p} \cdot \frac{v_p}{c} \right) \cdot T_i \approx a \cdot \left(1 + \frac{v_p}{c} \cdot \cos \theta_p \right) \cdot T_i$, $L \gg v_i \cdot T_i$

Предельные переходы соотношения (3), описывающего в эффект Доплера для точечных источника и приемника в нерелятивистском приближении, показывает, что

1. часто используемые частные соотношения (строки таблицы 3-6, 7а-7б, 8а-8б), описывающие эффект Доплера для случая относительного движения источника и приемника по одной прямой, являются точными;
2. попытка учесть иное относительное движение источника и приемника введением тригонометрического множителя к величине относительной скорости, как следует из 7г, 8г, является приближением, допустимость которого не всегда очевидна;
3. при произвольных углах скоростей источника и приемника относительно прямой их соединяющей, эффект Доплера является нетривиальной функцией относительного расстояния L , и только при $L \rightarrow \infty$ асимптотически $T_p \rightarrow T_i$;
4. как при $v_p = 0$, $\theta_i = \pi/2$ (см. 7в), так и при $v_i = 0$, $\theta_p = \pi/2$ (см. 8в) имеет место поперечный эффект Доплера;
5. Эффект Доплера в общем случае относительного движения источника и приемника, как следует из (3), не сводится к произведению эффектов «у источника» и «у приемника», как это получается в частных случаях (строки 3 – 6 таблицы).

Нетривиальными обобщениями проведенного рассмотрения эффекта Доплера, будут неравномерное движение источника и приемника и релятивистское рассмотрение эффекта Доплера.

2.2. Эффект Доплера при неравномерном движении источника и приемника

В общем случае (неравномерного) движения источника и приемника эффект Доплера, очевидно, становится нестационарным: даже при фиксированной частоте источника сигнала, в общем случае, от времени будут зависеть и частота возмущения среды в ее собственной системе отсчета, и частота принятого приемником сигнала. Следовательно, описание нестационарного эффекта Доплера будет решением волнового уравнения с движущимися источником и приемником. Эта задача – предмет отдельного рассмотрения.

Существенное упрощение описания эффекта Доплера при неравномерном движении источника и приемника достигается в квазистатическом («адиабатическом») приближении – при «медленном» изменении скоростей источника и приемника: характерное время изменения скоростей источника $\tau_i = v_i / (dv_i/dt)$ и приемника $\tau_p = v_p / (dv_p/dt)$ должно быть много больше большего из промежутков времени T_i , T_p и $\tau \sim L/c$, где L - расстояние, которое должен преодолеть сигнал, испущенный источником, чтобы достичь приемника.

В этом приближении эффект Доплера описывается соотношением (3) с той поправкой, что в качестве скоростей источника v_i и приемника v_p следует использовать соответствующие мгновенные скорости.

В качестве иллюстрации ниже представлено соотношение, описывающее эффект Доплера для частного случая неравномерного движения – равноускоренного движения источника и приемника параллельно оси x , полученное в соответствии с описанным выше алгоритмом:

$$T_p = \frac{2 \cdot (c - v_{p0}) \cdot T_i - a_i \cdot T_i^2}{\sqrt{(c - v_{p0})^2 - 2 \cdot a_p \cdot L_0} + \sqrt{(c - v_{p0})^2 - 2 \cdot a_p \cdot (L_0 + (c - v_{i0}) \cdot T_i) + a_i \cdot a_p \cdot T_i^2}} \quad (4)$$

где v_{i0} , v_{p0} - начальные скорости, а L_0 - расстояние между источником и приемником в момент времени $t = 0$, a_i , a_p - ускорения источника и приемника.

Нетрудно видеть, что при $a_i = a_p = 0$ из (4) следуют известные соотношения для эффекта Доплера в случае равномерного движения источника и приемника (строки 3 – 6 таблицы).

Релятивистское обобщение проведенного рассмотрения сведется к пересчету пространственно-временного «интервала» у приемника к «интервалу» у источника (наблюдателя).

ЛИТЕРАТУРА

1. Тонелла М.-А. Основы электромагнетизма и теории относительности. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962, 484 с.

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

3. ЗАМЕЧАНИЯ К МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ЭКСПЕРИМЕНТА МАЙКЕЛЬСОНА-МОРЛИ

В работе показано, что «отрицательный» результат эксперимента Майкельсона - Морли является чисто кинематическим эффектом.

Эксперимент Майкельсона – Морли (1881 г.), послуживший эмпирической основой гипотезы Фитцджеральда - Лоренца о сокращении размеров тел в направлении их движения [1,2], и вошедший в специальную и учебную литературу как классический эксперимент, оказавшийся одним из оснований и подтверждающий справедливость СТО, в ретроспективе не представляется столь уж существенным фактором в становлении СТО. СТО является достаточно очевидным следствием концепции близкодействия и требования выполнения постулатов группы для преобразования физических величин при переходе между инерциальными системами отсчета, где групповым параметром является скорость.

Тем не менее, до настоящего времени эксперименты с интерферометром Майкельсона обсуждаются и в учебной [3], и в специальной литературе [4,5].

С точки зрения современных представлений (СТО, факт существования и дипольная анизотропия реликтового фона, с которым естественным образом связывается выделенная система отсчета для электромагнитного излучения в околоземном пространстве), на наш взгляд, остаются неясности в постановке и интерпретации экспериментов с интерферометром Майкельсона. Некоторые из них таковы.

Прежде всего, даже при скорости Солнечной системы относительно системы отсчета, в которой изотропен реликтовый фон, порядка 400 км/с, это движение с точностью $\sim 10^{-3}$ является нерелятивистским. Другими словами, нерелятивистское приближение, при описании эксперимента с интерферометром Майкельсона, с высокой степенью точности должно давать правильный результат. Однако, для согласования гипотезы относительно поведения лучей в двух взаимно перпендикулярных направлениях с результатами эксперимента, Фитцджеральд, а затем и Лоренц, высказывают новую радикальную гипотезу относительно изменения продольных размеров движущихся тел [2]. В современных терминах это означает, что для описания нерелятивистской системы, которую не удалось интерпретировать в нерелятивистских терминах, привлекаются релятивистские представления. Такой выход из сложившегося положения представляется не вполне убедительным.

Далее, экспериментами с электромагнитным излучением, не предполагающими прохождения излучения во взаимно противоположных направлениях, установлены скорость и направление движения Солнечной системы относительно выделенной для электромагнитного излучения системы

отсчета, связанной с реликтовым фоном. Однако это движение не выявляется столь высокочувствительным прибором как интерферометр Майкельсона.

И, наконец, не вполне понятно то, почему интерпретаторы эксперимента, не зная истинных параметров движения интерферометра относительно среды-переносчика излучения, осуществляли оценку разности хода лучей «по» и «перпендикулярно» направлению движения интерферометра.

Логически допустимым представляется предположение о том, что гипотеза о результате эксперимента с интерферометром Майкельсона, основанная на расчете запаздывания лучей, сориентированных по направлению движения интерферометра и перпендикулярно ему, является ошибочной. Ниже представлены аргументы, обосновывающие данное предположение.

Схематически эксперимент с интерферометром Майкельсона представлен на Рис. 1. Здесь s - источник света, A - полупрозрачное зеркало, сориентированное под углом 45° к падающему лучу sA_1 , чтобы обеспечить перпендикулярность плеч интерферометра. Плечо интерферометра L_1 расположено по направлению падающего излучения, а плечо L_2 - перпендикулярно ему. Зеркала B и C отражают падающие на них лучи.

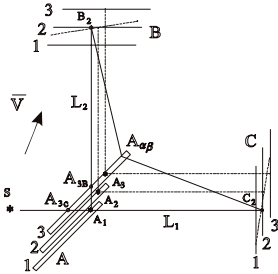


Рис. 1

Прямоугольная система координат выбрана, например, следующим образом: начало координат - в геометрическом центре падающего луча на полупрозрачном зеркале A в точке A_1 , ось x направлена по параллели географического положения интерферометра на восток, ось y - по меридиану на север, ось z - перпендикулярно плоскости (x, y) в зенит. В качестве системы отсчета выбрана система отсчета среды переносчика излучения.

Пусть интерферометр движется поступательно относительно среды - переносчика излучения с некоторой скоростью V . В сферических координатах в выбранной системе координат - $V(V, \Theta, \Phi) = V \cdot (\sin \Theta \cdot \cos \Phi \cdot \mathbf{i} + \sin \Theta \cdot \sin \Phi \cdot \mathbf{j} + \cos \Theta \cdot \mathbf{k})$, где V - модуль скорости, Θ и Φ - полярный и азимутальный углы, $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ - орты декартовой системы координат.

Пусть сначала зеркала B и C сориентированы строго перпендикулярно предполагаемому направлению распространения сигналов в плече L_2 и L_1 соответственно, а вектор скорости интерферометра относительно среды - переносчика излучения находится в общем положении относительно плеч интерферометра.

На Рис. 1 представлены три положения зеркал интерферометра в три последовательных момента времени.

Положение зеркал, обозначенное цифрой 1, соответствует моменту времени t_1 испускания источником света, с центром в точке A_1 , импульса

излучения вдоль плеча L_1 в направлении зеркала C и вдоль плеча L_2 в направлении зеркала B .

Положение зеркал, обозначенное цифрой 2, соответствует моменту времени t_2 , когда сигналы в плечах интерферометра достигли отражающих зеркал (точки B_2 на зеркале B и точки C_2 на зеркале C). Тем, что эти моменты времени могут отличаться, как станет ясно из дальнейшего – не существенно.

И, наконец, положение, обозначенное цифрой 3, соответствует моменту времени, когда лучи, отразившись от зеркал B и C , вновь оказались на поверхности полупрозрачного зеркала A в точках B_3 и C_3 соответственно.

Точками A_1, A_2, A_3 отмечены последовательные положения в пространстве геометрического центра «пятна» источника излучения на поверхности зеркала A в последовательные моменты времени t_1, t_2, t_3 - последовательные положения начала координат, связанного с интерферометром.

Очевидно, что (Рис. 1):

во-первых, компонента скорости интерферометра параллельная плечу определяет величину эффекта Доплера и «эффективную» длину плеча (оптическую длину пути), а перпендикулярная плечу компонента скорости – величину абберации луча в плече;

во-вторых, излучение в плечах интерферометра проходят пути, зависящие от ориентации плеч интерферометра относительно вектора его скорости: в плече L_1 пройденный путь $A_1C_2A_{3C}$, а в плече L_2 пройденный путь будет $A_1B_2A_{3B}$;

в-третьих, лучи испытают различную абберацию: в плече L_1 абберация A_3A_{3C} , а в плече L_2 абберация A_3A_{3B} ;

в-четвертых, для получения интерференционной картины необходимо свести лучи в одну область поверхности зеркала A , для чего необходимо изменить ориентацию или одного, или обоих отражающих зеркал;

в-пятых, различие величины проекции скорости интерферометра на его плечи приведут к тому, что вследствие эффекта Доплера, частоты колебаний в плечах, а, следовательно, и длины волн излучения в плечах интерферометра будут различными.

Если плечи интерферометра сориентированы так, что первое плечо, находясь в плоскости (x, y) , повернуто относительно оси x на угол φ (второе плечо также расположено в плоскости (x, y) и перпендикулярно первому плечу), то их единичные векторы примут вид:

$$\mathbf{L}_1(\varphi) = \cos \varphi \cdot \mathbf{i} + \sin \varphi \cdot \mathbf{j}, \quad (1a)$$

$$\mathbf{L}_2(\varphi) = -\sin \varphi \cdot \mathbf{i} + \cos \varphi \cdot \mathbf{j}. \quad (1б)$$

Проекции вектора \mathbf{V} на плечи интерферометра запишутся

$$V_{\parallel i} = (\mathbf{V}, \mathbf{L}_i) \cdot \mathbf{L}_i,$$

а их модули, соответственно,

$$V_{\parallel 1} = V \cdot \sin \Theta \cdot \cos(\Phi - \varphi), \quad (2a)$$

$$V_{\parallel 2} = V \cdot \sin \Theta \cdot \sin(\Phi - \varphi). \quad (2б)$$

Если L_0 - длина плеча интерферометра, то время прохождения сигналов $\tau_{A_1C_2}$ и $\tau_{A_1B_2}$ от точки A_1 до точек C_2 и B_2 соответственно, запишутся:

$$\tau_{A_1C_2} = L_0/c \cdot (1 - V_{\parallel}/c)^{-1}, \quad (3a)$$

$$\tau_{A_1B_2} = L_0/c \cdot (1 - V_{2\parallel}/c)^{-1}, \quad (3б)$$

а оптические длины путей - A_1C_2 и A_1B_2 -

$$L_{A_1C_2} = L_0 \cdot (1 - V_{\parallel}/c)^{-1}, \quad (4a)$$

$$L_{A_1B_2} = L_0 \cdot (1 - V_{2\parallel}/c)^{-1}, \quad (4б)$$

где c – скорость света.

Отраженные от зеркал C и B лучи сведем на поверхности полупрозрачного зеркала A изменением ориентации обоих зеркал C и B . «Вращения» зеркал будут осуществляться вокруг точек «прицеливания» C_2 и B_2 , что обеспечит корректность определения оптических длин пути $L_{A_1C_2}$ и $L_{A_1B_2}$.

Рассмотрим сначала луч, отраженный от зеркала C . Для определения положения точки «сведения» $A_{\alpha\beta}$ отраженных лучей в плоскости полупрозрачного зеркала A в момент времени t_3 , на его поверхности в этот момент времени зададим систему координат.

Началом системы координат в плоскости зеркала A выбрана точка A_3 , получившаяся смещением на вектор $\mathbf{V} \cdot (\tau_{A_1C_2} + \tau_{C_2A_{\alpha\beta}})$ начала исходной системы координат, где $\tau_{C_2A_{\alpha\beta}}$ - время прохождения сигналом расстояния $C_2A_{\alpha\beta}$.

В качестве осей координат прямоугольной системы координат удобно выбрать два единичных вектора. Первый, \mathbf{n}_A , определяет биссектрису угла между плечами интерферометра, параллелен плоскости интерферометра и лежит в плоскости зеркала A

$$\mathbf{n}_A = \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \mathbf{i} + \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{4}\right) \cdot \mathbf{j}, \quad (5)$$

а второй – вектор \mathbf{k} исходной декартовой системы координат. Символом α будет обозначаться координата вдоль вектора \mathbf{n}_A , а символом β - координата вдоль вектора \mathbf{k} .

Теперь можно получить соотношение для определения $\tau_{C_2A_{\alpha\beta}}$ - времени прохождения сигнала от точки C_2 до точки $A_{\alpha\beta}$.

Действительно, образуем векторную сумму

$$\mathbf{L}_{C_2A_{\alpha\beta}} = \mathbf{L}_{A_1A_{\alpha\beta}} - L_{A_1C_2} \cdot \mathbf{L}_1, \quad (6)$$

где

$$\mathbf{L}_{A_1A_{\alpha\beta}} = \mathbf{V} \cdot (\tau_{A_1C_2} + \tau_{C_2A_{\alpha\beta}}) + \alpha \cdot \mathbf{n}_A + \beta \cdot \mathbf{k}, \quad (6.1)$$

$\mathbf{L}_{C_2A_{\alpha\beta}}$ и $\mathbf{L}_{A_1A_{\alpha\beta}}$ - векторы, соединяющие точки C_2 , $A_{\alpha\beta}$ и A_1 , $A_{\alpha\beta}$ соответственно.

Возводя обе части (6) в квадрат, и учитывая, что $|\mathbf{L}_{C_2A_{\alpha\beta}}| = c \cdot \tau_{C_2A_{\alpha\beta}}$, получаем квадратное уравнение относительно $\tau_{C_2A_{\alpha\beta}}(\varphi, \alpha, \beta)$. Аналогично получается

уравнение относительно $\tau_{B_2 A_{оп}}(\varphi, \alpha, \beta)$. Интересующие нас интервалы времени запишутся:

$$\tau_{ACA}(\varphi, \alpha, \beta) = \tau_{A_{C_2}}(\varphi) + \tau_{C_2 A_{оп}}(\varphi, \alpha, \beta), \quad (7a)$$

$$\tau_{ABA}(\varphi, \alpha, \beta) = \tau_{A_{B_2}}(\varphi) + \tau_{B_2 A_{оп}}(\varphi, \alpha, \beta). \quad (7б)$$

В общем виде решение выглядит довольно громоздко. В частном случае $\alpha = \beta = 0$ решение $\tau_{C_2 A_{оп}}(\varphi, \alpha, \beta)$ для плеча AC имеет вид:

$$\tau_{C_2 A_{оп}} = \frac{V^2 \cdot \tau_{A_{C_2}} - L_{A_{C_2}} \cdot V_{\parallel}}{c^2 - V^2} + \frac{c}{c^2 - V^2} \cdot \sqrt{\left(1 - \frac{V^2 - V_{\parallel}^2}{c^2}\right) \cdot L_{A_{C_2}}^2 - 2 \cdot L_{A_{C_2}} \cdot V_{\parallel} \cdot \tau_{A_{C_2}} + V^2 \cdot \tau_{A_{C_2}}^2} \quad (8)$$

Подстановка в (7a) выражений $\tau_{A_{C_2}}, \tau_{C_2 A_{оп}}(\varphi, 0, 0), L_{A_{C_2}}$, после элементарных преобразований, дает неожиданный результат:

$$\tau_{ACA}(\varphi, 0, 0) = 2 \cdot L_0 / c \cdot (1 - V^2 / c^2)^{-1}. \quad (9)$$

Оказывается, что время прохождения сигналом плеча интерферометра в обе стороны, при условии, что отраженный сигнал точно попадает в то место на полупрозрачном зеркале, откуда он был испущен, не зависит от ориентации плеча интерферометра относительно вектора его скорости в среде, а зависит только от квадрата модуля скорости движения, что и объясняет нулевой результат эксперимента: оптическая длина пути лучей в обоих плечах точно равны друг другу при любой ориентации интерферометра и не меняется при вращениях.

Из соотношения (9), в частности, следует, что, измерив время прохождения сигнала в оптическом плече, можно определить модуль скорости движения интерферометра относительно

светонесущей среды. Для определения направления движения интерферометра можно провести измерение абберации луча при известной ориентации отражающего зеркала относительно направления «прицеливания».

Чтобы проиллюстрировать зависимость времени прохождения излучением плеч интерферометра в общем

случае настройки интерферометра, т.е. при $\alpha \neq 0, \beta \neq 0$, были заданы следующие параметры задачи: $V = 370000$ м/с, $\Theta = 5\pi/6, \Phi = 7\pi/6, L_0 = 31$ м, $c = 3 \cdot 10^8$ м/с,

$$\tau_0 = 2 \cdot L_0 / c \cdot (1 - V^2 / c^2)^{-1} = 2,067 \cdot 10^{-7} \text{ с.}$$

На рисунке 2 представлены зависимости

$$\Delta \tau_{BC}(\varphi, \alpha, \beta) = (\tau_{ACA}(\varphi, \alpha, \beta) - \tau_{ABA}(\varphi, \alpha, \beta)) / \tau_0$$

относительной разности времени прохождения излучением плеч интерферометра от его ориентации в том случае, когда отраженные лучи сведены на полупрозрачном зеркале в четырех различных точках: в точке их

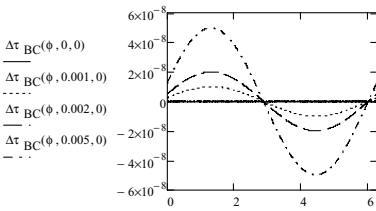


Рис. 2

испускания ($\alpha = 0, \beta = 0$), и в точках, удаленных от точки испускания на 1, 2 и 5 мм по горизонтали.

Как и должно быть, $\Delta\tau_{BC}(\varphi, 0, 0) \equiv 0$. По мере удаления точки сведения лучей от точки их испускания амплитуда разности хода лучей возрастает примерно пропорционально расстоянию между точками и при $\alpha = 0,001$ м достигает величины, порядка периода излучения оптического диапазона.

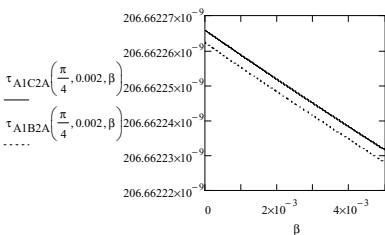


Рис. 3

Как следует из (6.1), изменение координаты β дает не зависящее от ориентации интерферометра изменение длины пути лучей. На Рис. 3 представлены зависимости времени прохождения лучей в плечах интерферометра. При выбранных значениях параметров эксперимента

положительные значения координаты β перемещают точку сведения лучей вверх, что компенсирует абберацию по оси z и уменьшает оптическую длину пути лучей. Значение $\alpha = 0,002$ м взято отличным от нуля для того, чтобы время прохождения излучением плеч интерферометра было различным.

ЛИТЕРАТУРА

1. Майкельсон А., Морли Э. Об относительном движении Земли и светового эфира /В кн.: Г.М. Голин, С.Р. Филонович. Классики физической науки (с древнейших времен до начала XX в.): Справочное пособие. — М.: Высшая школа, 1989, С. 512 – 523.
2. Лоренц Г.А. Интерференционный опыт Майкельсона. – Принципы относительности: Сб. статей / под ред. В.К. Фредерикса и Д.Д. Иваненко. – Ленинград: ОНТИ, 1935, с. 9 – 15.
3. Сивухин Д. В. Общий курс физики, т. IV. Оптика. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. - 792 с.
4. Holger Muller et al., Phys. Rev. Lett. **91**, 020401 (2003).
5. Эфирный ветер: Сб. статей / под ред. В.А. Ацюковского. - М.: Энергоатомиздат, 1993. - 288 с.

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

4. СИГНАЛ С КОНЕЧНОЙ СКОРОСТЬЮ: КИНЕМАТИКА ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ НА ЕВКЛИДОВОЙ ПЛОСКОСТИ (x, t)

Рассмотрены соотношения между пространственными и временными интервалами в различных инерциальных системах отсчета (ИСО), связанных сигналом с конечной скоростью распространения. Показано, что эффекты относительности, «псевдоевклидовость пространства-времени» можно рассматривать как аспекты «абсолютного» и евклидова пространства-времени.

Предполагая пространство-время евклидовым, обсудим пространственно-временные соотношения, регистрируемые наблюдателями, находящимися в различных ИСО. Предполагается также, что, во-первых, инерциальные системы отсчета связаны сигналом с конечной скоростью распространения, и, во-вторых, имеется выделенная система отсчета, связанная со средой – переносчиком сигнала.

4.1. Постановка задачи

Обычно, говоря о нерелятивистской физике, интерпретирую преобразования Галилея как соотношения, связывающие координаты «события» - точки в пространстве времени - в «нештрихованной» системе отсчета с его координатами в «штрихованной» системе отсчета и/или наоборот. В предлагаемой работе, исходя из «абсолютного» пространства-времени, устанавливаются соотношения не между координатами точек в двух системах отсчета (координат), как отмечено выше, а между пространственными и временными интервалами в различных инерциальных системах отсчета, «связанных» сигналом с конечной скоростью распространения.

Такой подход, как показано ниже, позволяет глубже понять структуру и место относительности (в частности – СТО) в кинематике пространства – времени.

Пусть в 4-х мерном пространстве-времени задана евклидова система координат (\mathbf{r}, ct) , где \mathbf{r}, t пространственная и временная координаты, c - скорость распространения сигнала. Пространство предполагается плоским (евклидовым), непрерывным, однородным и изотропным, а время – непрерывным и однородным. В качестве инерциальной системы отсчета (ИСО) выбрана система отсчета покоя среды – переносчика сигнала (или, что то же – та ИСО, в которой скорость удаления сигнала от источника одинакова в любых двух противоположных пространственных направлениях).

Как обычно, точка (\mathbf{r}, ct) называется событием и представляет событие, а траектория движения точки в пространстве времени называется мировой линией [1]. Без ограничения общности (избегая сложности с пространственными преобразованиями [2, с. 141]) рассмотрение будет осуществляться в двумерном пространстве времени.

Выбор временной координаты в виде ct , кроме соображений размерности, удобен в двух отношениях. Во-первых, прямая, соответствующая мировой линии сигнала, будет иметь угловой коэффициент ± 1 ($\text{tg}(\pm\pi/4)$) и, во-вторых, угловой коэффициент мировой линии наблюдателя, равномерно движущегося со скоростью V , параллельно оси x , будет

$$\text{tg } \alpha = V/c, \quad (1)$$

где α - угол между его мировой линией и осью времени.

Пусть точки $A(x_A, ct_A)$ и $B(x_B, ct_B)$ (Рис. 1) соответствуют событиям испускания сигналов нулевой пространственно-временной протяженности, которые со скоростью c распространяются в положительном и отрицательном направлении оси x - пунктирные линии со стрелками, а линии 1 и 2 являются мировыми линиями наблюдателей, движущихся со скоростями V_1 и V_2

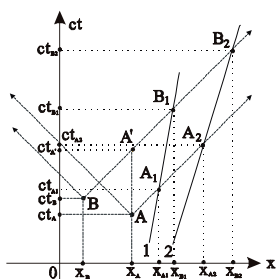


Рис. 1

соответственно. Тогда $A_1(x_{A1}, ct_{A1})$, $A_2(x_{A2}, ct_{A2})$ - события получения первым и вторым наблюдателем соответственно сигнала, испущенного в точке $A(x_A, ct_A)$, а $B_1(x_{B1}, ct_{B1})$, $B_2(x_{B2}, ct_{B2})$ - события получения первым и вторым наблюдателем соответственно сигнала, испущенного в точке $B(x_B, ct_B)$.

Нас будет интересовать то, каким образом связаны пространственно-временные интервалы, регистрируемые различными наблюдателями в различных инерциальных системах отсчета, при условии распространения сигнала с конечной скоростью c .

В этом контексте: передаваемый пространственный интервал $dx = x_B - x_A$ (упорядочение – по времени), передаваемый временной интервал $d(ct) = ct_B - ct_A$, интервалы, принимаемые первым наблюдателем $dx_1 = x_{B1} - x_{A1}$, $d(ct_1) = ct_{B1} - ct_{A1}$, а принимаемые вторым наблюдателем – $dx_2 = x_{B2} - x_{A2}$, $d(ct_2) = ct_{B2} - ct_{A2}$.

Необходимо отметить неоднозначность исходной постановки задачи. Именно, оба наблюдателя зарегистрируют означенные выше пространственные и временные интервалы и в том случае, если испускание сигнала A произойдет в любой пространственно-временной точке, расположенной на мировой линии сигнала A (на прямой AA_1A_2) при $ct \leq ct_{A1}$, а испускание сигнала B произойдет в любой пространственно-временной точке, расположенной на мировой линии сигнала B (на прямой BB_1B_2) при $ct \leq ct_{B1}$.

Фактор-множество пар событий испускания точечных сигналов в пространстве-времени по отношению эквивалентности – наблюдатель принимает один и тот же пространственный и временной интервал – состоит из множества таких пар событий, регистрируя которые наблюдатель получает отличающиеся пространственные и/или временные интервалы.

Памятуя о том, что предметом настоящего рассмотрения является установление связи пространственных и временных интервалов, в различных инерциальных системах отсчета, в качестве представителя класса

эквивалентности – элемента фактор-множества – следует выбирать события испускания сигнала в последовательные моменты времени источником, находящемся в некоторой инерциальной системе отсчета.

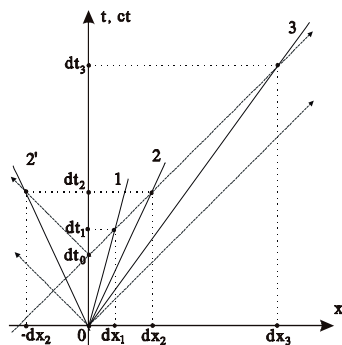


Рис. 2

Без ограничения общности, пусть ИСО источника сигнала будет ИСО покоя среды – переносчика сигнала. Тогда в качестве элемента фактор-множества (пары событий – испускания двух сигналов, применительно к рассматриваемой на Рис. 1 ситуации) может быть выбран, в частности, источник, имеющий пространственную координату x_A , а соответствующими событиями будут $A(x_A, ct_A)$ и $A'(x_A, ct_A)$ соответственно.

Очевидно, что величины пространственных и временных интервалов, регистрируемые равномерно движущимися наблюдателями, зависят от скорости их движения (угла наклона мировой линии), и не зависят от их пространственно-временных координат (координат начала движения). Тогда ситуацию, представленную на Рис. 1, можно сделать более наглядной, если выбрать новое начало координат пространства-времени в точке $A(x_A, ct_A)$, а мировые линии наблюдателей перенести параллельно себе таким образом, чтобы события A_1 и A_2 оказались в начале новой системы координат (Рис. 2). На Рис. 2, к наблюдателям 1 и 2 Рис. 1, добавлены наблюдатели 2' и 3. Здесь наблюдатель 2' движется из начала координат пространства-времени с той же по модулю скоростью, что и наблюдатель 2, но в противоположном направлении.

Далее рассмотрим несколько элементарных кинематических задач в пространстве-времени Галилея, которые позволят получить нетривиальные факты относительно изучаемой системы.

4.2. Движение наблюдателей со скоростью $|v| < c$

Интервал времени dt_0 (Рис. 2), образованный испусканием двух последовательных импульсов нулевой временной протяженности неподвижным точечным источником, находящимся в начале координат пространства-времени трансформируется для наблюдателя 1 в вектор $ds_1 = (dx_1, cdt_1)$, для наблюдателя 2 – в вектор $ds_2 = (dx_2, cdt_2)$, для наблюдателя 2' – в вектор $ds_{2'} = (-dx_2, cdt_2)$, для наблюдателя 3 – в вектор $ds_3 = (dx_3, cdt_3)$, которые, по-видимому, уместно назвать интервалом [1]. Эти векторы и их модули, когда это не будет приводить к неоднозначности, будут обозначаться одним и тем же символом ds_i . Важно: компоненты dx_i, cdt_i – есть заключения о событиях, регистрируемых i -тым наблюдателем в координатах наблюдателя, находящегося в ИСО покоя среды.

Компоненты этих векторов определяются из элементарных соотношений, следующих из аналитической геометрии на плоскости.

Именно, мировая линия сигнала, испущенного из начала координат, имеет вид

$$dx = cdt, \quad (2)$$

а мировая линия сигнала, испущенного из начала координат через промежуток времени dt_0 , очевидно, запишется в виде

$$dx = cdt - cdt_0. \quad (3)$$

Так как мировая линия i -того наблюдателя

$$dx = (V_i/c)cdt, \quad (4)$$

то, компоненты интервала, регистрируемые i -тым наблюдателем, запишутся

$$cdt_i = (1 - V_i/c)^{-1} \cdot cdt_0, \quad (5)$$

$$dx_i = V_i dt_i = (V_i/c) \cdot cdt_i = (V_i/c)(1 - V_i/c)^{-1} \cdot cdt_0. \quad (6)$$

Рассмотрим другой частный случай: в системе отсчета покоя среды-переносчика излучения задан пространственный интервал – отрезок прямой от $x=0$ до $x=dx_0$ – см. Рис. 3.

Здесь, как и ранее, пунктирные линии со стрелками обозначают мировые линии сигнала нулевой пространственно-временной протяженности. Сигналы испущены одновременно в момент времени $t=0$ из точек $x=0$ и $x=dx_0$. Без ограничения общности, как пояснено выше, в момент времени $t=0$ через точку $x=dx_0$ проходит мировая линия i -того наблюдателя.

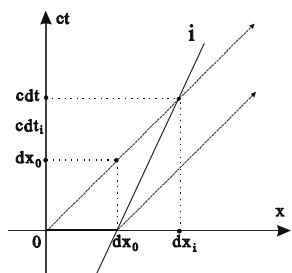


Рис. 3

Требуется определить, пространственный и временной интервалы, соответствующие двум одновременным сигналам нулевой длительности, источники которых разделены пространственным промежутком dx_0 в системе отсчета покоя среды, которые регистрирует наблюдатель, движущейся относительно среды со скоростью V_i .

Относительно временного интервала. Если бы наблюдатель покоился в точке $x=dx_0$, то сигнал из точки $x=0$ он бы принял через время $cdt = dx_0$ (см. Рис. 3). Раз в неподвижной системе отсчета сигналы были одновременны, то нас интересует интервал времени, пропорциональный скорости наблюдателя, т.е. интересующий нас временной интервал $cdt_i = cdt - dx_0$.

Пространственный интервал, принятый движущимся наблюдателем, в контексте рассматриваемой задачи, должен включать в себя dx_0 , т.е. пространственным интервалом, регистрируемым наблюдателем, будет интервал от $x=0$ до $x=dx_i$. Здесь, конечно, пространственный промежуток $dx_i - dx_0$ также пропорционален скорости наблюдателя.

Из элементарных выкладок, аналогичных (2)-(6), следует, что

$$dx_i = (1 - V_i/c)^{-1} dx_0, \quad (7)$$

$$cdt_i = (V_i/c)(1 - V_i/c)^{-1} dx_0. \quad (8)$$

Объединим оба частных случая – трансформацию временного (соотношения (5)-(6)) и пространственного (соотношения (7)-(8)) интервалов из системы отсчета покоя среды в систему отсчета наблюдателя – в одно матричное соотношение:

$$\begin{pmatrix} dx_i \\ cdt_i \end{pmatrix} = A(V_i) \begin{pmatrix} dx_0 \\ cdt_0 \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где

$$A(V_i) = \begin{pmatrix} (1-V_i/c)^{-1} & (V_i/c)(1-V_i/c)^{-1} \\ (V_i/c)(1-V_i/c)^{-1} & (1-V_i/c)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Упомянутая возможность объединения частных случаев – иллюстрация того, что пары (dx, cdt) являются линейным пространством (в частности $(dx_0, cdt_0) = (0, cdt_0) + (dx_0, 0)$) прямо следует из того, что $dx_i = dx_{idx_0} + dx_{icdt_0}$, $dt_i = dt_{idx_0} + dt_{icdt_0}$, где индексы dx_0 и cdt_0 указывают на вклады в компоненты интервала от соответствующих величин. Это очевидно и из графика, если событие испускания сигнала в точке $(dx_0, 0)$ заменить эквивалентным событием – испусканием сигнала в точке $(0, -dx_0)$, и мировую линию наблюдателя также провести через эту же точку.

Перечислим свойства линейного однопараметрического семейства преобразований $A(V)$ (10) компонентов интервала (dx_0, cdt_0) .

1. Областью определения $A(V)$ является $V \in (-\infty, c)$.
2. $A(0) = E$, где E – единичная матрица, тождественное преобразование.
3. Матрица преобразования $A(V)$ симметрична, т.е. $A^T(V) = A(V)$.
4. $A(-V) = A^{-1}(V)$ – изменение направления скорости делает преобразование обратным. Обратное преобразование определено для значений $V \in (-c, \infty)$.
5. $\det A(V) = (1+V/c)/(1-V/c)$.
6. $dx(V) - cdt(V) = dx_0 - cdt_0 = inv$.
7. $dx_0^2 - c^2 dt_0^2 = \det(A(V))(dx^2(V) - c^2 dt^2(V))$
8. Рассмотрим произведение

$$A(V_i)A(V_j) = \begin{pmatrix} \frac{1+V_i V_j/c^2}{(1-V_i/c)(1-V_j/c)} & \frac{V_i/c+V_j/c}{(1-V_i/c)(1-V_j/c)} \\ \frac{V_i/c+V_j/c}{(1-V_i/c)(1-V_j/c)} & \frac{1+V_i V_j/c^2}{(1-V_i/c)(1-V_j/c)} \end{pmatrix}.$$

Если числитель и знаменатель каждого элемента полученной матрицы разделить на $(1+V_i V_j/c^2)$, то полученное произведение $A(V_i)A(V_j)$ примет вид (10), т.е. $A(V_i)A(V_j) = A(V_{ij})$, где

$$V_{ij} = (V_i + V_j) / (1 + V_i V_j / c^2) \quad (10a)$$

- в точности формула «релятивистского сложения скоростей», а формально – преобразование группового параметра.

9. Учитывая это обстоятельство, а также то, что эти линейные преобразования ассоциативны (групповая операция – матричное умножение), следует, что однопараметрическое множество преобразований (10) является группой с областью определения $|V| < c$.
10. Для краткости изложения обозначим эту группу L_c , где символ $<$ в обозначении указывает на то, что наблюдатель движется со скоростью меньшей скорости распространения сигнала.
11. Легко проверить, что $A^T(V)gA(V) = \det A(V)g$, где $g = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Здесь на матрицу g можно смотреть как на метрику пространства векторов (dx, cdt) . Это свойство преобразования $A(V)$ и является формальным истоком того, что пространство-время «псевдоевклидово».
12. Если каждый элемент матрицы (10) поделить на корень квадратный из ее детерминанта $\sqrt{(1+V/c)/(1-V/c)}$, то детерминант полученной таким образом матрицы, очевидно, будет равен единице. В результате этой искусственной процедуры, получится в точности преобразование Лоренца – векторное представление группы псевдоевклидовых вращений плоскости пространство-время

$$L(V) = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & \frac{V/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \\ \frac{V/c}{\sqrt{1-V^2/c^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-V^2/c^2}} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

Итак, преобразования Лоренца возникают:

- У Лоренца-Пуанкаре из требования выполнения принципа относительности для уравнений эфира при явном учете гипотезы Фитцджеральда-Лоренца [3,4];
- Эйнштейн выводит их из постулата постоянства скорости света – релятивистской инвариантности квадрата интервала [5].
- В данной работе преобразования Лоренца получаются как решение элементарной задачи аналитической геометрии на евклидовой плоскости пространство-время – о пересчете пространственных и временных интервалов между наблюдателями, которые находятся в различных инерциальных системах отсчета. Наблюдатели связаны «точечным» сигналом с конечной скоростью распространения. Дополнительное требование – нормирование элементов матрицы преобразований для получения единичного определителя преобразований превращает преобразования (10) в преобразования Лоренца (11).

Оказывается, что при рассмотрении равномерного движения на евклидовой плоскости (x, t) естественным образом появляется псевдоевклидова структура относительности, следующая из связи систем отсчета сигналом с конечной скоростью распространения.

4.3. Движение наблюдателей со скоростью $W \in (-\infty, -c) \cup (c, +\infty)$

Проведенное в предыдущем параграфе рассмотрение позволило выявить закономерности кинематики инерциальных систем отсчета в евклидовом пространстве-времени при скоростях наблюдателя $V \in (-c, c) = (-\infty, c) \cap (-c, +\infty)$. В частности установлено, что преобразование (10) и его следствие (11) являются свойством абсолютного (и евклидова) пространства-времени.

Подобным образом можно проанализировать и случай движения наблюдателей со скоростями $W \in (-\infty, -c) \cup (c, +\infty)$. Эта ситуация представлена на Рис. 4.

Здесь, как и прежде, линии со стрелками – мировые линии сигналов, испущенных в соответствующих точках пространства-времени, цифрами 1 и 2

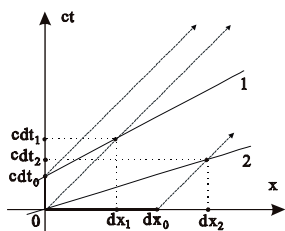


Рис. 4

обозначены мировые линии первого и второго наблюдателей, движущихся со скоростями, превышающими скорость распространения сигнала. В качестве системы отсчета выбрана та, в которой покоится среда – переносчик сигнала. Если обозначить dt_0 - интервал времени между двумя мгновенными сигналами, испущенными в одной точке пространства, а dx_0 - расстояние между двумя точками пространства, в которых одновременно испущены сигналы, то, подобно (9), (10), нетрудно установить, что, при значениях $W_i > c$ (событие $(dx_0, 0)$ эквивалентно $(0, -dx_0)$)

$$\begin{pmatrix} dx_i \\ cdt_i \end{pmatrix} = B(W_i) \begin{pmatrix} dx_0 \\ cdt_0 \end{pmatrix}, \quad (12)$$

где

$$B(W_i) = \begin{pmatrix} (1 - c/W_i)^{-1} & (c/W_i)(1 - c/W_i)^{-1} \\ (c/W_i)(1 - c/W_i)^{-1} & (1 - c/W_i)^{-1} \end{pmatrix}. \quad (13)$$

Сравним свойства преобразований $A(V)$ и $B(W)$.

1. В отличие от преобразования $A(V)$, областью определения которого является $V \in (-c, c)$, преобразование $B(W)$ определено для значений $W \in (-\infty, -c) \cup (c, \infty)$.
2. Если в случае преобразования $A(V)$ тождественный элемент соответствует скорости $V = 0$, то, в силу двусвязности топологического пространства преобразований $B(W)$, имеются два различных «асимптотических» тождественных преобразования $\lim_{W \rightarrow \pm\infty} B(W) = E_{\pm}$.

Пополнение топологического пространства группы одной бесконечно удаленной точкой (точкой $\lim_{W \rightarrow \pm\infty} W = \infty$) – делает групповое пространство односвязным $W \in (-\infty, -c) \cup (c, \infty) \cup \{\infty\}$, а само преобразование в бесконечно удаленной точке – тождественным $B(\infty) = E$.

3. Матрица преобразования $B(W)$, как и матрица преобразования $A(V)$, симметрична, т.е. $B^T(W) = B(W)$.
4. $B(-W) = B^{-1}(W)$.
5. $\det B(W) = (1 + c/W)/(1 - c/W)$.
6. $dx(W) - cdt(W) = dx_0 - cdt_0 = inv$.
7. $dx_0^2 - c^2 dt_0^2 = \det(B(W))(dx^2(W) - c^2 dt^2(W))$
8. Прямыми выкладками легко показать, что $B(W_i)B(W_j) = B(W_{ij})$, где

$$W_{ij} = (W_i W_j + c^2)(W_i + W_j)^{-1}. \quad (13a)$$

9. $B^T(W)gB(W) = \det B(W)g$, где $g = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$. Следовательно, гиперболические уравнения, в частности – уравнения Максвелла, сохраняют вид относительно преобразований (13), как и относительно преобразований (10).
10. Если каждый элемент матрицы (13) поделить на корень квадратный из ее детерминанта $\sqrt{\det B(W)} = \sqrt{(1 + c/W)/(1 - c/W)}$, то получится аналог преобразования Лоренца для движения наблюдателя со скоростью большей скорости сигнала

$$\begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{1 - c^2/W^2}} & \frac{c/W}{\sqrt{1 - c^2/W^2}} \\ \frac{c/W}{\sqrt{1 - c^2/W^2}} & \frac{1}{\sqrt{1 - c^2/W^2}} \end{pmatrix}. \quad (14)$$

Таким образом, преобразования $A(V)$ и $B(W)$ алгебраически тождественны каждое в своей области определения.

Группу преобразований $B(W)$ (13), для краткости изложения, обозначим $L_{>}$, где символ $>$ в обозначении указывает на то, что наблюдатель движется со скоростью большей скорости распространения сигнала.

4.4. Композиция преобразований $A(V)$ (группа $L_{<}$)

Сделаем несколько замечаний относительно композиции преобразований $L(V)$ (11) в СТО и композиции преобразований (10).

В СТО действие преобразования $L(V_i)$ (11) на координаты - время понимается как переход от координат - времени одной системы отсчета к координатам - времени второй, которая движется относительно первой со скоростью V_i .

Аналогично, действие преобразования $L(V_j)$ на результат преобразования $L(V_i)$ следует понимать как переход от координат пространства-времени второй системы отсчета к третьей, которая движется относительно второй со скоростью V_j .

И тогда на преобразование $L(V_{ij}) = L(V_j)L(V_i)$ следует смотреть как на одно преобразование координат - времени при переходе от первой системы отсчета к третьей, заменяющей два последовательных преобразования.

Однако это, по-видимому, не совсем так: в терминах настоящей работы все три преобразования $L(V_i)$, $L(V_j)$, $L(V_{ij})$ осуществляют преобразование перехода из ИСО покоя среды - переносчика излучения в ИСО наблюдателя, движущегося относительно нее со скоростью V_i , V_j , V_{ij} соответственно, измеренные в той же системе отсчета покоя среды. Т.е. интерпретация композиции преобразований $L(V_{ij}) = L(V_j)L(V_i)$ должна быть следующей: $L(V_i): ds_0 \rightarrow ds_i$, $L(V_j): ds_i \rightarrow ds_j$, $L(V_{ij}): ds_0 \rightarrow ds_j$, где $V_{ij} = (V_i + V_j) / (1 + V_i V_j / c^2)$, при том, что ds_0 , ds_i , ds_j заданы в одной и той же ИСО – ИСО покоя среды, а V_i , V_j , V_{ij} - скорости наблюдателей относительно ИСО покоя среды.

Проиллюстрировать это замечание удобно на преобразованиях $A(V_i)$ (10), учитывая тесную формальную связь $L(V)$ и $L_c(V)$.

Итак, соотношение (10а), следующее из композиции преобразований, представляет собой правило преобразования группового параметра преобразования (10): с его помощью два последовательных преобразования вида (10) с параметрами V_i и V_j интервала (dx_0, cdt_0) могут быть заменены одним, эквивалентным по результату преобразованием вида (10), но уже с параметром $V_{ij} = (V_i + V_j) / (1 + V_i V_j / c^2)$:

$$\begin{pmatrix} dx_{ij} \\ cdt_{ij} \end{pmatrix} = A(V_{ij}) \begin{pmatrix} dx_0 \\ cdt_0 \end{pmatrix} = A(V_j) A(V_i) \begin{pmatrix} dx_0 \\ cdt_0 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Но преобразование интервала $A(V)$ в виде (10) получено в предположении, что пространство-время – евклидово, а системой отсчета является система отсчета покоя среды – переносчика сигнала. Т.е. все три параметра преобразования – и исходные V_i и V_j , и их комбинация V_{ij} являются скоростями, заданными в одной и той же системе отсчета. Понятно также, что по известной скорости V_{ij} , компоненты интервала (dx_{ij}, cdt_{ij}) в (17) могут быть определены из элементарных соотношений аналитической геометрии вида (3), (4).

Для иллюстрации сказанного рассмотрим обобщение рассмотренной выше задачи приема движущимися наблюдателями «точечных» сигналов, испущенных в системе отсчета среды – переносчика сигнала на случай композиции двух преобразований $A(V_1)$ и $A(V_2)$, соответствующих наблюдателям 1 и 2, движущимся со скоростями V_1 и V_2 . На Рис. 5 – точное графическое представление процедуры.

Здесь, как и ранее, пунктирные линии со стрелками соответствуют мировым линиям сигналов, соответствующих событиям в системе отсчета среды-переносчика излучения (СОС); сплошные линии, занумерованные 1, 1', 2, 2' и жирная штриховая линия (12) (или (21)) соответствуют мировым

линиям наблюдателей. При этом наблюдатели 1 и 1', а также 2 и 2' попарно имеют одинаковые скорости V_1 и V_2 соответственно.

Пусть в начале координат испускается два «точечных» сигнала, разделенных интервалом абсолютного времени dt_0 . Тогда для i -того наблюдателя, по результатам измерений в названной системе отсчета – в СОС,

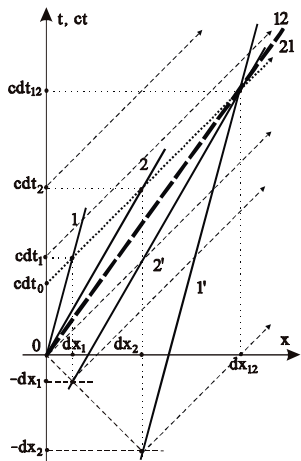


Рис. 5

будут получены пары соответствующих величин $(dx_i, cdt_i) = (dx(V_i), cdt(V_i))$ (см. Рис. 5). Другими словами, интервал $(0, cdt_0)$ для первого наблюдателя, по регистрации факта приема им сигналов в СОС, трансформировался в интервал (dx_1, cdt_1) , для второго – в (dx_2, cdt_2) .

Как уже отмечено, интервал $(0, cdt_0)$ в СОС для первого наблюдателя, движущегося со скоростью V_1 относительно СОС, трансформируется в пару интервалов $(0, cdt_1)$ и $(dx_1, 0)$, которые можно заменить одним (dx_1, cdt_1) , образовав из них векторную сумму.

Чтобы определить, во что трансформируется этот интервал для второго наблюдателя, нужно учесть то, что мировая линия наблюдателя, имеющего скорость V_{12} , определенную в соответствии с (10а) исходя из величин V_1 и V_2 , должна обладать свойствами мировых линий наблюдателей 1 и 2. Именно, она должна проходить через начало координат, а соответствующие ей значения интервала (dx_{12}, cdt_{12}) , полученные как результат трансформации интервала $(0, cdt_0)$, как и у наблюдателей 1 и 2, должны получаться как координаты точки пересечения мировой линии этого «результатирующего» наблюдателя с мировой линией сигнала, испущенного в точке $(0, cdt_0)$.

Чтобы достичь этого, нужно поступить следующим образом.

Перенесем мировые линии сигналов, соответствующие точкам $(0, cdt_1)$ и $(dx_1, 0)$ (последняя не указана на чертеже) параллельно себе в отрицательном направлении относительно оси времени на величину $(cdt_1 - cdt_0)$. При этом мировая линия сигнала, соответствующего точке $(0, cdt_1)$, совпадет с мировой линией сигнала, соответствующего точке $(0, cdt_0)$.

Тогда, чтобы не изменились пространственно-временные соотношения изучаемых пространственно-временных интервалов, точка, соответствующая $(dx_1, 0)$, через которую должна проходить мировая линия второго наблюдателя, также должна переместиться в отрицательном направлении оси времени на ту же величину $(cdt_1 - cdt_0)$, причем $(cdt_1 - cdt_0) = dx_1$ (свойство 5 преобразований $A(V)$). Следовательно, мировая линия наблюдателя 2 (точнее – мировая линия его копии 2') должна пройти не через точку $(dx_1, 0)$, а через точку

$(dx_1, -(cdt_1 - cdt_0)) = (dx_1, -dx_1)$. Координаты пересечения этой мировой линии с мировой линией сигнала из точки $(0, cdt_1)$, перемещенной так, как указано выше (до совпадения с мировой линией сигнала в точке $(0, cdt_0)$), и даст искомый результат (dx_{12}, cdt_{12}) .

Следовательно, мировой линией наблюдателя, скорость которого равна V_{12} , будет прямая, соединяющая начало координат и точку (dx_{12}, cdt_{12}) - жирная штриховая линия на Рис. 5.

Смещение мировых линий сигналов, соответствующих интервалу (dx_1, cdt_1) , по оси времени в отрицательном направлении на величину $c(dt_1 - dt_0) = dx_1$ и есть отмечавшееся при обсуждении процедуры расчета преобразования пространственного интервала движущимся наблюдателем вычитание из приращения времени пространственного интервала dx_0 (см. обсуждение Рис. 3). Кроме того, из Рис. 5 следует результат преобразования вторым наблюдателем интервала (dx_1, cdt_1) в виде $(dx_2, cdt_2) = (dx_{12}, cdt_{12}) - (dx_1, cdt_1) = (dx_{12} - dx_1, c(dt_{12} - dt_1))$, что согласуется с отмеченным ранее векторным характером интервала.

Из симметрии функции V_{12} (10а) относительно аргументов V_1 и V_2 следует $V_{12} = V_{21}$, а значит и $A(V_{12}) = A(V_{21})$. Это следует также и из Рис. 5, если провести приведенные выше рассуждения сначала относительно наблюдателя 2, а потом относительно наблюдателя 1' - копии наблюдателя 1.

Таким образом, установлено, что «релятивистское сложение скоростей» в специальной теории относительности имеет корни в задаче аналитической геометрии на евклидовой плоскости. «Псевдоевклидовость» пространства-времени также имеет чисто геометрическую и кинематическую природу и возникает при описании равномерного движения систем отсчета, связанных сигналом с конечной скоростью распространения.

4.5. Композиция преобразований $A(V)$ (группа $L_<$) и $B(W)$ (группа $L_>$)

Выше рассмотрены комбинации преобразований пространства-времени для случая движения наблюдателей со скоростью меньшей скорости распространения сигнала $A(V_i)$ (10) и для случая движения наблюдателей со скоростью большей скорости распространения сигнала $B(W_j)$ (13). Ничто не мешает рассмотреть преобразования пространства-времени, соответствующие такой комбинации наблюдателей, когда один из них движется со скоростью меньшей, а второй – со скоростью большей скорости распространения сигнала.

Тогда

$$D(U_{ij}) = A(V_i)B(W_j) = B(W_j)A(V_i) = \begin{pmatrix} (1 - U_{ij}/c)^{-1} & U_{ij}/c(1 - U_{ij}/c)^{-1} \\ U_{ij}/c(1 - U_{ij}/c)^{-1} & (1 - U_{ij}/c)^{-1} \end{pmatrix}, \quad (16)$$

где

$$U_{ij}(V_i, W_j) = (V_i + c^2/W_j) / (1 + V_i/W_j). \quad (16a)$$

Нормировка – требование единичности определителя преобразования (16) – дает

$$\begin{pmatrix} 1 & U_{ij}/c \\ \frac{U_{ij}/c}{\sqrt{1-U_{ij}^2/c^2}} & \frac{1}{\sqrt{1-U_{ij}^2/c^2}} \end{pmatrix}$$

аналог представления группы Лоренца.

4.6. Наблюдатель и волновой процесс

Для углубления представлений о кинематике пространства-времени рассмотрим задачу о регистрации параметров волнового процесса – длины волны и частоты (периода колебаний) – наблюдателем, движущимся со скоростью V относительно системы отсчета, в которой покоится среда – переносчик излучения (СОС).

Пусть плоская волна единичной амплитуды распространяется в положительном направлении оси x в системе отсчета среды-переносчика колебаний, описывается $\cos(\omega_0 t - k_0 x)$, где ω_0 – круговая частота колебаний; t – время; $k_0 = 2\pi/\lambda_0$ – волновой вектор; $\lambda_0 = cT_0$ – длина волны; c – фазовая скорость колебательного процесса; T_0 – период колебаний. Длина волны λ_0 и период T_0 определены в системе отсчета среды – переносчика колебаний.

Представляется очевидным тот факт, что для наблюдаемого волнового процесса отсутствие отклонения в некоторой точке пространства-времени является инвариантом преобразования перехода от одной инерциальной системы отсчета к другой: любой наблюдатель (наблюдатель, движущийся с произвольной скоростью V относительно СОС) зарегистрирует отсутствие отклонения. Следовательно, фаза колебания $\phi(x,t) = \omega_0 t - k_0 x$ является инвариантом преобразований перехода от одного наблюдателя к другому, а на саму фазу $\phi(t,x)$ можно смотреть как на «псевдоскалярное» произведение векторов (ω_0, k_0) и (t, x) : $\phi(t,x) = (t,x)^T \cdot g \cdot (\omega, k)$, где, как и ранее, матричный индекс T указывает на транспонирование, а $g = (1, -1)$ – псевдоевклидова метрика.

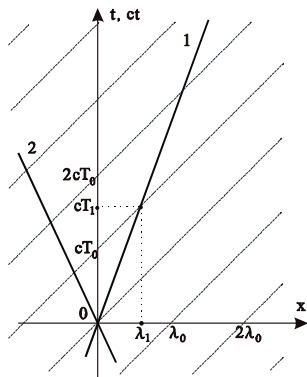


Рис. 6

Колебательный процесс на плоскости (x,t) можно представить в виде линий постоянной фазы (Рис. 6). Именно: $\phi(t,x) = C$, где C – произвольная константа. Пусть, для наглядности, $C = C_n = 2\pi n$, где $n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$. Тогда мировые колебательного процесса на плоскости (x, ct) , соответствующие постоянной фазе $\phi(t,x) = 2\pi n$ и мировая линия наблюдателя 1,

движущегося со скоростью V в положительном направлении оси x соответственно, запишутся в виде

$$x = ct - n\lambda_0, \quad (17)$$

$$x = \frac{V_1}{c} ct. \quad (18)$$

В результате элементарных преобразований, подобных тем, которые привели к преобразованиям (10), (10а), получатся

$$T_1 = T(V_1) = \frac{1/c}{1-V_1/c} \lambda_0 = \frac{1}{1-V_1/c} T_0, \quad (19)$$

$$\lambda_1 = \lambda(V_1) = \frac{V_1}{1-V_1/c} T_0 = \frac{V_1/c}{1-V_1/c} \lambda_0 \quad (20)$$

- период T_1 и длина волны λ_1 колебательного процесса, регистрируемые наблюдателем 1.

Важно отметить, что (19), (20) справедливы при любом соотношении между V_1 и c , включая равенство $V_1 = c$. Однако следует иметь в виду, что при $V_1 < c$ величины T_1 и λ_1 следует считать положительными, при $V_1 > c$ величины T_1 и λ_1 оказываются отрицательными, а при $V_1 = c$ колебательный процесс вырождается в статическое отклонение от положения равновесия. Величина этого отклонения определяется фазой колебаний, при которой скорость наблюдателя стала равна фазовой скорости колебательного процесса.

При движении наблюдателя в направлении, противоположном направлению распространения волны (наблюдатель 2), аналоги соотношений (19), (20) примут вид

$$T_2 = T(V_2) = \frac{1/c}{1+V_2/c} \lambda_0 = \frac{1}{1+V_2/c} T_0, \quad (21)$$

$$\lambda_2 = \lambda(V_2) = \frac{V_2}{1+V_2/c} T_0 = \frac{V_2/c}{1+V_2/c} \lambda_0. \quad (22)$$

Групповые свойства преобразований (19), (20) и (21), (22) аналогичны свойствам преобразований (10), (10а).

Движение наблюдателя в стоячей волне (Рис. 7) отличается от рассмотренного выше движения в бегущей волне. На Рис. 7 вертикальные пунктирные линии – линии одной «фазы», соответствующие, например, пучности стоячей волны. Основное отличие от предыдущего случая состоит в том, что если период, регистрируемый

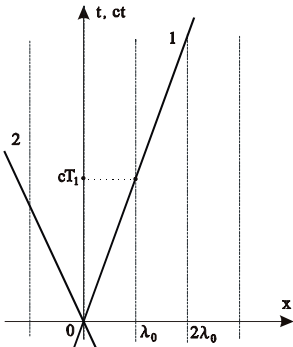


Рис. 7

наблюдателем 1, определяется как

$$T_1 = T(V_1) = \frac{\lambda_0}{V_1}, \quad (23)$$

то длина стоячей волны, регистрируемая движущимся наблюдателем, остается неизменной и равной ее длине λ_0 в системе отсчета покоя среды – переносчика излучения.

Любопытные наблюдения относительно связи теории относительности с диаграммами на (x, t) -плоскости представлены в работе [6].

4.7. Заключение

Рассмотрена задача линейной алгебры на евклидовой плоскости (x, t) об определении соотношения пространственных и временных интервалов в различных инерциальных системах отсчета, связанных сигналом с конечной скоростью распространения. При рассмотрении такого рода задач принято ограничиваться установлением продольного эффекта Доплера.

Однако оказалось интересным рассмотреть «преобразование» интервала $ds = (dx, ct)$ (пары, составленной из пространственного и временного промежутка) движущимся наблюдателем. В силу отмеченной в работе неоднозначности определения интервала, всякий интервал может быть отнесен к системе отсчета покоя среды-переносчика сигнала. Оказалось, что множество таких преобразований интервалов (для скоростей наблюдателя и больше, и меньше скорости распространения сигнала) есть однопараметрическая группа преобразований с параметром относительная скорость (скорость наблюдателя относительно среды-переносчика сигнала), а законом преобразования группового параметра, из требования выполнения аксиомы группы, оказался «релятивистский закон сложения скоростей». Другими словами: установлен изоморфизм между абелевой группой скоростей наблюдателей и абелевой группой симметричных 2×2 матриц с операцией матричное умножение.

И совсем неожиданным оказалось то, что нормировка полученного представления группы преобразований интервала в евклидовом пространстве-времени требованием равенства единице определителя свело представление в точности к представлению группы в виде, полученном Лоренцем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Угаров В. А. Специальная теория относительности. – М.: «Наука», 1977, 384 с.
2. Тонелла М. - А. Основы электромагнетизма и теории относительности. – М.: Издательство иностранной литературы, 1962, 484 с.
3. Лоренц Г. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света. – Принцип относительности: Сб. статей / Под ред. Тяпкина А.А. – М.: Атомиздат, 1973 г., с. 67 – 87.
4. Пуанкаре А. О динамике электрона. – Принцип относительности: Сб. статей / Под ред. Тяпкина А.А. – М.: Атомиздат, 1973 г., с. 90 – 93.
5. Эйнштейн А. К электродинамике движущегося тела. – Принцип относительности: Сб. статей / Под ред. Тяпкина А.А. – М.: Атомиздат, 1973 г., с. 97 – 117.
6. Чаварга Н. Н. Теории относительности на (x, t) -диаграммах. Науковий вісник Ужгородського університету. Серія Фізика. № 15, 2004 с. 187-193.

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

5. ГЕОМЕТРИЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ И КИНЕМАТИКА ИНЕРЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ ОТСЧЕТА

Тот общеизвестный факт, что в зависимости от гипотезы относительно геометрии пространства-времени получается различная кинематика инерциальных систем отсчета, а через динамику, и различная физика, дополнен наблюдением о том, что в евклидовом пространстве-времени пространство пространственно-временных интервалов в различных инерциальных системах отсчета псевдоевклидово. При рассмотрении не востребован сигнал с конечной скоростью распространения.

На двух простейших примерах – пространстве-времени Галилея и евклидовом пространстве-времени проиллюстрируем то, к каким «механическим» следствиям приводят различные гипотезы о геометрии пространства-времени.

5.1. Пространство-время Галилея

Принцип относительности Галилея [1, с. 31, 38] формулируется как требование сохранения всех изучаемых свойств механических систем при преобразованиях координат и времени вида

$$x' = x + vt, \quad (1)$$

$$t' = t. \quad (2)$$

В выражениях (1), (2) опущены несущественные для настоящего рассмотрения вращения пространства; без ограничения общности рассматривается одномерное движение; положены равными нулю смещения начал отсчета координат и времени в разных системах отсчета.

Какова геометрия пространственных и временных интервалов при условии (1), (2) в духе работы [2]?

Пусть в некоторой системе отсчета покоится прямолинейная шкала, на которой движущиеся вдоль нее наблюдатели могут делать точечные отметки. По аналогии с тем, как это делалось ранее, рассмотрим соотношение между пространственными и временными интервалами в различных инерциальных системах отсчета (ИСО) при условии, что пространство и время – абсолютны. Под абсолютностью пространства и времени здесь, как и ранее, понимается то, что единицы времени и длины не зависят от того, в какой системе отсчета осуществляется измерительная процедура.

Пусть V_i - скорость i - того наблюдателя относительно неподвижной шкалы - линейки. И пусть эксперимент состоит в том, что движущийся наблюдатель делает на линейке отметки, соответствующие пространственному dx_0 и временному интервалу $c_0 dt_0$ в собственной системе отсчета i - того наблюдателя, где c_0 константа размерности скорости, определяющая относительные величины единиц измерения длины и времени.

Интервал dx_0 в системе отсчета i - того наблюдателя формируется так: наблюдатель, покоясь относительно начала координат собственной системы

отсчета, обеспечивает одновременное нанесение на линейке, вдоль которой он движется, двух точечных отметок, разделенных в его системе отсчета расстоянием dx_0 .

Интервал $c_0 dt_0$ в системе отсчета i - того наблюдателя формируется так: наблюдатель, покоясь относительно начала координат собственной системы отсчета, делает на линейке, относительно которой он движется, две точечные отметки, разделенные интервалом абсолютного времени dt_0 .

Интервалы, получающиеся на линейке соответствующие этим величинам для i - того наблюдателя, будут dx_i и $c_0 dt_i$ соответственно.

Очевидно, что в этом случае $dx_i = dx_0$ ($dt_0 = dt_i = 0$), а временной интервал $c_0 dt_0$ трансформируется в пространственный интервал $dx_i = (V_i/c_0)c_0 dt_0$. При этом, конечно, $dt_i = dt_0$.

В матричном виде преобразование интервала из движущейся ИСО в лабораторную систему отсчета без переносчика сигнала (или, что то же – при мгновенной передаче информации – сигналом с бесконечной скоростью распространения) запишется в виде

$$\begin{pmatrix} dx_i \\ c_0 dt_i \end{pmatrix} = G(V_i) \begin{pmatrix} dx_0 \\ c_0 dt_0 \end{pmatrix}, \quad (3)$$

где $G(V_i) = \begin{pmatrix} 1 & V_i/c_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$,

Очевидно, что преобразование $G(V)$ является однопараметрической группой преобразований. Из требования $G(V_j) = G(V_i)G(V_j)$ следует закон преобразования группового параметра – закон сложения скоростей Галилея

$$V_j = V_i + V_j. \quad (3a)$$

Важно отметить, что пространственные (1) и временные (2) координаты в пространстве-времени Галилея не равноправны: временная координата – независимая переменная, а пространственная координата ее функция. Т.е., абсолютное время является параметром вдоль траектории движения точки в пространстве.

Как известно, в нестационарных полевых задачах время и пространственные координаты являются равноправными физическими параметрами и равноправными переменными уравнений. Это обстоятельство необходимо учесть при построении динамики частицы, взаимодействующей с полем: естественным будет такое описание ее движения, при котором координаты частицы и время также равноправно будут входить в ее уравнения движения.

Другими словами, априорно предпочтительной будет такая геометрия пространства-времени, которая включает пространство и время удовлетворяющим этому условию образом.

5.2. Евклидово пространство-время

Обсуждение евклидова пространства-времени начнем с нескольких общих замечаний относительно пространства и времени.

С экспериментальной точностью можно считать, что пространство трехмерно, непрерывно, однородно, изотропно, безгранично и евклидово (плоско).

С той же степенью достоверности, как и в случае с пространством, можно допустить, что время: однородно, непрерывно, бесконечно и одномерно (?).

Несмотря на формальную схожесть оси времени и пространственной оси, меж ними имеется и существенное отличие. Именно: движущаяся материальная точка в принципе может неограниченное количество раз иметь некоторое, допустимое внешними условиями, значение пространственных координат, но значение всякой временной координаты t , на протяжении «времени ее существования», частица может иметь точно один раз.

Полагая, наряду с тремя пространственными координатами, что время является четвертой координатой частицы, учтем формально отмеченное отличие пространственных координат и времени. Пусть траектория частицы в пространстве-времени, определяемая начальными условиями и действующими на нее силами, имеет вид $(x(\tau), y(\tau), z(\tau), c_0 t(\tau))$, где $\tau \in \mathbb{R}$, \mathbb{R} - вещественная прямая, частично упорядоченное множество.

Тогда, чтобы удовлетворить сформулированному условию отличия пространственной и временной оси, необходимо предположить, что функции $x(\tau)$, $y(\tau)$, $z(\tau)$ - произвольные (в смысле знака производной, но определяемые начальными условиями и силами, действующими на частицу), непрерывные, имеющие непрерывные неравные нулю производные своего аргумента [3, с. 521], а $t(\tau)$ - непрерывная возрастающая функция. Или иначе, $t(\tau)$ - непрерывная возрастающая функция, а координатные функции $x(t)$, $y(t)$, $z(t)$ - произвольные, непрерывные, имеющие непрерывные неравные нулю производные своего аргумента. Ко второй реализации сформулированного условия можно прийти от первой реализации, если найти функцию, обратную $\tau = \tau(t)$ и сделать замену переменной $x(\tau(t))$, $y(\tau(t))$, $z(\tau(t))$.

Теперь рассмотрим простейший вариант объединения пространства и времени – одномерное время рассматривается как четвертое измерение, а соответствующая ему ось ортогональна пространству в евклидовом смысле.

Запишем уравнение равномерного прямолинейного движения материальной точки в таком пространстве-времени

$$\mathbf{r}(t) = \mathbf{r}_0 + \mathbf{V}t, \quad (4)$$

где \mathbf{r}_0 - положение материальной точки в момент времени $t=0$; $\mathbf{r}(t)$ - ее положение в момент времени t ; \mathbf{V} - вектор скорости материальной точки движения относительно некоторой системы отсчета (координат); t - текущий момент времени.

Тогда, очевидно, в дифференциалах $d\mathbf{r} = \mathbf{V}dt$ и $d\mathbf{r} \parallel \mathbf{V}$. Если теперь выбрать новую систему координат так, чтобы ось x пространства-времени была бы

параллельна вектору V , то векторное равенство дифференциалов запишется в скалярном виде как его проекция на новую ось x :

$$dx = V dt = \frac{V}{c_0} c_0 dt = \operatorname{tg} \alpha c_0 dt, \quad (5)$$

где c_0 - произвольная константа размерности скорости, согласующая единицы измерения длины и времени, а α - связанный с размерной константой c_0 угол между мировой линией материальной точки (4) и осью времени [4].

Первое отличие кинематики в евклидовом пространстве-времени от кинематики в пространстве-времени Галилея состоит в том, что в формализме естественным образом возникает константа c_0 размерности скорости.

Смысл этой размерной константы (кроме того, что, она определяет относительный масштаб единиц времени и длины) и ее величина подлежат дальнейшему обсуждению.

Так как пока величина c_0 не определена, то следует допустить, что V может быть меньше, равна или больше c_0 . Но при любом c_0 «мировая линия сигнала» является биссектрисой «прямого» координатного угла $(x, c_0 t)$, т.е. $\alpha = \pi/4$.

Итак, предполагается, что пространство-время линейное евклидово координатное пространство [5].

Пусть $(x_i, c_0 t_i)$ - точки этого пространства - (в терминах теории относительности - события). Определим интервал ds_{ij} между i - тым и j - тым событиями в виде $ds_{ij} = (dx_{ij}, c_0 dt_{ij})$, где $dx_{ij} = x_i - x_j$, $dt_{ij} = t_i - t_j$.

Так как пространство-время евклидово, то расстояние между i - тым и j - тым событиями будет равно $d\tilde{s}_{ij} = |ds_{ij}| = \sqrt{dx_{ij}^2 + c_0^2 dt_{ij}^2}$

На последнее соотношение, представленное в виде $d\tilde{s}_{ij}^2 = ds_{ij}^2 = dx_{ij}^2 + c_0^2 dt_{ij}^2$, можно смотреть как на скалярный квадрат $ds_{ij}^2 = (ds_{ij}, ds_{ij})$ вектора интервала ds_{ij} , здесь (\cdot, \cdot) - евклидово скалярное произведение. Следовательно, множество интервалов событий с естественными линейными операциями (покомпонентное сложение векторов и умножения вектора на вещественную константу) и евклидовой нормой (скалярным произведением) также является евклидовым пространством.

Теперь, подобно тому, как это сделано для пространства-времени Галилея, рассмотрим то, как соотносятся пространственно-временные интервалы для наблюдателей, находящихся в различных ИСО. Как и ранее ограничимся случаем одного пространственного измерения.

Выберем некоторую инерциальную систему отсчета K . Пусть относительно ИСО K i - тый наблюдатель движется со скоростью V_i . Тогда его уравнение движения в дифференциалах имеет вид

$$dx = \operatorname{tg} \alpha_i c dt, \quad (6)$$

где

$$\operatorname{tg} \alpha_i = V_i / c_0, \quad (6a)$$

α_i - угол между осью времени системы отсчета K и мировой линией наблюдателя, $ds_i = \sqrt{dx_i^2 + c_0^2 dt^2}$ - модуль интервала («расстояние» в евклидовом пространстве-времени, которое i - тый наблюдатель преодолевает за интервал абсолютного времени dt) является натуральным параметром траектории i - того наблюдателя [3].

Второе отличие кинематики в евклидовом пространстве-времени от кинематики в пространстве-времени Галилея состоит в том, в формализме, через параметр вдоль траектории (вместо времени в пространстве Галилея), возникает величина $d\tau_i = ds_i / c_0 = dt \sqrt{1 + V_i^2 / c_0^2}$ размерности времени, зависящая от скорости наблюдателя относительно выбранной системы отсчета.

С точки зрения системы отсчета K величина $d\tau_i$ является «собственным» временем i - того наблюдателя, измеренного по «абсолютным» часам.

Это заключение вытекает из следующих соображений.

Мировая линия наблюдателя, покоящегося относительно начала координат системы отсчета K , очевидно, совпадает с осью времени собственной системы координат.

На движение i - того наблюдателя можно смотреть двояко. Если за его движением наблюдать с точки зрения системы отсчета K , то следует заключить, что его движение происходит по мировой линии (6). Но если смотреть на происходящее глазами i - того наблюдателя, то он, глядя «наружу» из собственной системы отсчета (из той, в которой он покоится), будет видеть изменение координат относительно системы отсчета K в соответствии с (6). Но так как он неподвижен относительно собственной системы отсчета, то мировая линия наблюдателя в ней будет совпадать с осью времени собственной системы отсчета. Значит, с точки зрения системы отсчета K наблюдатель движется по мировой линии (6), а для самого наблюдателя он тоже движется по мировой линии (6), но для него она является осью времени собственной системы отсчета (см. также [6,7]).

Третье отличие кинематики в евклидовом пространстве-времени от кинематики в пространстве-времени Галилея состоит в том, что в отличие от пространства-времени Галилея, в котором аддитивны скорости наблюдателей, в евклидовом пространстве-времени аддитивными величинами являются не скорости наблюдателей (систем отсчета) V_k , а углы наклона соответствующих им мировых линий, т.е. $\alpha_k = \operatorname{arctg}(V_k / c_0)$.

Аналогично (6), (6a) уравнение движения j - того наблюдателя относительно системы отсчета K запишется

$$dx = \operatorname{tg} \alpha_j c dt, \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \alpha_j = V_j / c_0. \quad (7a)$$

Итак, скорости i - того и j - того наблюдателя относительно некоторой системы отсчета K равны V_i и V_j соответственно. Тогда скорость j - того

наблюдателя относительно i - того наблюдателя (скорость j - того наблюдателя в системе отсчета i - того наблюдателя) определяется углом между мировыми линиями i - того и j - того наблюдателей в той системе отсчета (координат) K , в которой определены скорости V_i и V_j

$$\alpha_{ji} = \alpha_j - \alpha_i, \quad (8)$$

а величина относительной скорости V_{ji} получится взятием тангенса от обеих частей соотношения (8):

$$V_{ji} = (V_j - V_i) \left(1 + \frac{V_i \cdot V_j}{c_0^2} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Если же в некоторой ИСО задана скорость i - того наблюдателя V_i и известна скорость j - того наблюдателя в системе отсчета i - того наблюдателя \tilde{V}_{ji} , то скорость j - того наблюдателя в той же ИСО, в которой определена скорость i - того наблюдателя последует из соотношения

$$\alpha_j = \alpha_i + \tilde{\alpha}_{ji} \quad (10)$$

в виде

$$V_j = (V_i + \tilde{V}_{ji}) \left(1 - \frac{V_i \cdot \tilde{V}_{ji}}{c_0^2} \right)^{-1}, \quad (11)$$

где $\tilde{\alpha}_{ji}$ - угол между мировыми линиями наблюдателей.

Четвертое отличие кинематики в евклидовом пространстве-времени от кинематики в пространстве-времени Галилея состоит в определении относительной скорости. В пространстве-времени Галилея величина относительной скорости наблюдателей не зависит от выбора той инерциальной системы отсчета, в которой исходно эти скорости определены. В евклидовом пространстве-времени, в силу (9), величина относительной скорости i - того и j - того наблюдателя зависит от того, относительно какой системы отсчета исходно определены V_i и V_j .

Учет очевидного факта – связи угла α_i между мировой линией i - того наблюдателя и осью времени системы координат со скоростью его движения V_i (в той системе отсчета, в которой задана система координат) позволяет переход из одной ИСО в другую, движущуюся со скоростью V_i относительно первой, геометрически интерпретировать как поворот евклидовой системы координат пространства-времени на угол $\alpha_i = \arctg(V_i/c_0)$.

Сказанное иллюстрируется Рис. 1. Здесь система координат $(x, c_0 t)$ представляет исходную систему отсчета (K), относительно которой движутся наблюдатели, мировые линии которых обозначены i (скорость V_i) и j (скорость V_j).

Тогда интервал времени dt в системе отсчета K для наблюдателей, движущихся относительно K со скоростями V_i и V_j , трансформируется в интервалы (dx_i, ds_i) и (dx_j, ds_j) соответственно.

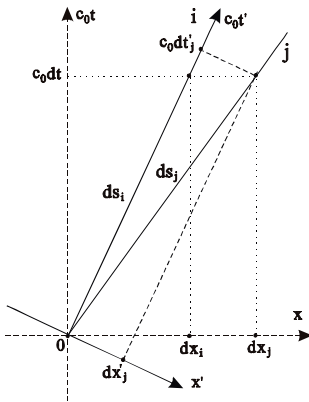


Рис. 1

И наоборот: промежуткам собственного времени в собственных системах отсчета i -того и j -того наблюдателей $d\tau_i = ds_i/c_0$ и $d\tau_j = ds_j/c_0$ - интервалам $(0, ds_i)$ и $(0, ds_j)$ - соответствуют интервалы $(dx_i(V_i), c_0 dt(V_i))$ и $(dx_j(V_j), c_0 dt(V_j))$ в системе отсчета K .

Из рисунка видно также то, как интервал $(0, ds_j)$ в системе отсчета j -того наблюдателя трансформируется в интервал (dx'_j, cdt'_j) в системе отсчета i -того наблюдателя - в системе координат $(x', c_0 t')$: $dx'_j = V_{ji} dt'_j$, где V_{ji} - относительная скорость j -того и i -того наблюдателей.

Измерения, как и ранее, осуществляются в «абсолютных» шкалах.

Рассмотрим то, как преобразуются собственное время и пространственный интервал i -того наблюдателя при изменении его скорости V_i при фиксированном временном интервале cdt ($cdt = \text{const}$) в системе отсчета K .

Из теоремы Пифагора (см. Рис. 1) следует очевидное соотношение

$$c_0^2 dt^2 = -(dx_i^2(V_i) - ds_i^2(V_i)). \quad (12)$$

Но скобка в правой части (12) - псевдоскалярный квадрат вектора (dx_i, ds_i) . Очевидным решением функционального уравнения (12) являются

$$dx_i(V_i) = cdt \operatorname{sh}(V_i/c_0), \quad (13a)$$

$$ds_i(V_i) = cdt \operatorname{ch}(V_i/c_0). \quad (13б)$$

И вновь, как это было в [2], имеют место гиперболические преобразования интервалов при переходе от одной инерциальной системе отсчета к другой, но теперь даже в отсутствие сигналов с конечной скоростью распространения!

Важно подчеркнуть, что инерциальная система отсчета K ничем не отличается от любой другой инерциальной системы отсчета.

Соотношения (13) получены преобразованием интервала $ds = (0, c_0 dt)$ в системе отсчета K - в интервал $ds_i = (dx_i, c_0 d\tau_i)$ - **представление из системы отсчета** K о пройденном расстоянии dx_i и «собственном» времени $d\tau_i$ наблюдателя, движущегося со скоростью V_i относительно системы отсчета K на протяжении времени dt . Кратко об этом преобразовании будем говорить как о преобразовании перехода из системы отсчета K в систему отсчета K_i .

В общем случае, когда в системе отсчета K интервал имеет вид $ds = (dx, c_0 dt)$, то соответствующий ему интервал в системе отсчета K_i запишется в виде:

$$ds_i = G(V_i) ds,$$

где

$$G(V_i) = \begin{pmatrix} \text{ch}(V_i/c_0) & \text{sh}(V_i/c_0) \\ \text{sh}(V_i/c_0) & \text{ch}(V_i/c_0) \end{pmatrix}$$

- матрица гиперболического поворота, которая заменой $V_i/c_0 \rightarrow \text{arctanh}(V_i/c_0)$ сводится к преобразованиям Лоренца.

Из аксиомы группы $G(V_{ij}) = G(V_j)G(V_i)$ о наличии одного преобразования, эквивалентного двум последовательным преобразованиям, следует, что $V_{ij} = V_i + V_j$ - закон преобразования группового параметра – «релятивистское сложение скоростей» (для одномерного случая). Здесь каждое из преобразований $G(V_i)$, $G(V_j)$, $G(V_{ij})$, как и в [2], есть преобразования интервалов из K в K_i , из K в K_j и из K в K_{ij} соответственно.

5.3. Заключение

Проведено сравнительное рассмотрение двух геометрий пространства-времени – пространства-времени Галилея и простейшего его обобщения – евклидова пространства-времени с точки зрения кинематики инерциальных систем отсчета.

Установлены эффекты относительности пространственных и временных интервалов безотносительно к сигналу, который бы связывал системы отсчета, синхронизовал часы, или использовался каким-то иным образом. При этом эффекты относительности имеют место при измерении пространственных и временных интервалов в абсолютных шкалах – единицы длины и времени не зависят от того, в какой инерциальной системе отсчета осуществляется измерение.

И вновь, как в задаче, рассмотренной в [2], в евклидовом пространстве-времени пространство пространственно-временных интервалов – псевдоевклидово.

Как отмечено выше, в зависимости от выбора геометрии пространства времени возникают «различные физики», а, значит, существует принципиальная возможность экспериментального «отсечения» неудовлетворительных гипотез о свойствах пространства-времени.

Возможно, что простейшим из такого рода экспериментов является прецизионное измерение эффекта Доплера и, по-видимому, эксперимент не обязательно должен быть с электромагнитным излучением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Яглом И. М. Принцип относительности Галилея и неевклидова геометрия. М.: Наука, 1969. – 305 с.

2. Прилепских Н.Н. Сигнал с конечной скоростью: кинематика относительности на евклидовой плоскости (x,t) . (Настоящий сборник)
3. Корн Г. , Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974, 831 с.
4. Угаров В.А. Специальная теория относительности. – М.: «Наука», 1977, 384 с.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. М.: Наука, 1999. – 297 с.
6. Усманов З.Д. Моделирование времени. М.: Знание, 1991. – 48 с.
7. Усманов З.Д. Колебания математического маятника, описываемые в его собственном времени. ДАН РТ, т. 154, №2, с. 105-109, 2011 г.

ПРИЛЕПСКИХ Н.Н.

6. ПРОСТРАНСТВО, ВРЕМЯ, ДВИЖЕНИЕ, ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ

Приведены предварительные соображения, которые, по мнению автора, проясняют формальную структуру эффектов относительности. На физическом уровне строгости предложен вариант построения теории относительности исходя из «первых принципов».

6.1. Введение

Данная работа – предварительная попытка на физическом уровне строгости проанализировать то, как далеко можно продвинуться в понимании эффектов относительности без мысленных экспериментов и введения излишних постулатов. Оказалось, что соображения общего характера позволяют существенно продвинуться на этом пути, и при этом сделать некоторые нетривиальные наблюдения.

Достоверным экспериментальным фактом является наличие, по крайней мере, в околоземном пространстве, выделенной системы отсчета – той инерциальной системы отсчета (ИСО), в которой изотропен реликтовый фон (СОРФ).

Полагая пространство трехмерным евклидовым, непрерывным, однородным и изотропным выберем в пространстве в этой системе отсчета некоторую прямоугольную (правую) систему координат $\{0xyz\}$. Тогда положение точки в пространстве относительно выбранной системы координат задается упорядоченной тройкой чисел (x, y, z) , или, что то же самое – радиус-вектором $\mathbf{r} = xi + yj + zk$, где $\mathbf{i}, \mathbf{j}, \mathbf{k}$ – орты прямоугольной системы координат.

Под материальными точками (частицами) в дальнейшем понимаются массивные объекты, размеры которых несущественны с любой точностью в контексте обсуждаемых задач.

Пусть в пространстве имеется N штук материальных точек, неподвижных относительно выбранной системы координат. Тогда все, что нужно (и можно) знать о данной физической системе, сводится к заданию (установлению, измерению – синонимы) множества векторов положения $\mathbf{r}_i = \{x_i, y_i, z_i\}$ материальных точек относительно выбранной системы координат, следствием которых будут их модули $r_i = |\mathbf{r}_i| = \sqrt{(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_i)} = \sqrt{x_i^2 + y_i^2 + z_i^2}$, векторы относительных положений $\mathbf{r}_{ji} = \mathbf{r}_j - \mathbf{r}_i$, модули векторов относительных положений $r_{ji} = |\mathbf{r}_{ji}|$, а также множество функций от этих четырех наборов переменных. Здесь (\cdot, \cdot) – евклидово скалярное произведение, $i, j = 1, 2, 3, \dots, N$.

В другой прямоугольной тоже правой системе координат, также неподвижной относительно СОРФ, оси которой иначе ориентированы относительно исходной, а начало смещено на вектор \mathbf{b} , векторы положений

материальных точек, очевидно, запишутся в виде $\mathbf{r}'_i = \Lambda \mathbf{r}_i + \mathbf{b}$, где Λ - соответствующее ортогональное преобразование.

Пусть по какой-то причине положение i - той частицы в пространстве менялось, в результате чего она «прочертила» в пространстве некоторую кривую, которую, как обычно, будем называть траекторией. Для физических приложений разумно ограничиться такими траекториями, которые формально представимы достаточно гладкими функциями.

Тогда траекторию i - той частицы C_i в пространстве, в определенной выше системе координат $\{0xyz\}$, можно задать в виде $\mathbf{r}_i(s_i) = \{x_i(s_i), y_i(s_i), z_i(s_i)\}$, где функции $x_i(s_i), y_i(s_i), z_i(s_i)$ имеют непрерывные производные, и $d\mathbf{r}_i(s_i)/ds_i \neq 0$ для всех значений параметров вдоль кривой $s_i \in [s_{i1}, s_{i2}]$, т.е. C_i - регулярная дуга, в частности, s_{i1} и s_{i2} могут равняться $-\infty$ и $+\infty$ соответственно [1, с.521].

Очевидно, что траектория частицы определена неоднозначно – с точностью до преобразования параметра s_i . Именно, та же траектория может быть представлена в виде $\mathbf{r}_i(\tau_i) = \{x_i(\tau_i), y_i(\tau_i), z_i(\tau_i)\}$, где параметр вдоль кривой $\tau_i = \tau_i(s_i)$, например, произвольная непрерывная неубывающая функция интервала вещественной оси $[s_{i1}, s_{i2}]$ такая, что $s_{i1} = \tau_i(s_{i1})$ и $s_{i2} = \tau_i(s_{i2})$.

Отметим, что траектория каждой из N частиц может быть задана независимо от положений и траекторий других материальных точек.

Приведенное определение линии в пространстве соответствует обычным представлениям дифференциальной геометрии. Для дальнейшего изложения, несколько забега вперед, представляется существенным разделить два понятия – траекторию частицы как линию, уже прочерченную частицей, отделить от траектории, прочерчиваемой частицей за бесконечно малый интервал времени в окрестности «данного момента времени». Эти две части одной и той же траектории одной и той же частицы (первая из них может иметь конечные размеры, вторая часть – только бесконечно малые) существеннейшим образом отличаются друг от друга в двух аспектах. Именно, первая часть траектории относится к «прошлому», а вторая часть – к «настоящему» моменту времени. Кроме того, они по-разному выглядят из разных систем отсчета. Для наблюдателей из инерциальных систем отсчета, движущихся относительно исходной СОФ, траектория C_i «прошлого» перемещается как целое параллельно себе (поступательно), а траектория «настоящего» по-разному формируется в различных ИСО.

По-видимому, с каждой частицей можно связать выделенную ИСО – ту ИСО, в которой траектория «прошлого» покоится.

Формально это значит, что в ИСО, отличных от выделенной, траектория «прошлого» зависит от времени явно только через слагаемое $\mathbf{v}'t$, где \mathbf{v}' - скорость конкретной ИСО относительно выделенной ИСО, а t - время. Другими словами, если $C_i = \{\mathbf{r}_i(s_i) | s_i \in [s_{i1}, s_{i2}]\}$ - траектория i -той частицы в выделенной ИСО, то та же траектория «прошлого» в системе отсчета K' , движущейся со

скоростью \mathbf{v}' относительно выделенной ИСО, запишется в виде $C'_i = \{\mathbf{r}'_i(s_i) - \mathbf{v}'t | s_i \in [s_{i1}, s_{i2}]\}$.

6.2. Движение частиц

Если до сих пор речь шла о формальном определении линии (траектории C_i материальной точки – частицы) в трехмерном евклидовом пространстве, то сейчас обсудим изменение положения i - той частицы вдоль траектории.

Изменение координат частицы вдоль траектории C_i будем называть ее движением по этой траектории.

Областью определения координатных функций $x_i(s_i), y_i(s_i), z_i(s_i)$ может быть *любое непрерывное частично упорядоченное множество* S_i при условии, что его точными нижней и верхней гранями будут s_{i1} и s_{i2} соответственно. В частности, таким частично упорядоченным множеством может быть, например, одномерное непрерывное подмножество декартова произведения отрезков вещественной прямой $[s_{i1}, s_{i2}] \times [s_{i1}, s_{i2}]$.

Иначе дело обстоит с формальным представлением движения частицы. Движение частицы, соответствующее заданной траектории C_i , может быть определено как отображение отрезка вещественной оси $[t_{i1}, t_{i2}]$ на линию C_i в трехмерном пространстве $\mathbf{r}_i(t_i) = \mathbf{r}_i(s_i(t_i))$, где $s_i(t_i)$ - определяемая параметрами механической системы, в частности, непрерывная неубывающая функция $t_i \in [t_{i1}, t_{i2}]$, такая, что $s_{i1} = s_i(t_{i1})$, $s_{i2} = s_i(t_{i2})$.

Так как вещественная прямая частично упорядочена относительно отношения \leq , на переменную t_i можно смотреть как на некоторый аналог «времени», величина которого определяет положение материальной точки.

Определим скалярную величину $v_{ii}(t_i) = \frac{ds_i(t_i)}{dt_i}$ - скорость изменения параметра траектории s_i частицы при ее движения вдоль траектории C_i .

Конечно, $s_i(t_i) = \int_{t_{i1}}^{t_i} v_{ii}(t_i) dt_i$ - отображение «времени» в траекторию.

Так как положение i - той частицы в «момент времени» t_i есть

$\mathbf{r}_i(t_i) = \mathbf{r}_i(s_i(t_i))$, то вектор скорости ее движения будет $\mathbf{v}_i(t_i) = \frac{d\mathbf{r}_i(t_i)}{dt_i} = \mathbf{v}_{si}(s_i)v_{ii}(t_i)$,

где $\mathbf{v}_{si}(s_i) = \frac{d\mathbf{r}_i(s_i)}{ds_i}$ - касательный вектор к траектории частицы, а $v_{ii}(t_i)$ - определена выше.

Если в качестве параметра вдоль траектории частицы C_i выбрать длину дуги s_i ($ds_i = \sqrt{dx_i^2 + dy_i^2 + dz_i^2}$), то, как известно из дифференциальной геометрии

[1], $\frac{d\mathbf{r}_i(s_i)}{ds_i} = \mathbf{n}_{s_i}(s_i)$ есть касательный вектор единичной длины к траектории частицы в точке s_i . Направление касательного вектора – произвольно. Его направление удобно выбрать по направлению движения частицы. Тогда выражение для трехмерного вектора скорости частицы примет вид $\mathbf{v}_i(t_i) = v_i(t_i)\mathbf{n}_{s_i}(s_i)$.

Другими словами, как обычно, вектор трехмерной скорости, представлен в виде произведения модуля вектора скорости $v_i(t_i)$ на единичный вектор направления $\mathbf{n}_{s_i}(s_i)$.

Таким образом, чтобы частица начала перемещаться по заданной траектории, необходимо ввести новую переменную – «время» t_i , которая определяет изменение параметра траектории частицы $s_i = s_i(t_i)$. В частности, в качестве «времени» может быть выбран сам параметр вдоль траектории s_i , который, после соответствующего изменения размерности – деления на величину размерности скорости – может рассматриваться как «собственное» время частицы.

В этих терминах вектор ускорения частицы – вторая производная координаты по времени, очевидно, принимает вид суммы

$$\mathbf{a}_i(t_i) = \frac{d^2\mathbf{r}_i(t_i)}{dt_i^2} = \frac{d\mathbf{v}_i(t_i)}{dt_i} = \frac{d}{dt_i}(v_i(t_i)\mathbf{n}_{s_i}(s_i)) = \mathbf{a}_i(t_i) + \mathbf{a}_{ni}(t_i),$$

где $\mathbf{a}_i(t_i) = a_i(t_i)\mathbf{n}_{s_i}(s_i)$ – тангенциальное и $\mathbf{a}_{ni}(t_i) = a_{ni}(t_i)\mathbf{k}_{s_i}(s_i)$ нормальное ускорения частицы в момент времени t_i ; $a_i(t_i) = \frac{dv_i(t_i)}{dt_i}$ – модуль

тангенциального ускорения; $a_{ni}(t_i) = \frac{v_i^2(t_i)}{R_i(t_i)}$ – модуль нормального ускорения;

$\mathbf{k}_{s_i}(s_i) = R_i(s_i)\frac{d\mathbf{n}_{s_i}(s_i)}{ds_i}$ – единичный вектор главной нормали кривой; R_i – радиус кривизны траектории i -той частицы в момент времени t_i ($s_i = s_i(t_i)$) [1].

Понятно, что при описании реальных движений частиц функциональный вид зависимостей $\mathbf{r}_i(s_i) = \{x_i(s_i), y_i(s_i), z_i(s_i)\}$ и $s_i(t_i)$ должны быть следствиями законов механики.

Если при описании движения частиц существенны корреляции в их положении, в частности, если частицы взаимодействуют, то кроме того, что параметры t_i различных частиц следует считать одним и тем же параметром t для всех частиц, нужно еще обеспечить правильные начальные условия в «нулевой» момент времени – задать «начальное состояние» (в «классической» механике это $\mathbf{r}_i(0) = \mathbf{r}_{i0}$, $\mathbf{v}_i(0) = \mathbf{v}_{i0}$ [2]).

Для практики, конечно, интересны корреляции в положении частиц, поэтому в дальнейшем параметр t предполагается единым для всех частиц.

Итак, пространство трехмерно и евклидово – экспериментальный факт, а на время можно смотреть как на параметр, зависимость от которого определяет изменение положения частиц относительно некоторой системы координат [3,4].

Если от функции $s_i = s_i(t)$ перейти к обратной функции $t_i = t_i(s_i)$ (у переменной t вновь появляется индекс i), то на движение частицы следует смотреть как четырехкомпонентный вектор $(c_0 t_i(s_i), \mathbf{r}_i(s_i))$, где c_0 – пока не определенная константа размерности скорость, а s_i – точка на траектории или, что то же, соответствующий момент собственного времени, а $t_i(s_i)$ – момент абсолютного времени, соответствующий точке s_i траектории C_i [5].

Более определенно этот факт можно сформулировать следующим образом: изменение «положения» i -той частицы в пространстве-времени для внешнего наблюдателя (того, для которого его временем является время t) при перемещении частицы на интервал ds_i вдоль траектории C_i можно представить четырехмерным дифференциалом $(c_0 dt_i(s_i), d\mathbf{r}_i(s_i))$, где $dt_i(s_i) = (dt_i(s_i)/ds_i) ds_i$, $d\mathbf{r}_i(s_i) = (d\mathbf{r}_i(s_i)/ds_i) ds_i$.

6.3. Нерелятивистское и релятивистское описание движения частиц

Что такое нерелятивистское и релятивистское описание движения частицы?

Нерелятивистским будет такое описание, при котором наблюдатель, перемещаясь вместе с частицей, фиксирует собственное время (оно же и абсолютное) и координаты точки в некоторой системе координат.

Релятивистское описание движения частицы – это описание движения частицы наблюдателем, находящимся в системе отсчета отличной от системы отсчета самой частицы.

Рассмотрим движение частицы из инерциальных систем отсчета, отличных от ее собственной системы отсчета.

Пусть в инерциальной системе отсчета K траектория «прошлого» частицы $\mathbf{r}_i(s_i) = \{x_i(s_i), y_i(s_i), z_i(s_i)\}$ покоится, т.е., как отмечалось выше, ИСО K является выделенной для данной частицы, а движение частицы по этой траектории происходит в соответствии с функцией $s_i(t)$, где $t \in [t_{i1}, t_{i2}]$, причем $t_{i1} < 0$, $t_{i2} > 0$.

Понятно, что траектория «прошлого» i -той частицы $\mathbf{r}_i(s_i)$, статичный одномерный объект в «выделенной» системе отсчета K , для наблюдателя из другой систем отсчета K' , движущейся относительно системы отсчета K со скоростью \mathbf{v}' представляется таким же объектом, движущимся как целое относительно K' со скоростью $-\mathbf{v}'$.

Иначе обстоит дело в том случае, когда наблюдатель из ИСО K' делает заключение относительно изменения положения i -той частицы в пространстве-времени за бесконечно малый интервал времени в окрестности текущего момента абсолютного времени $t = 0$.

В этом случае для наблюдателя, находящегося в системе отсчета K' , траектория i -той частицы будет формироваться отличной от траектории, формирующейся для наблюдателя в системе отсчета K .

Важно отметить, что траектория $\mathbf{r}'_i(s'_i)$ (для наблюдателя из K') отличается от траектории $\mathbf{r}_i(s_i)$ (для наблюдателя из K) независимо от факта наличия или отсутствия наблюдателей, а значит и от скорости распространения каких бы то ни было сигналов и/или взаимодействий, а отличие этих траекторий зависит только от вектора относительной скорости систем отсчета \mathbf{v}' .

Пусть $\{ds'_i, d\mathbf{r}'_i(s'_i)\} = \{c_0 dt'_i(s'_i), d\mathbf{r}'_i(s'_i)\}$ - тот же элемент траектории i -той частицы в системе отсчета K' , движущейся относительно K со скоростью \mathbf{v}' , что и элемент траектории $\{ds_i, d\mathbf{r}_i(s_i)\} = \{c_0 dt_i(s_i), d\mathbf{r}_i(s_i)\}$ той же частицы в системе отсчета K в окрестности одного и того же момента абсолютного времени $t = 0$.

Установим ограничения на вид зависимости дифференциала траектории i -той частицы в системе отсчета K' $\{ds'_i, d\mathbf{r}'_i(s'_i)\}$ от скорости ее движения \mathbf{v}' относительно системы отсчета K . Далее речь пойдет об одной частице, поэтому индекс i опущен.

Предположим, что существует система уравнений (пара функций)

$$s' = s'(s, \mathbf{r}, \mathbf{v}'), \quad (1a)$$

$$\mathbf{r}' = \mathbf{r}'(s, \mathbf{r}, \mathbf{v}'), \quad (1б)$$

связывающая координаты и длины траекторий точки в нештрихованной и штрихованной системах отсчета.

Так как речь идет о дифференциалах траекторий, то уместно ограничиться линейным приближением уравнений (1), т.е. перейти к их формальным дифференциалам, полагая \mathbf{v}' параметром преобразований.

Тогда в линейном приближении система уравнений (1) в матричном виде запишется

$$\begin{pmatrix} ds' \\ d\mathbf{r}' \end{pmatrix} = A(\mathbf{v}') \begin{pmatrix} ds \\ d\mathbf{r} \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$A(\mathbf{v}') = \begin{pmatrix} a_{11}(\mathbf{v}') & \mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}') \\ \mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}') & a_{22}(\mathbf{v}') \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$$a_{11}(\mathbf{v}') = \frac{\partial s'}{\partial s}, \quad \mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}') = \frac{\partial s'}{\partial \mathbf{r}}, \quad \mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}') = \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial s}, \quad a_{22}(\mathbf{v}') = \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{r}}.$$

Общие соображения, позволяющие сформулировать ограничения на функциональный вид преобразования $A(\mathbf{v}')$, таковы.

1). Множество всех инерциальных систем отсчета можно «пронумеровать» трехмерным вектором скорости относительно произвольной, в частности, «выделенной» ИСО. Выбор «выделенной» ИСО в качестве той, относительно которой устанавливаются скорости прочих ИСО, не существенен, так как величины скоростей «прочих» ИСО друг относительно друга не зависят от того, относительно которой исходно определены их скорости [5].

2). Множество всех векторов скоростей ИСО с операцией векторная сумма и с нулевым вектором в качестве единицы – абелева группа. Требуется найти представление этой группы линейными преобразованиями пространственно-временного интервала. Для того, чтобы представление было абелево, матрицы преобразований должны быть симметричными ($\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}') = \mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}')$) и должны быть равны элементы главной диагонали $a_{11}(\mathbf{v}') = a_{22}(\mathbf{v}')$.

3). Преобразование $A(\mathbf{v}')$ - представление группы трехмерных векторов мультипликативной группой симметричных матриц 2×2 в пространстве пространственно-временных интервалов.

4). Из существования преобразования, обратного $A(\mathbf{v}')$ (в виде $A(-\mathbf{v}')$ или $A^{-1}(\mathbf{v}')$), следует, что преобразование $A(\mathbf{v}')$ должно быть невырожденным, т.е. $\det A(\mathbf{v}') = a_{11}a_{22} - \mathbf{a}_{12}\mathbf{a}_{21} \neq 0$.

5). Из того, что при $\mathbf{v}' = 0$ должно быть $ds'_i = ds_i$ и $dr'_i = dr_i$, следует, что $a_{11}(0) = a_{22}(0) = 1$, $\mathbf{a}_{12}(0) = \mathbf{a}_{21}(0) = 0$ и $\det A(0) = 1$.

6). Из того, что «длина элемента траектории» в системе отсчета K' увеличивается с ростом модуля относительной скорости инерциальной системы отсчета и частицы, следует, что $a_{11}(\mathbf{v}')$, $a_{22}(\mathbf{v}')$, $\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}')$, $\mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}')$ - монотонно возрастающие функции $|\mathbf{v}'|$.

7). Рассмотрим тождество $A(-\mathbf{v}') = A^{-1}(\mathbf{v}')$, которое в подробной записи имеет вид

$$\begin{pmatrix} a_{11}(-\mathbf{v}') & \mathbf{a}_{12}(-\mathbf{v}') \\ \mathbf{a}_{21}(-\mathbf{v}') & a_{22}(-\mathbf{v}') \end{pmatrix} = \frac{1}{\det A(\mathbf{v}')} \begin{pmatrix} a_{22}(\mathbf{v}') & -\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}') \\ -\mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}') & a_{11}(\mathbf{v}') \end{pmatrix}. \quad (4)$$

Из того, что $\mathbf{a}_{12}(-\mathbf{v}') = -(\det A(\mathbf{v}'))^{-1} \mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}')$ и $\mathbf{a}_{21}(-\mathbf{v}') = -(\det A(\mathbf{v}'))^{-1} \mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}')$, следует, что $\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}')$ и $\mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}')$ - нечетные функции, а $\det A(\mathbf{v}') = 1$.

С учетом равенства определителя единице, из (4) следует

$$a_{11}(\mathbf{v}') + a_{22}(\mathbf{v}') = a_{11}(-\mathbf{v}') + a_{22}(-\mathbf{v}'), \quad (5)$$

т.е., сумма элементов главной диагонали преобразования $A(\mathbf{v}')$ является четной функцией аргумента \mathbf{v}' .

Для уточнения функционального вида элементов главной диагонали, подставим их в виде суммы четной и нечетной частей $a_{11}(\mathbf{v}') = a_{11}^e(\mathbf{v}') + a_{11}^n(\mathbf{v}')$, $a_{22}(\mathbf{v}') = a_{22}^e(\mathbf{v}') + a_{22}^n(\mathbf{v}')$.

Подстановка этих разложений в соотношения $a_{11}(-\mathbf{v}') = a_{22}(\mathbf{v}')$, $a_{22}(-\mathbf{v}') = a_{11}(\mathbf{v}')$ (смотри (4)), а также в соотношение (5), дает равенство значений четных частей $a_{11}^e(\mathbf{v}') = a_{22}^e(\mathbf{v}')$ и противоположные значения нечетных частей $a_{11}^n(\mathbf{v}') = -a_{22}^n(\mathbf{v}')$ элементов главной диагонали преобразования $A(\mathbf{v}')$.

8). Из нечетности $\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}')$, $\mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}')$ и обращения их в нуль при $\mathbf{v}' \rightarrow 0$ следует, что $\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}') = \mathbf{n}_v a_{12}(\mathbf{v}')$, $\mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}') = \mathbf{n}_v a_{21}(\mathbf{v}')$, где \mathbf{n}_v - единичный вектор в направлении \mathbf{v}' . Пропорциональность элементов $\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}')$, $\mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}')$ единичному вектору

направления \mathbf{n}_v вектора скорости \mathbf{v}' следует из разложения нечетной функции $a_{12}(x)$ в степенной ряд по аргументу x с последующей заменой x на \mathbf{v}' .

9). Потребуем сохранения преобразованием $A(\mathbf{v})$ псевдоевклидовой метрики (скалярного произведения векторов в пространстве пространственно-временных интервалов (элементов траектории)) $A^T(\mathbf{v})gA(\mathbf{v}) = g$, где $g = (1, -1)$.

После элементарных преобразований, с учетом отмеченного ранее, получится

$$A^T(\mathbf{v})gA(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} (a_{11}^e + a_{11}^u)^2 - \mathbf{a}_{12}\mathbf{a}_{21} & 2\mathbf{a}_{12}a_{11}^u \\ 2\mathbf{a}_{21}a_{11}^u & \mathbf{a}_{12}\mathbf{a}_{21} - (a_{11}^e - a_{11}^u)^2 \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Чтобы преобразование $A(\mathbf{v})$ сохраняло псевдоевклидову метрику, необходимо потребовать, чтобы $a_{11}^u(\mathbf{v}) = 0$. Тогда $a_{11}(\mathbf{v}') = a_{11}(\mathbf{v}') = a_{22}(\mathbf{v}') = a_{22}(\mathbf{v}')$.

10). Рассмотрим формальную композицию двух последовательных преобразований

$$A(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) = A(\mathbf{v}'')A(\mathbf{v}') = \begin{pmatrix} a_{11}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) & \mathbf{a}_{12}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) \\ \mathbf{a}_{21}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) & a_{22}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) \end{pmatrix}, \quad (7)$$

где

$$a_{11}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) = a_{11}(\mathbf{v}'')a_{11}(\mathbf{v}') + \mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}'')\mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}') = a_{11}(\mathbf{v}'')a_{11}(\mathbf{v}') + (\mathbf{n}_{v''}, \mathbf{n}_{v'})a_{12}(\mathbf{v}'')a_{12}(\mathbf{v}') \quad (7a)$$

$$\mathbf{a}_{12}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) = a_{11}(\mathbf{v}'')\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}') + \mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}'')a_{22}(\mathbf{v}') = \mathbf{n}_{v''}a_{11}(\mathbf{v}'')a_{12}(\mathbf{v}') + \mathbf{n}_{v'}a_{12}(\mathbf{v}'')a_{11}(\mathbf{v}'), \quad (7b)$$

$$\mathbf{a}_{21}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) = \mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}'')a_{11}(\mathbf{v}') + a_{22}(\mathbf{v}'')\mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}') = \mathbf{n}_{v''}a_{12}(\mathbf{v}'')a_{11}(\mathbf{v}') + \mathbf{n}_{v'}a_{11}(\mathbf{v}'')a_{12}(\mathbf{v}'), \quad (7b)$$

$$a_{22}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) = \mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}'')\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}') + a_{22}(\mathbf{v}'')a_{22}(\mathbf{v}') = (\mathbf{n}_{v''}, \mathbf{n}_{v'})a_{12}(\mathbf{v}'')a_{12}(\mathbf{v}') + a_{11}(\mathbf{v}'')a_{11}(\mathbf{v}'), \quad (7g)$$

$\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')$ - «релятивистский закон сложения скоростей» - преобразование группового параметра; $\mathbf{n}_{v'}$ и $\mathbf{n}_{v''}$ - единичные векторы в направлениях \mathbf{v}' и \mathbf{v}'' соответственно.

Свойства композиции преобразований (7) таковы:

1. $a_{11}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) = a_{22}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}'))$, $\mathbf{a}_{12}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) = \mathbf{a}_{21}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}'))$ - композиция - симметричная матрица.
2. Если \mathbf{v}' и \mathbf{v}'' параллельны (или антипараллельны) друг другу, то и \mathbf{w} параллельна или антипараллельна им. В противном случае ориентация вектора \mathbf{w} определяется линейной суперпозицией (7б), (7в) ориентаций векторов \mathbf{v}' и \mathbf{v}'' .
3. $\mathbf{w}(0,0) = 0$ - композиция двух тождественных преобразований есть тождественное преобразование $A(\mathbf{w}(0,0)) = E$.
4. $\mathbf{w}(\mathbf{v}'', 0) = \mathbf{v}''$ и $\mathbf{w}(0, \mathbf{v}') = \mathbf{v}'$ - композиция нетривиального преобразования с тождественным преобразованием равна нетривиальному преобразованию $A(\mathbf{w}(0, \mathbf{v}')) = \begin{pmatrix} a_{11}(\mathbf{v}') & \mathbf{n}_{v'}a_{12}(\mathbf{v}') \\ \mathbf{n}_{v'}a_{12}(\mathbf{v}') & a_{11}(\mathbf{v}') \end{pmatrix}$, $A(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', 0)) = \begin{pmatrix} a_{11}(\mathbf{v}'') & \mathbf{n}_{v''}a_{12}(\mathbf{v}'') \\ \mathbf{n}_{v''}a_{12}(\mathbf{v}'') & a_{11}(\mathbf{v}'') \end{pmatrix}$.
5. $\mathbf{w}(\mathbf{v}, -\mathbf{v}) = \mathbf{w}(-\mathbf{v}, \mathbf{v}) = 0$ - композиция двух взаимобратных преобразований является тождественным преобразованием (с учетом того, что $\det A = 1$).

6. $A(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) = A(\mathbf{w}(\mathbf{v}', \mathbf{v}''))$ - композиция преобразований коммутативна.
7. $A(\mathbf{w}(-\mathbf{v}'', -\mathbf{v}')) = \begin{pmatrix} a_{11}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) & -\mathbf{a}_{12}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) \\ -\mathbf{a}_{12}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) & a_{11}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}')) \end{pmatrix} = A^{-1}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}'))$, что следует из коммутативности преобразований, входящих в комбинации $A(\mathbf{w}(-\mathbf{v}'', -\mathbf{v}'))$ и $A^{-1}(\mathbf{w}(\mathbf{v}'', \mathbf{v}'))$.
8. $\det(A(\mathbf{v}'')A(\mathbf{v}')) = a_{11}^2(\mathbf{v}'') - a_{12}^2(\mathbf{v}'') (a_{11}^2(\mathbf{v}') - (\mathbf{n}_{\mathbf{v}'}, \mathbf{n}_{\mathbf{v}'})^2 a_{12}^2(\mathbf{v}'))$ - детерминант композиции преобразований равен единице только при $(\mathbf{n}_{\mathbf{v}'}, \mathbf{n}_{\mathbf{v}'}) = \pm 1$, т.е. только в случае параллельности или антипараллельности \mathbf{v}' и \mathbf{v}'' , даже если $\det A(\mathbf{v}') = 1$. Следовательно, преобразования (3) не образуют группу в случае комбинации преобразований с произвольно ориентированными векторами \mathbf{v}' и \mathbf{v}'' . Для «замкнутости» комбинаций преобразований с произвольно ориентированными векторами \mathbf{v}' и \mathbf{v}'' , их нужно дополнять пространственным – вигнеровским – вращением [6,7,10].

Этим заканчивается обсуждение ограничений на вид преобразования, а также свойства и следствия преобразований $A(\mathbf{v})$, вытекающие из общих соображений и из условий выполнения формальных требований (групповых – существование обратного элемента, композиция преобразований и геометрических – сохранение псевдоскалярного квадрата 4-вектора и пр.).

6.4. Решение системы уравнений (7а) – (7г)

Приведенные выше соображения общего характера достаточны для получения частного решения системы функциональных уравнений (7а) – (7г).

Вид функциональных уравнений (7а) - (7г) напоминает соотношения для суммы аргументов гиперболических косинуса (7а), (7г) и синуса (7б), (7в). Действительно, одним из частных решений системы функциональных уравнений (7а)-(7г) может быть

$$A(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} \text{ch}(v/c_0) & \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0) \\ \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0) & \text{ch}(v/c_0) \end{pmatrix}, \quad (8)$$

т.е. $a_{11}(\mathbf{v}) = a_{22}(\mathbf{v}) = \text{ch}(v/c_0) = \text{ch}(v/c_0)$ и $\mathbf{a}_{12}(\mathbf{v}) = \mathbf{a}_{21}(\mathbf{v}) = \text{sh}(v/c_0) = \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0)$, \mathbf{v} - вектор скорости между системами отсчета, c_0 - пока неопределенная константа размерности скорости.

Прямыми вычислениями легко убедиться в том, что $A(\mathbf{v})$ в виде (8) удовлетворяет ранее сформулированным требованиям 1-10, а для комбинации преобразований вида $A(\mathbf{v})$ справедливы следствия 1-8.

В одномерном случае, очевидно, преобразование (8) сводится к виду

$$A(v) = \begin{pmatrix} \text{ch}(v/c_0) & \text{sh}(v/c_0) \\ \text{sh}(v/c_0) & \text{ch}(v/c_0) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Если в (9) переменную v/c_0 заменить переменной $\operatorname{arcth}(v/c_0)$, то (9) в точности сведется к преобразованиям Лоренца (представления $A(v)$ в форме Лоренца и в форме гиперболических поворотов совпадают с точностью до второго порядка относительно v/c_0).

Этот переход – от (9) к преобразованиям Лоренца – достигается тем, что:

во-первых, изменяется область определения преобразований (в (9) $v \in (-\infty, +\infty)$), в преобразованиях Лоренца $|v| < c_0$), и,

во-вторых, нарушается принцип относительности Пуанкаре – в (9) относительная скорость объектов $w = u - v$ – закон сложения скоростей – не зависит от выбора системы отсчета, а в преобразованиях Лоренца величина относительной скорости объектов зависит от самих величин скоростей объектов, а не только от их разности $w = (u - v) / (1 - uv/c_0^2)$.

Учитывая, что $ds' = c dt'$, $ds = c dt$, мгновенная скорость частицы в системе отсчета K будет $V/c = dx/ds$, а в системе отсчета K' соответственно будет $V'/c = dx'/ds'$.

Из соотношения

$$\left(\frac{ds'}{dx'}\right) = A(v) \left(\frac{ds}{dx}\right) \quad (10)$$

следует определение величины скорости частицы V' в системе отсчета K' по известным величинам скорости частицы V в системе отсчета K и относительной скорости v систем отсчета K' и K в виде

$$V' = \frac{c_0 \operatorname{th}(v/c_0) + V}{1 + \operatorname{th}(v/c_0)V/c_0}. \quad (11)$$

Соотношение (11) сводится к общеизвестному «релятивистскому закону сложения скоростей» не только при упомянутом переходе к СТО через замену переменных $v/c_0 \rightarrow \operatorname{arcth}(v/c_0)$, но и просто в предположении $v/c_0 \rightarrow 0$. Таким образом, может сложиться впечатление, что СТО на основе группы Лоренца является приближением теории относительности на основе группы гиперболических вращений $v/c_0 \rightarrow 0$.

И, наконец, если соотношение (11) связывает величины скоростей частицы в различных системах отсчета, то из (10) можно получить $dx'/dt' = c \operatorname{sh}(v/c_0) + \operatorname{ch}(v/c_0)V$ – скорость материальной точки в системе отсчета K' с точки зрения системы отсчета K (в духе работы [8]).

6.5. Заключение

Предварительные (и дискуссионные) выводы, следующие из проведенного рассмотрения, таковы.

Время – производное понятие от движения в пространстве.

Предположительно, что адекватной физическому эксперименту является евклидова геометрия пространства – времени, так как в этом случае дифференциалы траектории (ds, dr) частицы, при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, преобразуются правильным (?) с

точки зрения эксперимента образом – подвергаясь псевдоевклидову вращению с параметром относительная скорость [5].

Относительность является не только следствием конечности скорости распространения сигнала (скорости распространения взаимодействий) [9], но есть сущностный атрибут самого факта движения.

Исходя из анализа движения в материальной точки в трехмерном евклидовом пространстве, установлены условия – система функциональных уравнений (7а) – (7г), которым должно удовлетворять преобразование дифференциалов траектории материальной точки для наблюдателей, находящихся в различных инерциальных системах отсчета. Это преобразование (релятивистское преобразование - РП) образует формальный фундамент релятивистского описания физических явлений.

Простейшим РП - решением системы уравнений (7а) – (7г), является гиперболический поворот в 2-хмерном пространстве элементов траектории (ds, dr) в различных ИСО.

От представления РП гиперболическими поворотами элементарной заменой переменной можно перейти к РП в виде преобразований Лоренца, равно как и к бесконечному количеству других реализаций РП, сохраняющих псевдоевклидову метрику в пространстве дифференциалов (ds, dr) .

Несмотря на сдержанный оптимизм относительно выбора конкретной реализации РП в виде преобразований Лоренца, который опирается на безусловные успехи релятивистских теорий, по-видимому, считать вопрос о выборе «правильных» РП окончательно решенным преждевременно. Последнее слово, разумеется, за адекватным задаче и методически правильно поставленным экспериментом.

Релятивистская динамика, логическим фундаментом которой является принцип относительности Пуанкаре, а формальным – РП, должна учесть отмеченные обстоятельства.

ЛИТЕРАТУРА

1. Корн Г. , Корн Т. Справочник по математике. – М.: Наука, 1974, 831 с.
2. Арнольд В. И., Козлов В. В., Нейштадт А. И. “Математические аспекты классической и небесной механики”, *Динамические системы – 3*, Итоги науки и техн. Сер. Современ. пробл. мат. Фундам. направления, 3, ВИНТИ, М., 1985, 5–290.
3. Усманов З. Д. Моделирование времени. М.: Знание, 1991. – 48 с.
4. Усманов З. Д. Колебания математического маятника, описываемые в его собственном времени. ДАН Республики Таджикистан, т. 154, №2, с. 105-109, 2011 г.
5. Прилепских Н.Н. Геометрия пространства-времени и кинематика инерциальных систем отсчета (в настоящем сборнике).
6. Малькин Г. Б. Прецессия Томаса: корректные и некорректные решения // *УФН*, 176, с. 865–882 (2006).
7. Ритус В.И. О различии подходов Вигнера и Мёллера к описанию прецессии Томаса// *УФН*, 177, с. 105–112 (2007).
8. Денисов А. А. Мифы теории относительности. – Ст.- Петербург, 2009 г., 97 с.
9. Прилепских Н.Н. Сигнал с конечной скоростью: кинематика относительности на евклидовой плоскости (x, t) (в настоящем сборнике).
10. Дубровский В.Н. и др. Релятивистский мир. М.: Наука, 1984.-176 с.

7. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ КИНЕМАТИКА ТОЧЕЧНЫХ ЧАСТИЦ

По аналогии с кинематикой пространства-времени введены 4-компонентные величины масса-импульс, преобразующиеся по векторному представлению группы гиперболических вращений пространственно-временных интервалов. На их основе в ковариантном виде рассмотрены две кинематические задачи – образование и распад «комплекса», имеющие разумный нерелятивистский предел. В обсуждаемом контексте «дефект массы» оказывается кинематическим эффектом.

7.1. Введение

Мотивом для этой и нескольких последующих работ послужило то обстоятельство, что, как представляется автору, экспериментальный факт – реликтовый фон и его анизотропия [1,2], а также установленные ранее закономерности кинематики абсолютного пространства-времени [3-5], дают достаточные основания рассмотреть конструктивную альтернативу релятивистской механике СТО.

В этой работе предпринята попытка объяснить то, почему поиск альтернативы динамике СТО может быть целесообразен. Показано также, что отмеченные в предыдущих работах кинематические закономерности пространства-времени, будучи распространенными на динамические параметры частиц (массу, импульс, заряд и т.д.), позволяют получать осмысленные заключения о свойствах физических систем.

Обозначения в этой работе несколько изменены относительно обозначений предыдущих работ для удобства изложения и восприятия.

7.2. Новые факты и СТО

Уже после построения специальной теории относительности (СТО) установлены факты, противоречащие тем посылам, на основе которых формировались представления теории относительности. Это, во-первых, существование выделенной системы отсчета, связанной с фоном реликтового излучения [1,2], и, во-вторых, по-видимому, можно считать установленной, избыточность гипотезы Фитцджеральда-Лоренца [3, 11].

В связи с этим встает вопрос о том, каким образом должна формулироваться теория относительности, в которую, с необходимостью, должны быть включены эти вновь установленные обстоятельства?

В рамках парадигмы релятивистское описание физических явлений состоит в том, что, в соответствии с принципом относительности уравнения, описывающие физическую систему, должны быть представлены в виде, инвариантном относительно преобразований группы Лоренца.

Формально теория вытекает из следования принципу относительности – ковариантности уравнений, и постулата постоянства скорости света как

основания для установления группы преобразований пространства-времени – группы Лоренца [6, с. 100].

Таким образом, формализм теории относительности – это принцип относительности и группа Лоренца.

Ослабим ограничения на формализм теории относительности, вытекающие как из принципа относительности, так и из выбора группы преобразований пространства-времени.

О принципе относительности.

Исходя из анализа множества экспериментов по определению скорости движения Земли относительно эфира, давших отрицательные результаты, А. Пуанкаре, начиная с работы 1895 г., декларирует принципиальную невозможность выявления абсолютного движения [7]. В докладе на Конгрессе искусства и науки в Сент-Луисе в 1904 г. это наблюдение Пуанкаре формулирует уже в виде принципа относительности: «...*Законы физических явлений должны быть одинаковыми для неподвижного наблюдателя и для наблюдателя, совершающего равномерное поступательное движение, так что мы не имеем и не можем иметь никакого способа определять, находимся мы в подобном движении или нет...*» [8, с. 9]. В таком виде он и включен в парадигму.

Принцип относительности появляется у Пуанкаре как обобщение значительного экспериментального материала. Однако то, что система отсчета, в которой изотропен реликтовый фон, может рассматриваться как выделенная, не согласуется с формулировкой принципа относительности. Факт наличия выделенной системы отсчета – системы отсчета, в которой изотропен реликтовый фон, в контексте теории относительности, следует трактовать, по-видимому, как возвращение электромагнитному излучению статуса обычного волнового процесса.

Желая сохранить интуитивную привлекательность и конструктивность идеи Пуанкаре об относительности, следует, по-видимому, переформулировать принцип относительности в «ослабленной» форме: *для наблюдателей, находящихся в различных инерциальных системах отсчета, физические законы должны представляться в одинаковой форме.* Дальнейшее рассмотрение покажет разумность данного предположения.

О преобразованиях пространства-времени – группе Лоренца.

Группа Лоренца определена А. Пуанкаре в работе 1905 г. [9] в результате анализа и уточнения работы Лоренца [10]. Группа возникает из требования удовлетворения уравнений Максвелла (уравнений эфира) принципу относительности во всех порядках по величине относительной скорости v/c , где v - скорость движения системы относительно эфира, а c - скорость света [10]. При попытке это установить, Лоренц, разумеется, не мог не учесть гипотезу о сокращении размеров тел в направлении движения, позволившую ему интерпретировать эксперимент Майкельсона-Морли [11]. И, действительно, первым шагом преобразований становится введение Лоренц-фактора $k = (1 - v^2/c^2)^{-1/2}$ (см. [10], с. 70, соотношение (3)). Дальнейшее

получение представления группы в виде преобразований Лоренца – дело техники.

Известно, что симметрии уравнений Максвелла – уравнений эфира – существенно шире, чем группа Лоренца – группа псевдоевклидовых поворотов пространства-времени в частном представлении – в виде, установленном Лоренцем-Пуанкаре [12]. Исключительность этого представления с точки зрения физики, во всяком случае, на момент ее появления (1905 г.), состоит только в одном – в том, что из такого представления следует формальное выражение гипотезы Фитцджеральда-Лоренца [11].

Таким образом, отказ от гипотезы Фитцджеральда-Лоренца формально можно рассматривать как логическую возможность либо замены представления группы псевдоевклидовых вращений, сохраняющей вид физических законов в различных инерциальных системах отсчета, либо – более радикальный вариант – замены самой группы преобразований.

Выбор среди альтернатив, конечно, за экспериментом.

Далее рассмотрена одна из возможностей построения релятивистской теории, получающаяся при замене представления гиперболических вращений в пространстве-времени в виде Лоренца, на их представления гиперболическими функциями. Указания на такую возможность следуют из проведенных ранее рассмотрений [4-5].

7.3. Кинематические аналогии пространства-времени в кинематике частиц

При рассмотрении кинематики пространства-времени усматривается простая измерительная процедура, сводящаяся к измерению промежутков времени и пространственных интервалов: в каждой точке пространства, координата которой известна, расположен наблюдатель с абсолютными часами. Иная ситуация с динамическими параметрами (масса, импульс, сила и пр.). Определение этих величин предполагает взаимодействие, что, в свою очередь, должно опираться на «релятивистские» динамические представления и соответствующие измерительные процедуры.

Поэтому на этой стадии изложения получение релятивистских соотношений для динамических величин возможно путем аналогий и допущений в надежде (и, как показано в последующих работах – не обосновательных), что следствия найдут экспериментальное подтверждение.

Итак, релятивистская кинематика пространства-времени основывается на объединении пространственных и временных интервалов в один объект – интервал $ds = (c_0 dt, dr)$ в евклидовом пространстве-времени $(c_0 t, \mathbf{r})$. В частности, для частицы, движущейся относительно лабораторной системы отсчета

$$dr = v dt, \quad (1)$$

где v - скорость частицы (материальной точки, скорость наблюдателя, инерциальной системы отсчета (ИСО)) относительно некоторой, «лабораторной» системы отсчета K_0 ; c_0 - пока неопределенная константа размерности скорости, величина которой может быть установлена в дальнейшем из сопоставления результатов расчета с экспериментом.

Далее оказалось, что при переходах между различными наблюдателями величины ds преобразуются по векторному представлению гиперболического вращения «плоскости» $(c_0 dt, dr)$ с параметром относительная скорость:

$$\begin{pmatrix} c_0 dt \\ dr \end{pmatrix} = A(\mathbf{v}) \begin{pmatrix} c_0 dt_0 \\ dr_0 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где

$$A(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} \text{ch}(v/c_0) & \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0) \\ \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0) & \text{ch}(v/c_0) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

$(c_0 dt_0, dr_0)$ - интервал в системе отсчета K_0 , а \mathbf{n}_v - единичный вектор в направлении вектора скорости частицы \mathbf{v} .

В случае одного пространственного измерения, на котором будут иллюстрироваться рассуждения, соотношения (2), (3) запишутся:

$$\begin{pmatrix} c_0 dt \\ dx \end{pmatrix} = A(v) \begin{pmatrix} c_0 dt_0 \\ dx_0 \end{pmatrix}, \quad (4)$$

где

$$A(v) = \begin{pmatrix} \text{ch}(v/c_0) & \text{sh}(v/c_0) \\ \text{sh}(v/c_0) & \text{ch}(v/c_0) \end{pmatrix}. \quad (5)$$

К каким следствиям приведет замена преобразования интервала преобразованиями в форме Лоренца преобразованиями гиперболического вращения (2), (3) (или (4), (5))?

Предварительные замечания таковы:

- Из разложения в ряд по степеням v/c_0 следует, что до второго порядка по v/c_0 преобразования Лоренца и гиперболическое вращение дадут совпадающий результат. Разумеется, принципиальным будет отличие в случае движения частиц со скоростью близкой к скорости света.
- Для частиц (не для поля!) отсутствует особенность на «световом конусе». Да и вообще свет никоим образом не фигурирует в определении преобразований (2), (3) и (4), (5)).
- Величина относительной скорости – релятивистский закон сложения скоростей двух объектов $v_{ij} = (v_i - v_j)/(1 - v_i v_j/c^2)$, следующий из преобразований Лоренца, зависит не от разности скоростей, как должно бы из следования принципу относительности, а от самих величин скоростей. Как показано в [13], и, по-видимому, понималось в [10, 9] преобразования Лоренца следует интерпретировать как преобразование интервала из системы отсчета покоя среды – переносчика сигнала. Следующая из преобразований (5) величина относительной скорости двух объектов имеет вид $v_{ij} = v_i - v_j$, что согласуется с принципом относительности.
- Как будет показано ниже, общеизвестное релятивистское выражение для энергии $E^2 = m_0^2 c^4 + c^2 p^2$ свободной частицы является следствием гораздо более слабого условия, чем преобразования в форме Лоренца: требуется

всего лишь сохранение преобразованием псевдоевклидовой метрики. А этому условию – сохранению псевдоевклидовой метрики – удовлетворяет и преобразование (5), и бесконечное множество других преобразований.

Как уже отмечено выше, сформулировать релятивистскую динамику без логического скачка не удастся. Поэтому просто приведем некоторые наводящие соображения, которые позволят получить наперед известный результат.

Для наглядности и с целью исключить несущественные для настоящего изложения сложности рассмотрим одномерный случай.

В нерелятивистской кинематике импульс частицы p , масса которой m_0 , и которая движется относительно наблюдателя со скоростью v , в системе отсчета наблюдателя (лабораторной системе отсчета), определяется соотношением

$$p = vm_0, \quad (6)$$

аналогичным (1).

Отличие (6) от (1) только в том, что dt , а, значит, и dx непрерывные переменные, в то время как масса частицы, в частности, может принимать дискретные значения.

В соотношении (4) компоненты интервала $dt = dt(v)$ и $dx = dx(v)$ зависят от скорости v . Предположим аналогичные зависимости от скорости у массы $m = m(v)$ и импульса $p = p(v)$ частицы, которая со скоростью v движется относительно ИСО K_0 .

Подобно тому, как из пространственного и временного интервала был образован четырехмерный вектор – интервал пространства времени [3,4], преобразующийся по векторному представлению группы гиперболических вращений, из массы и импульса частицы также образуем четырехмерный вектор масса-импульс, который (предположим!) преобразуется при гиперболическом вращении так же, как и пространственно-временной интервал.

Тогда из (4), (5) следует, что если 4-вектор масса-импульс в системе отсчета покоя частицы имеет вид $(m_0c_0, 0)$, то в системе отсчета, относительно которой частица движется со скоростью v , 4-вектор масса-импульс будет

$$(mc_0, p) = m_0c_0 (\text{ch}(v/c_0), \text{sh}(v/c_0)), \quad (7)$$

где $m = m_0 \text{ch}(v/c_0)$, $p = m_0c_0 \text{sh}(v/c_0)$.

Из того, что преобразование (5) сохраняет псевдоевклидову метрику (1,-1) (псевдоскалярное произведение векторов), можно записать равенство псевдоскалярных квадратов 4-вектора (mc_0, p) (7) в лабораторной системе отсчета $(mc_0, p)^2 = m^2c_0^2 - p^2$, и в системе отсчета покоя частицы $m_0^2c_0^2$, откуда, после замены $E = mc_0^2$, последует общеизвестное соотношения между энергией E и импульсом p свободной релятивистской частицы

$$E^2 = m_0^2c_0^4 + c_0^2p^2. \quad (8)$$

Если пространство трехмерно, то уместно говорить о 4-векторе масса-импульс частицы. В этом случае соотношение (7) примет вид

$$p = (mc_0, \mathbf{p}) = m_0 c_0 (\text{ch}(v/c_0), \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0)), \quad (9)$$

где p - 4-вектор массы-импульса частицы; $m = m_0 \text{ch}(v/c_0)$ - «релятивистская масса»; $\mathbf{p} = \mathbf{n}_v m_0 c_0 \text{sh}(v/c_0)$ - трехмерный (пространственный) вектор импульса частицы, пространственная «проекция» 4-импульса; \mathbf{n}_v - единичный пространственный вектор ориентации вектора скорости \mathbf{v} частицы.

Рассуждения относительно «нерелятивистской» связи $\mathbf{j} = \mathbf{v}\rho_0$ между плотностью заряда ρ_0 и плотностью тока \mathbf{j} , аналогичные вышеприведенным относительно «нерелятивистской» связи массы и импульса, очевидно, приведут к 4-вектору плотности заряда-тока

$$j = (\rho c_0, \mathbf{j}) = \rho_0 c_0 (\text{ch}(V/c_0), \mathbf{n}_v \text{sh}(V/c_0)), \quad (10)$$

который также преобразуется по векторному представлению группы гиперболических поворотов. Здесь $\rho = \rho_0 \text{ch}(v/c_0)$ - плотность заряда, $\mathbf{j} = \mathbf{n}_v \rho_0 c_0 \text{sh}(v/c_0)$ - плотность тока частицы в лабораторной системе отсчета.

Для 4-вектора плотности заряда-плотности тока (10) можно записать аналог соотношения (8) для 4-вектора масса-импульс

$$J^2 = \rho_0^2 c_0^4 + c_0^2 j^2,$$

где $J = j c_0^2$.

На двух элементарных физически содержательных задачах – образование комплекса из двух отдельных частиц и распад частицы на две проиллюстрируем то, что введенные указанным выше образом 4-векторные величины масса-импульс являются элементами линейного векторного пространства, и линейные соотношения между этими 4-векторами имеют разумную физическую интерпретацию в нерелятивистском пределе $v/c_0 \rightarrow 0$.

7.4. Кинематика массивных точечных частиц: образование комплекса

Без ограничения общности рассматриваем одномерное движение.

Пусть в системе отсчета наблюдателя две частицы с массами покоя m_{01} и m_{02} движутся со скоростями v_1 и v_2 соответственно. В соответствии с отмеченным выше, этим частицам в системе отсчета наблюдателя сопоставим 4-векторы массы-импульса p_1 и p_2 :

$$p_1 = m_{01} c_0 (\text{ch}(v_1/c_0), \text{sh}(v_1/c_0)), \quad (11a)$$

$$p_2 = m_{02} c_0 (\text{ch}(v_2/c_0), \text{sh}(v_2/c_0)). \quad (11б)$$

Под комплексом будем понимать такой объект, состоящий из этих двух невзаимодействующих частиц, 4-импульс которого равен сумме 4-векторов массы-импульса частиц

$$p_{12} = p_1 + p_2. \quad (12)$$

Тогда, с одной стороны, подобно (11),

$$p_{12} = m_{012} c_0 (\text{ch}(v_{12}/c_0), \text{sh}(v_{12}/c_0)), \quad (13)$$

где, пока неизвестные, m_{012} - масса покоя комплекса и v_{12} - скорость комплекса в системе отсчета наблюдателя, а с другой стороны, из (11) – (12), следует, что

$$p_{12} = c_0 (m_{01} \operatorname{ch}(v_1/c_0) + m_{02} \operatorname{ch}(v_2/c_0), m_{01} \operatorname{sh}(v_1/c_0) + m_{02} \operatorname{sh}(v_2/c_0)). \quad (14)$$

Приравниванием соответственных компонент в (13) и (14) получается пара уравнений

$$m_{012} \operatorname{ch}(v_{12}/c_0) = m_{01} \operatorname{ch}(v_1/c_0) + m_{02} \operatorname{ch}(v_2/c_0), \quad (15)$$

$$m_{012} \operatorname{sh}(v_{12}/c_0) = m_{01} \operatorname{sh}(v_1/c_0) + m_{02} \operatorname{sh}(v_2/c_0). \quad (16)$$

В нерелятивистском пределе ($v_1, v_2, v_{12} \ll c_0$) при разложении (15), (16) до второго порядка по относительной скорости v_i/c_0 , получаются соотношения

$$(m_{012} - (m_{01} + m_{02}))c_0^2 + \frac{m_{012}v_{12}^2}{2} \approx \frac{m_{01}v_1^2}{2} + \frac{m_{02}v_2^2}{2}, \quad (17)$$

$$m_{012}v_{12} \approx m_{01}v_1 + m_{02}v_2, \quad (18)$$

имеющие ясный физический смысл – закона сохранения энергии и закона сохранения импульса соответственно.

Из (17), в частности, следует, что «энергия связи» («дефект» массы комплекса) $\Delta mc_0^2 = (m_{012} - (m_{01} + m_{02}))c_0^2$ равна разности двух кинетических энергий: суммы кинетических энергий компонентов комплекса и кинетической энергии комплекса как целого, другими словами – равна кинетической энергии относительного движения компонентов комплекса.

Эти предельные соотношения являются иллюстрацией разумности объединения массы и импульса в 4-вектор масса-импульс.

Возвращаясь к задаче настоящего раздела, запишем решение системы уравнений (15), (16) относительно неизвестных v_{12} и m_{012} :

$$\operatorname{th}(v_{12}/c_0) = \frac{m_{01} \operatorname{sh}(v_1/c_0) + m_{02} \operatorname{sh}(v_2/c_0)}{m_{01} \operatorname{ch}(v_1/c_0) + m_{02} \operatorname{ch}(v_2/c_0)}, \quad (19)$$

$$m_{012} = \sqrt{m_{01}^2 + m_{02}^2 + 2m_{01}m_{02} \operatorname{ch}\left(\frac{v_2 - v_1}{c_0}\right)}, \quad (20)$$

которые, как и должно в нерелятивистском пределе, сводятся к скорости центра масс $v_{12} = \frac{m_{01}v_1 + m_{02}v_2}{m_{01} + m_{02}}$ и суммированию масс составляющих комплекс частиц $m_{012} = m_{01} + m_{02}$ соответственно.

Как следует из (20), масса покоя комплекса не меньше суммы масс покоя составляющих его частиц $m_{012} \geq m_{01} + m_{02}$. Равенство $m_{012} = m_{01} + m_{02}$ достигается при условии $v_1 = v_2$.

Если (20) разложить по степеням малости $(v_2 - v_1)/c_0 = v/c_0$ до второго порядка, то вновь получится выражение для «дефекта массы» - разности масс покоя комплекса и составляющих его частиц в виде

$$\Delta mc_0^2 \approx \frac{\mu v^2}{2},$$

где $\Delta m = m_{012} - (m_{01} + m_{02})$ - разность масс покоя; $\mu = \frac{m_{10}m_{20}}{m_{10} + m_{20}}$ - приведенная масса частиц; $v = |v_2 - v_1|$ - модуль относительной скорости компонентов комплекса.

Таким образом, в обсуждаемом контексте оказывается, что дефект массы является чисто кинематическим эффектом и численно – в энергетических единицах – равен величине кинетической энергии относительного движения частиц, составляющих комплекс.

Формально: приведенные выкладки иллюстрируют то, что линейная операция с 4-векторами – сложение двух 4-векторов масса-импульс – определяет релятивистские соотношения кинематики частиц, имеющие разумные нерелятивистские пределы.

7.5. Кинематика массивных точечных частиц: распад комплекса

Кинематика задачи распада комплекса, как и задачи предыдущего раздела – образования комплекса, определяется соотношениями (11)-(16), только известными считаются параметры распадающегося комплекса v_{12} и m_{012} , а неизвестными – параметры частиц – продуктов распада.

Однако имеются и существенные отличия.

Во-первых, для рассматриваемого случая одномерной задачи уравнений два, а неизвестных – четыре - m_{01} , m_{02} и v_1 , v_2 , что приводит к необходимости формулировать дополнительные условия, чтобы получить однозначный результат. Формально это является следствием неоднозначности разложения вектора в сумму двух векторов.

Во-вторых, как следует из проведенного рассмотрения, масса покоя комплекса (составной частицы) зависит от величины относительной скорости частиц, составляющих комплекс. Следовательно, массы покоя составных частиц, даже состоящих из одних и тех же составляющих, могут отличаться друг от друга из-за различных скоростей относительного движения компонентов (различных энергий возбуждения).

Итак, в системе отсчета наблюдателя движется составная частица. Заданы масса покоя частицы m_{012} и ее скорость v_{12} в лабораторной системе отсчета. Частица в некоторый момент времени распадается на две частицы. Энергия взаимодействия частиц, составляющих комплекс, пренебрежимо мала по сравнению с кинетической энергией частиц, составляющих комплекс.

Тогда из (15), (16) элементарно получаются решения следующих задач:

а) известны массы покоя m_{01} , m_{02} . Определить скорости частиц продуктов распада v_1 , v_2 ;

б) известны скорости частиц продуктов распада v_1 , v_2 . Определить массы покоя частиц m_{01} , m_{02} ;

в) известны масса покоя m_{01} и скорость v_1 одной частицы. Определить массу покоя m_{02} и скорость v_2 второй частицы;

г) известны масса покоя m_{01} и скорость v_2 . Определить массу покоя m_{02} и скорость v_1 .

В качестве иллюстрации приведено решение задачи в):

$$\text{th}(v_2/c_0) = \frac{m_{012} \text{sh}(v_{12}/c_0) - m_{01} \text{sh}(v_1/c_0)}{m_{012} \text{ch}(v_{12}/c_0) - m_{01} \text{ch}(v_1/c_0)},$$

$$m_{02} = \sqrt{m_{012}^2 + m_{01}^2 - 2m_{012}m_{01} \operatorname{ch} \left(\frac{v_{12} - v_1}{c_0} \right)},$$

которые в «нерелятивистском пределе» трансформируются в закон сохранения импульса $v_2(m_{012} - m_{01}) \approx m_{012}v_{12} - m_{01}v_1$ и массы $m_{02} \approx m_{012} - m_{01}$.

7.6. Заключение

Приведены аргументы целесообразности поиска конструктивных альтернатив релятивистской механике, основанной на преобразованиях Лоренца.

Образование 4-вектора масса-импульс по тем же правилам и с теми же свойствами преобразования, что и 4-вектора пространственно-временного интервала, является формально непротиворечивым и физически содержательным. 4-векторы масса-импульс образуют линейное векторное пространство.

Теперь все готово для того, сформулировать релятивистскую динамику, основанную на представлении «бустов» гиперболическими вращениями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Penzias A.A., Wilson R.W. A measurement of excess antenna temperature at 4080 mc/s. *Astrophys. J.*, 142, 419-421 (1965).
2. Смут Дж.Ф. III. Анизотропия реликтового излучения: открытие и научное значение. *УФН*, 177, с. 1294-1317 (2007).
3. Прилепских Н.Н. Замечания к математической модели эксперимента Майкельсона-Морли (настоящий сборник).
4. Прилепских Н.Н. Геометрия пространства-времени и кинематика инерциальных систем отсчета (настоящий сборник).
5. Прилепских Н.Н. Пространство, время, движение, относительность (настоящий сборник).
6. Эйнштейн А. К электродинамике движущегося тела. – Принцип относительности: Сб. статей / Под ред. Тяпкина А.А. – М.: Атомиздат, 1973 г., с. 97 – 117.
7. Пуанкаре А. К теории Лармора. – Принцип относительности: Сб. статей / Под ред. Тяпкина А.А. – М.: Атомиздат, 1973 г., с. 7 – 8.
8. Логунов А.А. К работам Анри Пуанкаре «О динамике электрона». М.: Изд-во МГУ, 1988 г., 100 с.
9. Пуанкаре А. О динамике электрона. – Принцип относительности: Сб. статей / Под ред. Тяпкина А.А. – М.: Атомиздат, 1973 г., с. 90 – 93.
10. Лоренц Г. Электромагнитные явления в системе, движущейся с любой скоростью, меньшей скорости света. – Принцип относительности: Сб. статей / Под ред. Тяпкина А.А. – М.: Атомиздат, 1973 г., с. 67 – 87.
11. Лоренц Г. Интерференционный опыт Майкельсона – Принцип относительности: Сб. статей / Под ред. Тяпкина А.А. – М.: Атомиздат, 1973 г., с. 8 – 12.
12. Фушич В.И., Никитин А.Г. Симметрия уравнений Максвелла. – Киев: Наукова Думка, 1983. – 200 с.
13. Прилепских Н.Н. Сигнал с конечной скоростью: кинематика относительности на евклидовой плоскости (x, t) (настоящий сборник).

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

8. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА ТОЧЕЧНЫХ ЧАСТИЦ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

Предложено обобщение второго закона Ньютона на 4-хмерное пространство-время, псевдоевклидовы вращения в котором представляются гиперболическими функциями. В духе прямого межчастичного взаимодействия предложено релятивистское обобщение законов всемирного тяготения и Кулона. В предлагаемых терминах решены нескольких тестовых задач. Отмечено экспериментальное подтверждение предлагаемой точки зрения.

8.1. Введение

В работе [1] показано, что отрицательный результат эксперимента Майкельсона-Морли оказался кинематическим эффектом, а это означает, что гипотеза Фитцджеральда-Лоренца относительно сокращения размеров тел в направлении движения, сформулированная для его объяснения, не является необходимой для формирования релятивистских представлений.

Из рассмотрения [2-4] следует в частности, что, во-первых, эффекты относительности присущи «абсолютному» пространству-времени, что очевидно, и, во-вторых, в «абсолютном» евклидовом пространстве-времени пространство пространственно-временных интервалов, при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой преобразуются по векторному представлению группы псевдоевклидовых вращений с параметром относительная скорость.

Следовательно, возникает логическая возможность варианта релятивистской теории, в которой представление группы псевдоевклидовых поворотов пространства-времени осуществляется не в виде преобразований Лоренца, а, например, в виде обычных гиперболических поворотов.

В работе [5] ранее установленные кинематические закономерности пространства-времени, по аналогии, распространены на кинематику частиц: введены четырехмерные объекты масса-импульс (заряд-ток), преобразующиеся как 4-векторы относительно группы псевдоевклидовых вращений, представленной через гиперболические функции. Оказывается, что данная аналогия – объединение массы и импульса (плотности заряда и плотности тока) частицы в один четырехкомпонентный вектор, также преобразующийся по представлению гиперболического вращения – является физически содержательной.

В данной работе формулируется релятивистская динамика бесструктурной частицы в евклидовом пространстве-времени. Преобразование псевдоевклидового поворота представляется гиперболическими функциями. Рассматривается случай прямого межчастичного взаимодействия.

8.2. Релятивистская динамика бесструктурной массивной точечной частицы

Исходя из требования принципа относительности Пуанкаре – сохранения вида выражения второго закона Ньютона в форме

юджорджорджорджор

$$m \frac{d^2 x^i}{dt^2} = e d^i = e d^i, \quad (1)$$

при условии, что преобразование координат и времени при переходе от «нештрихованной» системы координат к «штрихованной» происходит в соответствии с

$$ct' = ct \operatorname{ch} \alpha - x \operatorname{sh} \alpha, \quad (2a)$$

$$x' = x \operatorname{ch} \alpha - ct \operatorname{sh} \alpha, \quad (2б)$$

$$y' = y, \quad (2в)$$

$$z' = z, \quad (2г)$$

М. Планк в 1906 г. получил уравнения релятивистской динамики материальной точки, обобщающие второй закон Ньютона, в виде [6, с. 84]

$$\frac{d}{dt} \left\{ \frac{m dx^i/dt}{\sqrt{1-v^2/c^2}} \right\} = X^i, \quad (3)$$

где m - масса частицы; v - модуль вектора скорости частицы; $x^1 = x$, $x^2 = y$, $x^3 = z$ - проекции вектора положения частицы; t - время; c - скорость света; X^i ($i=1, 2, 3$) - проекции вектора силы на оси координат; аргумент α гиперболических функций в (2) выбран в виде

$$\alpha = \operatorname{arcth}(v/c). \quad (4)$$

Там же была определена функция Лагранжа $L = -mc^2 \sqrt{1-v^2/c^2}$ и уравнения движения в форме Гамильтона свободной частицы.

В 1909 г. уравнения (3) получены Г. Льюисом и Р. Толменом исходя из предположения сохранения импульса при упругих столкновениях шаров [6, с. 87].

Г. Минковский, в ставшим классикой докладе 1908 г. [7], предложил дополнить систему уравнений (3) четвертым уравнением, относящимся к временной координате пространства-времени. Введение понятия 4-вектора силы – силы Минковского – завершает формулировку релятивистской динамики материальной точки [8, с. 221].

Мотив настоящей работы в обсуждаемом контексте – 4-мерное обобщение постулата Ньютона [8, с. 13]

$$dp/dt = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t), \quad (5)$$

на пространство-время – рассмотреть показанную выше логическую возможность построения релятивистской динамики при условии представления псевдоевклидовых «поворотов» в пространстве-времени не преобразованиями Лоренца как в парадигме СТО, а гиперболическими функциями (2) ($\alpha = v/c$).

Обозначения в соотношении (5): движение материальной точки происходит в трехмерном евклидовом пространстве, ее траектория задается

параметрической зависимостью $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ или $x^i = x^i(t)$, где $i = 1, 2, 3$; $x^i(t)$ - декартовы координаты – достаточно гладкие функции времени t ; \mathbf{V} - вектор скорости частицы; $\mathbf{p} = m\mathbf{V}$ - вектор импульса частицы массы m ; \mathbf{F} - вектор силы, действующей на частицу.

Следуя принципу «бритва Оккама», обобщение второго закона Ньютона на четыре измерения осуществим простейшим из возможных способов, а именно, по аналогии с нерелятивистским случаем 3-векторное соотношение (5) заменим его 4-векторным аналогом

$$\frac{dp}{d\tau} = f(x, p), \quad (6)$$

где $p = m_0 c_0 (\text{ch}(v/c_0), \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0))$ - определенный в [5] 4-вектор масса-импульс частицы с массой покоя m_0 ; c_0 - пока неопределенная константа размерности скорости; v - модуль мгновенной скорости частицы в той инерциальной системе отсчета, в которой записано соотношение (6); \mathbf{n}_v - единичный вектор скорости в выбранной системе координат; τ и f - подлежащие обсуждению эквиваленты t и \mathbf{F} соотношения (5); $x = (c_0 t, \mathbf{r})$ - 4-вектор положения частицы в пространстве времени.

Приведем соображения, которые позволят определить вид τ и f . Сначала – относительно τ .

Левая часть (6) - частное, делимым которого является 4-вектор (разность двух 4-векторов) dp (размерность – импульс), а делителем $d\tau$ (размерность – время), для простоты и определенности выражения (6), следует взять 4-скаляр, как обычно это – длина траектории [9].

Пусть траектория частицы в некоторой инерциальной системе отсчета евклидова пространства-времени $x(\tau) = (c_0 t(\tau), \mathbf{r}(\tau))$. Естественной системой координат в собственной для частицы системе отсчета будет подвижной репер - аналог репера Френе трехмерного евклидова пространства [9]. При этом ось времени 4-мерного евклидова пространства-времени естественно выбрать в направлении касательного к траектории вектора мгновенной скорости [10, с. 615; 3].

Тогда, интервал собственного времени dt_0 , с точностью до мультипликативной константы, определяет элемент длины траектории в 4-мерном евклидовом пространстве-времени. В лабораторной системе отсчета (пространство-время евклидово) эта длина, измеренная в единицах – время, запишется в виде

$$d\tau = \frac{1}{c_0} c_0 dt_0 = \frac{1}{c_0} \sqrt{c_0^2 dt^2 + d\mathbf{r}^2} = dt \sqrt{1 + v^2/c_0^2}, \quad (7)$$

где промежуток времени dt и пространственный вектор $d\mathbf{r}$ в лабораторной системе отсчета соответствуют промежутку времени dt_0 собственной системе отсчета частицы; множитель c_0^{-1} введен из соображений размерности.

То, что $d\tau$ - 4-скаляр, следует из его определения ($c_0^2 dt^2 + dr^2$ - евклидов скалярный квадрат 4-вектора $(c_0 dt, dr)$) – это элемент собственного времени, пропорциональный элементу длины кривой.

Итак, «инвариантное» «время» – 4-скаляр $d\tau$ – определено соотношением (7), а значит, что $dp/d\tau$ - 4-вектор.

Теперь о правой части соотношения (6).

Отметим следующие четыре факта, которые позволят однозначно определить вид 4-вектора силы $f(x, p)$.

Во-первых, если соотношение (6) описывает закон природы, то, следуя принципу относительности Пуанкаре, следует принять, что форма записи этого закона не должна зависеть от выбора инерциальной системы отсчета. Другими словами, из того, что левая часть соотношения (6) есть 4-вектор относительно гиперболических поворотов пространства-времени при переходе между инерциальными системами отсчета, то и правая часть $f(x, p)$ должна обладать этим же трансформационным свойством, т.е. $f(x, p)$ - также 4-вектор.

Во-вторых, так как для 4-вектора масса-импульс p любой частицы с массой покоя m_0 в любой системе отсчета выполняется соотношение

$$p^2 = m_0^2 c_0^2 \quad (8)$$

- псевдоскалярный квадрат вектора равен константе, то, очевидно, производная (8) по τ дает

$$p \frac{dp}{d\tau} = 0 \quad (9)$$

- условие «ортогональности» 4-вектора массы-импульса частицы и 4-вектора его производной по натуральному параметру относительно метрики $g = (+---)$.

Из (9) и (6) следует, что относительно метрики g «ортогональны» 4-вектор масса-импульс частицы и 4-вектор силы $f(x, p)$, действующей на частицу.

В-третьих, пространственные компоненты уравнения (6), а значит и сила $f(x, p)$, должны иметь правильный нерелятивистский предел в виде (5).

В-четвертых, далекодействующих взаимодействий два. Следовательно, «нерелятивистской» асимптотикой для 4-силы $f(x, p)$ будет или закон всемирного тяготения, или закона Кулона (о магнитном взаимодействии будет сказано отдельно).

Учет этих четырех фактов достаточен для того, чтобы определить явный вид 4-вектора силы $f(x, p)$, и тем самым, завершить формулировку уравнений релятивистской динамики частицы (6).

Таким образом, построение релятивистской динамики для случая прямого межчастичного взаимодействия свелось к релятивистскому (4-мерному) обобщению закона всемирного тяготения и закона Кулона.

Точнее: нужно записать законы электростатического и гравитационного взаимодействия точечных зарядов и масс соответственно с учетом эффектов относительности, которые в «нерелятивистском» приближении сведутся к закону Кулона и закону всемирного тяготения соответственно.

8.3. Релятивистское обобщение закона Кулона и закона всемирного тяготения

В работе 1846 г. В. Вебер, пытаясь согласовать гипотезу Г.Т. Фехнера (1845 г.) о природе носителей тока в проводнике с силой Ампера, пришел к выражению силы (сила Вебера) взаимодействия «частиц электричества» проводников, зависящей от скоростей частиц [11, с. 371; 12; 13, гл. 6]. Эта работа, будучи попыткой связать в единое целое электростатику и электродинамику [12, с. 242], определила направление в электродинамике – прямое межчастичное взаимодействие.

Альтернативные законы взаимодействия движущихся заряженных частиц были предложены К. Гауссом (1835 г., опубликован 1867 г.), Б. Риманом (1861 г.), К. Нейманом (1868 г.), Р. Клаузиусом (1877 г.), В. Ритцем (1908 г.) [12,13]. Современная попытка построить электродинамику без электромагнитного поля вообще – теорию действия на расстоянии – была предпринята Д. Уиллером и Р. Фейнманом [14] (см. также обзор [15]).

Настоящая работа является одним из вариантов формулировки динамики частиц в терминах прямого межчастичного взаимодействия.

Релятивистское обобщение силы законов всемирного тяготения и Кулона введем следующим образом [16, с. 136].

Как известно, нерелятивистское выражение силы взаимодействия двух покоящихся масс m_1 и m_2 по закону всемирного тяготения имеет вид

$$\mathbf{F} = \gamma \frac{m_1 m_2}{(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)^2} \frac{\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{|\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|}, \quad (10)$$

где \mathbf{r}_1 , \mathbf{r}_2 - векторы положения частиц относительно некоторой системы координат; γ - гравитационная постоянная.

Закон Кулона получается из (10) изменением гравитационной постоянной γ на кулоновскую постоянную k , а гравитационных зарядов m_1 и m_2 - на электрические заряды q_1 и q_2 .

В обсуждаемом контексте в качестве пространственноподобного вектора релятивистского обобщения этих сил в инерциальной системе отсчета, определяемой заданием величин скоростей частиц, следует взять

$$\mathbf{f}_{12}^{(\alpha)} = K^{(\alpha)} \frac{j_1^{(\alpha)} j_2^{(\alpha)} \mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1}{(x_2 - x_1)^2 |x_2 - x_1|}, \quad (11)$$

где индекс $\alpha = \gamma, k$ - определяет вид взаимодействия – гравитационное или кулоновское; $K^{(\gamma)} = \gamma/c_0^2$ - для гравитационного и $K^{(k)} = -k/c_0^2$ - для кулоновского взаимодействия; $j_1^{(\alpha)} j_2^{(\alpha)}$ - псевдоскалярное произведение 4-векторов массы-импульса (он же – 4-ток массы-импульса) $j_i^\gamma = m_0 c_0 \mathbf{I}(\mathbf{v}_i)$ для гравитационного взаимодействия или 4-векторов заряда-тока (он же – 4-ток заряд-ток) $J_i^k = q_0 c_0 \mathbf{I}(\mathbf{v}_i)$ для кулоновского взаимодействия; $x_i = (c_0 t, \mathbf{r}_i(\tau_i))$ - пространственное положение i -той частицы в момент t абсолютного времени – взаимодействие зависит **только** от расстояния между частицами; индекс $i = 1, 2$ нумерует частицы.

Здесь для удобства введено обозначение $\mathbf{I}(\mathbf{v}) = (\text{ch}(v/c_0), \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0))$, где $\mathbf{v} = v_x \mathbf{x}_0 + v_y \mathbf{y}_0 + v_z \mathbf{z}_0$ - трехмерный вектор скорости частицы в выбранной системе отсчета; $v = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ - модуль трехмерной скорости частицы; \mathbf{n}_v - трехмерный единичный вектор направления скорости частицы в выбранной системе координат.

Времениподобная компонента силы взаимодействия $f_{12}^{0(\alpha)}$ следует из (9) и (11) [16]:

$$f_{12}^{0(\alpha)} = \left(\frac{\mathbf{p}_1}{p_1^0}, \frac{d\mathbf{p}_1}{d\tau} \right) = \left(\frac{\mathbf{p}_1}{p_1^0}, \mathbf{f}_{12}^{(\alpha)} \right), \quad (12)$$

здесь (только в выражении (12)) круглые скобки означают скалярное произведение трехмерных (пространственных) векторов; $p_i = (p_i^0, \mathbf{p}_i) = m_{0i} c_0 (\text{ch}(v_i/c_0), \mathbf{n}_{v_i} \text{sh}(v_i/c_0))$ - 4-вектор масса-импульс той частицы, на которую действует 4-сила с компонентами (11), (12).

Сила

$$f_{12}^{(\alpha)} = (f_{12}^{0(\alpha)}, \mathbf{f}_{12}^{(\alpha)}) \quad (13)$$

является 4-вектором по построению, по построению же она ортогональна 4-вектору масса-импульс $j_i^\gamma = m_{0i} c_0 \mathbf{I}(\mathbf{v}_i)$, а ее «пространственноподобная» часть имеет правильный нерелятивистский предел (10), т.е. она удовлетворяет всем сформулированным ранее критериям.

Исходно взаимодействие в виде (10), а значит и (13), представляет собой выражение для определения силы взаимодействия двух точечных частиц (масс или зарядов) в некоторой ИСО при нулевой их относительной скорости. Однако, как станет видно из дальнейшего, похоже, что это выражение (11)-(13) определяет величину силы взаимодействия двух точечных масс или зарядов и при отличной от нуля их относительной скорости и для любой системы отсчета.

Более тщательное обоснование того, что 4-вектор силы (13) с компонентами (12) и (11), является искомым релятивистским обобщением нерелятивистских законов обратных квадратов, должно стать предметом отдельного обсуждения.

На этой стадии развития обсуждаемого подхода на (11)-(13) можно смотреть как на постулат, разумность которого подтверждается уже рассмотренными приложениями.

8.4. Приложения и эксперимент

На основе релятивистского обобщения второго закона Ньютона в виде (6) с силой (11)-(13) рассмотрены несколько тестовых задач [17-18].

1. Решена задача В. Вебера об определении силы взаимодействия проводников с током как следствие кулоновского взаимодействия зарядов проводников. Получен строгий результат: притяжение параллельных и отталкивание антипараллельных проводников с током вследствие их взаимодействия посредством «магнитного» поля в точности есть эффект

порядка $(v/c_0)^2$ релятивистского кулоновского взаимодействия движущихся отрицательных и неподвижных положительных зарядов проводников.

С одной стороны, параллельные токи притягиваются друг к другу с силой, пропорциональной произведению их величин. С другой стороны известно, что нескомпенсированный по заряду пучок заряженных частиц, на который в обычных терминах можно смотреть как на совокупность параллельных токов, распадается на расстоянии порядка диаметра пучка. Этот пример показывает, что применение полевых понятий, в терминах которых – через магнитное поле – интерпретируется взаимодействие токов, следует использовать с осторожностью.

2. В рамках грубой модели рассмотрено релятивистское кулоновское взаимодействие электронейтральных тел. Показано, что сила взаимодействия пропорциональна r^{-2} , имеет порядок $(v/c_0)^4$, где v - некоторая усредненная величина скорости движения электронов в электронейтральных телах, а величина и направление силы зависят еще и от величины относительной скорости тел V .

3. В предлагаемых терминах рассмотрена релятивистская проблема Кеплера для случая неподвижного силового центра. Получены интегралы движения: «энергия» в обычном виде $c_0\sqrt{c_0^2 + v^2} - \frac{\gamma M}{r} = E$, где M - масса притягивающего центра, и момент импульса (интеграл площадей) в модифицированном виде $L = \frac{c_0}{v} \operatorname{sh}\left(\frac{v}{c_0}\right) \mathbf{v} \times \mathbf{r}$ или $L = \frac{c_0}{v} \operatorname{sh}\left(\frac{v}{c_0}\right) r^2 \dot{\phi}$, но имеющий правильный нерелятивистский предел.

4. Показано, что проводник с током в той системе отсчета, где он покоится, имеет избыточный отрицательный заряд пропорциональный квадрату дрейфовой скорости электронов (что и является причиной и определяет характер взаимодействия проводников с током).

Р. Клаузиус в работе 1877 г., в дискуссии с Максвеллом, обратил внимание на то обстоятельство, что если пользоваться выражением силы Вебера и предполагать, что носители заряда одного знака в проводнике движутся, а другого покоятся, то проводник с током будет действовать на неподвижный заряд [13, с.141]. Этот «неприятный» факт был отклонен на том основании, что эта сила оказалась пропорциональна $(v/c_0)^2$, где v - дрейфовая скорость электронов, которая составляет величину порядка миллиметра в секунду, и, следовательно, эффектом можно пренебречь.

Однако Ф.Ф. Менде, руководствуясь соображениями, отличными от излагаемых в данной работе, в ряде его работ 1992-1993 г.г. [19-21] экспериментально показал, и, следуя Веберу, теоретически обосновал то, что проводник с током не является электронейтральным, и что величина потенциала проводника пропорциональна $(v/c)^2$, где v - скорость дрейфа электронов в проводнике.

Более доступной публикацией Ф.Ф. Менде является [22].

Теперь становится понятным, что релятивистские эффекты наблюдаемы не только в случае высоких скоростей движения частиц, но и в том случае, когда наблюдаемой величиной является аддитивная характеристика колоссального числа не обязательно быстро движущихся частиц.

Пример наблюдаемого макроскопического релятивистского эффекта – магнитное взаимодействие токов – сумма парных релятивистских взаимодействий зарядов проводников. Несмотря на то, каждый акт взаимодействия двух зарядов является эффектом порядка $(v/c_0)^2$, а скорость дрейфа электронов в проводнике $v \sim 10^{-3}$ м/с, но в силу того, что количество актов взаимодействий $N_A \sim 10^{23}$, наблюдение этого релятивистского эффекта не является экспериментальной экзотикой.

8.5. Заключение

Полученные результаты указывают на то, что предлагаемый подход к описанию релятивистских явлений, по-видимому, представляет и методический, и исследовательский интерес.

Очевидно, что расчеты релятивистских эффектов в рамках парадигмы и в предлагаемом подходе будут тождественно совпадать с точностью $(v/c_0)^2$ - с такой точностью совпадают преобразования «поворотов» в пространстве-времени в виде преобразований Лоренца, и преобразования поворотов, представленные гиперболическими функциями.

Возможно, что при решении некоторых задач (например, в случае задач со сложной геометрией) использование полевых представлений в динамике частиц в техническом отношении может оказаться более предпочтительным, чем их решение в терминах прямого межчастичного взаимодействия. Поэтому в работе [23], в обсуждаемом контексте, сформулирована динамика частицы в случае ее взаимодействия с полем.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прилепских Н.Н. Замечания к математической модели эксперимента Майкельсона-Морли (настоящий сборник).
2. Прилепских Н.Н. Сигнал с конечной скоростью: кинематика относительности на евклидовой плоскости (x, t) (настоящий сборник).
3. Прилепских Н.Н. Геометрия пространства-времени и кинематика инерциальных систем отсчета (настоящий сборник).
4. Прилепских Н.Н. Пространство, время, движение, относительность (настоящий сборник).
5. Прилепских Н.Н. Релятивистская кинематика частиц в евклидовом пространстве-времени (настоящий сборник).
6. Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. Современные теории. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 466 стр.
7. Минковский Г. Пространство и время. Сб. статей: Принцип относительности. — Ленинград: ОНТИ, 1935 г., с. 181-203.
8. Голдстейн Г. Классическая механика. — М.: Мир, 1975, 413 с.
9. Шарипов Р.А. Курс дифференциальной геометрии: учебное пособие для вузов/ Издание Башкирского университета. — Уфа, 1996. — 211 с.

10. Hestenes D. New Foundations for Classical Mechanics (Second Edition). - KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2002, p. 703.
11. Максвелл Д.К. Трактат об электричестве. Т. II. – М.: «Наука», 1989. – 437 с.
12. Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. Классические теории. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 512 стр.
13. Роузвер Н.Т. Перигелий Меркурия: от Лаверье до Эйнштейна. – М.: Мир, 1985. – 244 с.
14. Wheeler J.A., Feynman R.P.// Rev. Mod. Phys. 1945. V. 17, p. 157.
15. Pegg D.T.// Rep. Prog. Phys. 1975. V. 38, p. 1339.
16. Угаров В.А. Специальная теория относительности. – М.: «Наука», 1977, 384 с.
17. Прилепских Н.Н. Закон Кулона и взаимодействие токов (в настоящем сборнике).
18. Прилепских Н.Н. Релятивистская проблема Кеплера в пространстве-времени Галилея (в настоящем сборнике).
19. Менде Ф. Ф. К вопросу о возникновении вторичных электрических полей при протекании через сверхпроводники постоянных токов.– Харьков, 1992. – 28 с. Рукопись депонирована в ВИНТИ 05.11.92, № 3182-B92. Деп.
20. Менде Ф. Ф. К вопросу о зависимости величины заряда электронов от скорости при протекании через сверхпроводники постоянных токов. Препринт 1–93. МГП НИИ КП при НТК ФТИНТ АН Украины, 1993 г. – 45 с.
21. Men de F. F. Experimental corroboration and theoretical interpretation of dependence of charge value on DC flow velocity through superconductors Proceedings International Conference «Physics in Ukraine», Kiev, 1993.
22. Менде Ф.Ф. Великие заблуждения и ошибки физиков XIX-XX столетий. Революция в современной физике. – Харьков: NTMT, 2010, 177 с.
23. Прилепских Н.Н. Релятивистская динамика частицы в силовом поле (в настоящем сборнике).

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

9. ОТНОСИТЕЛЬНОСТЬ В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА ЧАСТИЦЫ В СИЛОВОМ ПОЛЕ

В развитие предложенной альтернативы представления преобразований физических величин при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой гиперболическими функциями, обобщением второго закона Ньютона на 4-хмерное пространство-время сформулирована релятивистская динамика скалярной частицы в полевых терминах.

9.1. Введение

Ранее автором установлена логическая возможность альтернативы релятивистской теории, состоящей в замене представления группы преобразований физических величин при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой преобразованиями Лоренца представлением преобразований гиперболическими функциями.

В работе [1] в предлагаемых терминах сформулирована релятивистская динамика частиц, взаимодействующих по закону всемирного тяготения и по закону Кулона. Там же проиллюстрирована конструктивность предлагаемой точки зрения.

В этой работе в обсуждаемом контексте сформулирована релятивистская динамика частицы, движущейся в силовом поле. Способ описания движения частицы в полевых терминах может быть технически более предпочтительным по сравнению с описанием средствами прямого межчастичного взаимодействия, например, при расчетах в задачах со сложной геометрией.

9.2. Ограничения на возможный вид силы

Как и в [1], цель данной работы – сформулировать релятивистскую динамику частицы как обобщение второго закона Ньютона

$$d\mathbf{p}/dt = \mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t) \quad (1)$$

на 4-хмерное пространство-время с тем отличием, что сила $\mathbf{F}(\mathbf{r}, \mathbf{V}, t)$ будет определяться взаимодействием частицы с полем.

Обозначения в соотношении (1) те же, что и в [1]: движение материальной точки происходит в трехмерном евклидовом пространстве, ее траектория задается параметрической зависимостью $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ или $x^i = x^i(t)$, где $i = 1, 2, 3$; $x^i(t)$ – декартовы координаты – достаточно гладкие функции времени t ; \mathbf{V} – вектор скорости частицы; $\mathbf{p} = m\mathbf{V}$ – вектор импульса частицы массы m ; \mathbf{F} – вектор силы, действующей на частицу.

В предыдущей работе, в которой формулировалась релятивистская динамика взаимодействующих частиц, второй закон Ньютона (1) был обобщен до 4-хмерного соотношения

$$\frac{dp}{d\tau} = f(x, p), \quad (2)$$

где $p = m_0 c_0 (\text{ch}(v/c_0), \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0))$ - определенный ранее 4-вектор масса-импульс частицы с массой покоя m_0 ; c_0 - константа размерности скорость; v - модуль мгновенной скорости частицы в той инерциальной системе отсчета, в которой записано соотношение (2); \mathbf{n}_v - единичный вектор скорости в выбранной системе координат;

$$d\tau = dt \sqrt{1 + v^2/c_0^2} \quad (3)$$

- элемент длины траектории частицы в единицах времени; f - 4-вектор силы - релятивистское обобщение закона взаимодействия частиц; $x = (c_0 t, \mathbf{r})$ - 4-вектор положения частицы в пространстве времени в лабораторной системе отсчета.

В отличие от предыдущей работы, обобщение второго закона Ньютона на случай описания движения частицы в силовом поле формально будем искать в виде

$$\frac{dp}{d\tau} = f(x, p, \square, U(x, p)), \quad (4)$$

где dp - дифференциал 4-вектора масса-импульс частицы; $d\tau$ - определяемый (3) элемент длины траектории частицы, измеренной в единицах времени; $f(x, p, \square, U(x, p))$ - подлежащий определению 4-вектор силы, действующей на частицу со стороны поля; $x = (c_0 t, \mathbf{r})$ - 4-вектор положения частицы; p - 4-вектор

масса-импульс частицы (см. [1]); $\square = \left(\frac{\partial}{c_0 \partial t}, \frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right)$ - 4-вектор - четырехмерное обобщение оператора «набла»; c_0 - константа размерности скорость; $U(x, p)$ - некоторая достаточно гладкая функция некоторой тензорной размерности относительно группы псевдоевклидовых вращений от 4-векторных аргументов x и p .

Аргументация относительно выбора вида элемента «собственного» времени $d\tau$ та же, что и в [1].

В [1] для релятивистского обобщения силы взаимодействия двух частиц, оказалось достаточно следующих четырех предположений:

во-первых, то, что правая часть (4) является вектором относительно группы преобразований физических величин при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, является следствием принятия принципа относительности Пуанкаре [2, с. 9];

во-вторых, из тождества $p^2 = m_0^2 c_0^2$ (m_0 - масса покоя частицы) следует $p \frac{dp}{d\tau} = 0$. Откуда, имея ввиду (4), необходимо заключить, что 4-вектор масса-импульс частицы p ортогонален 4-вектору силы f по метрике $g = (+---)$;

в-третьих: пространственная часть 4-вектора сила f должна иметь «правильный» нерелятивистский предел;

в-четвертых, нерелятивистский предел – закон обратных квадратов.

Этим исчерпывались ограничения общего характера на вид силы f , которых оказалось достаточно для релятивистского обобщения силы взаимодействия частиц по закону всемирного тяготения и закону Кулона.

Для установления функциональной зависимости силы f , действующей на частицу со стороны поля, определяемого «полевой» функцией $U(x, p)$, кроме перечисленных, потребуются дополнительные соображения, которые позволят существенно сузить круг принципиально возможных функциональных выражений для нее.

9.3. 4-вектор силы для точечной частицы в силовом поле

В полевой теории предполагается, что над компонентами поля могут осуществляться векторные операции, в том числе и дифференциальные (в нерелятивистском пределе «сила равна минус градиент потенциала»), что объясняет появление в качестве аргумента силы f дифференциального оператора – 4-вектора \square и пока не определенной «полевой» функцией $U(x, p)$.

Зависимость 4-силы f от 4-вектор масса-импульс частицы p следует из отмеченной выше ортогональности этих векторов: коль скоро ортогональны, то не независимы.

Функциональная зависимость $f(x, p, \square, U(x, p))$ избыточно обща для данной работы, цель которой – сформулировать алгоритм получения уравнений релятивистской динамики частицы в поле. Однако такой вид силы определяет, при необходимости, пути возможных обобщений теории.

Представляются уместными следующие дополнительные соображения, ограничивающие произвол при определении вида силы f :

а) пренебрежем влиянием движения частицы на поле, в котором она движется, т.е. «полевая» функция U зависит только от координаты пространства-времени положения частицы $U = U(x)$;

б) из возможных тензорных размерностей полей для простоты, что окажется вполне достаточным для достижения цели настоящей работы, ограничимся простейшим вариантом: будем полагать «полевую» функцию $U = U(x)$ 4-скаляром;

в) предположим, что сила f зависит от точки пространства-времени только через полевую функцию U , другими словами – пространство-время однородно;

г) 4-векторная функция $f(p, \square, U(x))$ такова, что она может быть представлена в виде формального ряда по возрастающим степеням ее аргументов p , \square , U , причем оператор \square всегда входит только вместе с полевой функцией $U(x)$ и стоит слева от нее;

д) предположим, что теория линейна относительно «величины» поля U – сила f - линейная функция от полевой функции;

е) имея ввиду опыт полевого подхода к электромагнетизму и гравитации, следует предположить, что сила f зависит не от самой полевой функции $U(x)$, а только от ее производных.

С учетом сказанного, формальное разложение 4-вектора сила f по степеням p и \square в окрестности нуля запишется в виде

$$f(p, \square, U) = \sum_{l,m} f_{lm} \{lm\}, \quad (5a)$$

$$\{lm\} = p^l \square^m U(x), \quad (5б)$$

где f_{lm} - пока неопределенные вещественные константы; $l, m = 1, 2, 3, \dots$

Из вида (5) следует, что не при всех значениях l, m комбинации $p^l \square^m U$, во-первых, являются 4-векторами, и, во-вторых, остается открытым вопрос об ортогональности 4-вектора, заданного в такой форме, 4-вектору масса-импульс частицы p .

Определим в разложении (5) те члены, которые являются 4-векторами, ортогональными p , пространственная часть которых имеет «правильный» нерелятивистский предел.

Чтобы избежать сложностей с определением векторного произведения векторов в 4-мерном пространстве [3], смешанного произведения в псевдоевклидовом пространстве [4, с. 69], упростить анализ трансформационных свойств выражений вида (5б), дальнейшее изложение удобно осуществить в терминах геометрической алгебры [5-7], естественных для рассматриваемой задачи.

Соответствующий язык таков.

В качестве базиса 4-хмерного псевдоевклидова пространства выбираются $\{\gamma_\mu\}$ - матрицы Дирака с известными свойствами $\gamma_\mu \gamma_\nu + \gamma_\nu \gamma_\mu = 0$, $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$, $\mu \neq \nu$, $\gamma_0^2 = -\gamma_1^2 = -\gamma_2^2 = -\gamma_3^2 = 1$, $\gamma^0 = \gamma_0$, $\gamma^1 = -\gamma_1$, $\gamma^2 = -\gamma_2$, $\gamma^3 = -\gamma_3$.

Четырехмерный вектор a в этом базисе можно выразить или через контравариантные $\{a^\mu\}$, или через ковариантные компоненты $a_0 = a^0$, $a_1 = -a^1$, $a_2 = -a^2$, $a_3 = -a^3$, т.е. $a = a^\mu \gamma_\mu = a_\nu \gamma^\nu$.

Для двух 4-векторов a и b вводится «геометрическое» произведение векторов $ab = a^\mu \gamma_\mu b^\nu \gamma_\nu$, где справа обычное умножение чисел a^μ, b^ν и матричное умножение 4x4 матриц Дирака. Кроме того, для 4-векторов a и b , через введенное геометрическое произведение векторов, определяются еще два произведения: внутреннее произведение $a \cdot b = (ab + ba)/2$ - аналог скалярного, и внешнее произведение $a \wedge b = (ab - ba)/2$ - аналог векторного произведения векторов. Если результатом внутреннего произведения является 4-скаляр, то результатом внешнего произведения является бивектор - объект, напоминающий 4-вектор, но отличающийся от него трансформационными свойствами. Здесь (\cdot) и (\wedge) обозначают операции внутреннего и внешнего умножения двух векторов соответственно. Очевидно, $ab = a \cdot b + a \wedge b$, т.е. геометрическое произведение двух векторов равно сумме скаляра и бивектора.

Кроме того, необходимо вести 4-вектор оператор дифференцирования $\square = \gamma^\mu \partial_\mu$, обобщающий трехмерный «оператор набла», где $\partial_\mu = \partial/\partial x^\mu$, $x = (x^0 = c_0 t, x^1 = x, x^2 = y, x^3 = z)$. И, конечно, $\square^2 = \partial_0^2 - \partial_1^2 - \partial_2^2 - \partial_3^2$.

В этих терминах, в частности, 4-вектор масса-импульс частицы имеет вид $p = p^\mu \gamma_\mu$, а некоторое 4-векторное поле $\Psi(x)$ запишется $\Psi(x) = \Psi^\nu(x) \gamma_\nu$, где $\Psi^\nu(x)$ - скалярные функции точки пространства-времени.

В терминах геометрической алгебры релятивистское обобщение второго закона Ньютона, с учетом изложенного выше, имеет обычный вид

$$\frac{dp}{d\tau} = f(p, \square, U(x)) \quad (6)$$

с тем отличием, что базисом пространства-времени являются матрицы Дирака, а уравнение (6) не векторное, как (2), а матричное.

Вернемся к вопросу о том, какие из комбинаций $p^l \square^m U$ пропорциональны 4-векторам, которые ортогональны 4-вектору p , имея уже ввиду, что здесь и далее 4-векторы p , \square и 4-скаляр U - 4x4 матрицы - объекты геометрической алгебры.

Чтобы из 4-векторов p , \square и скаляра U получить 4-вектор, ортогональный 4-вектору p , учтем следующее.

Легко убедиться в том, что для произвольных 4-векторов a , b и произвольного бивектора B справедливо тождество $a \cdot (b \cdot B) = (a \wedge b) \cdot B$. При $a = b$ получается $a \cdot (a \cdot B) = (a \wedge a) \cdot B \equiv 0$. Другими словами свертка (внутреннее произведение) $(a \cdot B)$ произвольного вектора a с произвольным бивектором B есть вектор $(a \cdot B)$, ортогональный вектору a . В частности, одним из множителей в бивекторе B может быть вектор a .

Следовательно, для выполнения условия ортогональности 4-вектора масса-импульс p и сила f , 4-вектор сила f , с точностью до неопределенного постоянного множителя, должен быть равен свертке (внутреннему произведению) 4-вектора p с пока неизвестным бивектором (зависящим от p , \square , U).

Выполнение требования ортогональности p и f позволяет определить вид зависимости 4-вектора силы f от ее аргументов с точностью до размерной мультипликативной константы.

Действительно, проанализируем трансформационные свойства нескольких первых членов разложения 4-вектора силы (5) согласно таблице

$$\begin{bmatrix} l \setminus m & 1 & 2 & 3 \\ 1 & \{11\} & \{12\} & \{13\} \\ 2 & \{21\} & \{22\} & \{23\} \\ 3 & \{31\} & \{32\} & \{33\} \end{bmatrix}.$$

$\{11\} = p \square U$. Этому члену формального разложения силы, в терминах геометрической алгебры, могут соответствовать либо 4-скаляр $(p \cdot \square U)$, либо бивектор $(p \wedge \square U)$, 4-вектор в этом члене разложения отсутствует.

$\{21\} = p^2 \square U$. В терминах геометрической алгебры можно составить выражение $p \cdot (p \wedge \square U)$, которое является 4-вектором, ортогональным 4-вектору

p , но полученное таким образом выражение для 4-силы будет квадратично зависеть от p , что не имеет подходящего нерелятивистского предела.

$\{12\} = p^2 U$. В этом члене разложения имеется искомая комбинация.

Именно, $p \cdot (\square \wedge A)$, где введено обозначение $A = \square U$, обладает всеми требуемыми свойствами: это 4-вектор ортогональный p , пространственная часть которого пропорциональна силе Лоренца, а 4-векторная «полевая» функции A - векторный потенциал (см. также [7, с. 55]).

В качестве иллюстрации – еще несколько вариантов.

$\{31\} = p^3 \square U$, $\{22\} = p^2 \square^2 U$, $\{1,3\} = p^1 \square^3 U$. Из четырех 4-векторов с помощью операций внутреннего и внешнего умножения векторов скомбинировать 4-вектор невозможно.

$\{41\} = p^4 \square U$, $\{32\} = p^3 \square^2 U$, $\{23\} = p^2 \square^3 U$, $\{14\} = p^1 \square^4 U$. Имеются 4-векторы $p^2 p \cdot (p \wedge \square U)$, $p^2 p \cdot (\square \wedge \square U)$, $p \cdot (p \wedge (\square^2 U))$ и $p \cdot (\square \wedge (\square^2 U))$, ортогональные 4-вектору p , но открыт вопрос относительно нерелятивистского предела 4-вектора силы в таком виде.

Все перечисленные, а также и остальные 4-векторы, получающиеся в разложении силы (6), имеющие вид внутреннего произведения 4-вектора масса-импульс p с бивектором, образованным 4-векторами p , \square и A , ортогональны 4-вектору масса-импульс p и, следовательно, также могут рассматриваться как разумные гипотезы относительно функционального вида 4-силы для интерпретации возможных результатов экспериментов.

Таким образом, простейшее уравнение релятивистской динамики бесструктурной массивной точечной частицы в полевых терминах на примере заряженной частицы в электромагнитном поле имеет вид

$$\frac{dp}{d\tau} = \frac{e_0}{m_0} p \cdot (\square \wedge A), \quad (7)$$

где пространственноподобная часть правой части в точности сила Лоренца [7, с. 55].

Пространственная часть этого соотношения отличается от соотношения (17.2) руководства [8, с. 62] тем, что в (7) время τ - пространственно-временной скаляр (3), а в [8] – «абсолютное» время.

9.4. Уравнения силового поля

Как отмечено выше, при формулировке 4-хмерного обобщения второго закона Ньютона в выражении 4-силы естественным образом возникают величины, характеризующие силовое поле, в электродинамике – это аналоги напряженностей электрического и магнитного поля.

Опираясь на аналогию с электромагнитным полем, приведем наводящие соображения для установления вида уравнений для определения вектора-потенциала силового поля.

Известно, что электростатический потенциал Φ_0 - скаляр в трехмерном пространстве, задаваемый 3-скалярным распределением заряда ρ_0 , определяется уравнением Пуассона

$$\Delta\Phi_0 = -\frac{\rho_0}{\epsilon_0}, \quad (8)$$

где Δ - трехмерный оператор Лапласа; ϵ_0 - электрическая постоянная; индекс 0 у потенциала и плотности заряда указывает на ту («собственную») систему отсчета, в которой покоится заряд и определяется потенциал.

Соотношение (8) имеет прочное экспериментальное и формальное основание в виде закона всемирного тяготения (закона Кулона) и теории потенциала.

4-мерное обобщение уравнения Пуассона (8) достигается тем, что на оператор Лапласа Δ следует смотреть как на пространственноподобную часть оператора Даламбера \square^2 (четырёхмерный скаляр), а на само уравнение (8) – как на времениподобный компонент 4-векторного соотношения, так как плотность заряда является времениподобным компонентом 4-вектора заряд-ток.

В системе отсчета, движущейся со скоростью $-v$ относительно системы отсчета покоя распределения заряда ρ_0 4-вектор плотности заряда-тока в собственной системе отсчета $c_0\rho_0(1,0,0,0)$ трансформируется в 4-вектор плотности заряда-тока $j = c_0\rho_0(\text{ch}(v/c_0), \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0))$. Следовательно, и левая часть соотношения (8) должна быть представлена в виде такого 4-вектора, чтобы при $v/c_0 \rightarrow 0$ искомое соотношение трансформировалось бы в соотношение (8).

Простейшим выражением, связывающим 4-вектор-потенциал поля A с 4-вектором источника поля j , удовлетворяющим названным условиям, будет

$$\square^2 A = j, \quad (9)$$

где \square^2 - оператор Даламбера (4-скаляр), а A есть 4-вектор-потенциал.

Соотношение (9), будучи дополненным начальными и граничными условиями, определяет 4-вектор – потенциал силового поля.

Так как векторное силовое поле A входит в уравнение движения частицы только в виде производной, то, очевидно, оно инвариантно относительно калибровочного преобразования – замены $A \rightarrow A + \chi$, где χ - векторное поле, удовлетворяющее условию $\square \chi = 0$.

9.5. Заключение

Следствия представленного рассмотрения таковы.

Во-первых, оказалось, что релятивистская динамика точечной частицы в любом достаточно гладком (в формальном смысле) поле оказывается тривиальным следствием очевидных соображений общего характера.

Во-вторых, в уравнениях движения в качестве компонентов 4-вектора силы естественным образом возникли «напряженности» поля – производные «потенциала», аналоги электрическому и магнитному полю в случае электромагнитного взаимодействия.

В-третьих, естественно возникает эвристический алгоритм развития не только теории движения частиц в поле, но и теории самого поля [8].

ЛИТЕРАТУРА

1. Прилепских Н.Н. Релятивистская динамика точечных частиц в евклидовом пространстве-времени (в настоящем сборнике).
2. Логунов А.А. К работам Анри Пуанкаре «О динамике электрона». М.: Изд-во МГУ, 1988 г., 100 с.
3. Кочин Н.Е. Введение в векторный и тензорный анализ. – М.: Наука, 1965, 426 с.
4. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия.- М.: Наука, 1979.
5. Hestenes D. SpaceTime Calculus (in progress, 1998 - интернет).
6. Hestenes D. New Foundations for Classical Mechanics (Second Edition). - KLUWER ACADEMIC PUBLISHERS, 2002, p. 703.
7. Казанова Г. Векторная алгебра. – М.: Мир, 1979, 118 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: ГИФМЛ, 1960. – 399 с.
9. Кастерин Н.П. Обобщение основных уравнений аэродинамики и электродинамики/Доклад 9 декабря 1936 г. – М.: Издательство АН СССР, 1937, 10 с.

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

10. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ПРОБЛЕМА КЕПЛЕРА В ЕВКЛИДОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ-ВРЕМЕНИ

В развитие предложенного автором подхода к описанию эффектов относительности в евклидовом пространстве-времени рассмотрена релятивистская проблема Кеплера исходя из релятивистского обобщения закона всемирного тяготения и закона Кулона. Получены интегралы движения. Показано, что предлагаемая точка зрения позволяет получать разумные оценки в релятивистских задачах, в частности, величину смещения перигелия Меркурия.

10.1. Введение: терминология и обозначения

Релятивистский аспект проблемы Кеплера остается актуальным от Лавруе [1] и до настоящего времени [2-4] и как фундаментальная задача физики, и как эталон для проверки новых идей.

Цель настоящей работы - проиллюстрировать эффективность предлагаемого автором подхода [5,6] применительно к задаче о релятивистском движении точечной частицы 2, взаимодействующей с неподвижной частицей 1 по закону обратных квадратов.

В общем виде уравнение движения в форме Минковского – обобщение второго закона Ньютона на пространство-время – запишется [7, с. 136]

$$\frac{dp_2}{d\tau} = f(x_1, x_2, v_1, v_2),$$

где p_2 - 4-импульс второй частицы; τ - ее собственное время - натуральный параметр, (длина дуги) деленный на размерную константу c_0 ; f - 4-вектор силы взаимодействия частиц; x_1, x_2, v_1, v_2 - 4-векторы положения и скорости частиц 1 и 2.

В [5] показано, что псевдоевклидова метрика пространства-времени возникает при пересчете пространственных и временных интервалов между наблюдателями, находящимися в различных инерциальных системах отсчета.

В рассматриваемой задаче система отсчета наблюдателя та, в которой покоится первая частица. В системе координат, связанной с этой системой отсчета, полагая пространство-время евклидовым, элемент траектории частицы 2 за интервал времени dt запишется $dx_2 = \frac{v_2}{c_0} c_0 dt$ или, иначе, $dx_2 = \text{tg}(\alpha) c_0 dt$, где

$$\text{tg} \alpha = \frac{v_2}{c_0}, \quad \alpha - \text{угол между вектором скорости частицы } v_2 \text{ и осью времени } c_0 t$$

евклидова пространства-времени; x_2, v_2 - трехмерные векторы положения и скорости второй частицы, а t - абсолютное время (наблюдателя).

Значит, квадрат элемента длины траектории второй частицы в евклидовом пространстве-времени в системе отсчета наблюдателя (первой частицы) $ds_2^2 = dx_2^2 + c_0^2 dt^2$. Это - инвариантная величина для всех наблюдателей, в том смысле, что для любого иного наблюдателя также $ds_2^2 = dx_2'^2 + c_0^2 dt'^2$, где $dx_2' = c_0 dt'$ -

параметры движения второй частицы с точки зрения другого, «штрихованного», наблюдателя. Таким образом, $d\tau = d\tau_2 = ds_2/c_0 = dt\sqrt{1+v_2^2/c_0^2}$.

В [6] предложено релятивистское обобщение закона всемирного тяготения и закона Кулона в виде:

$$f = -\frac{K}{c_0^2} \frac{j_1 j_2}{(x_2 - x_1)^2} \frac{x_2 - x_1}{|x_2 - x_1|},$$

где $x_i = (c_0 t, \mathbf{x}_i(t))$ - 4-векторы положения, а $\mathbf{x}_i(t)$ - трехмерный вектор положения i -той частицы относительно выбранной системы координат в момент времени t ; $t_1 = t_2 = t$ - время с точки зрения наблюдателя абсолютно; $K = G$, где G - гравитационная постоянная – для случая закона всемирного тяготения и $K = \frac{1}{4\pi\epsilon_0}$, где ϵ_0 - электрическая постоянная – для кулоновского взаимодействия; $j_1 j_2$ - псевдоскалярное произведение 4-токов массы-импульса для гравитационного взаимодействия или 4-токов заряда-тока для кулоновского взаимодействия.

Чтобы определить 4-векторы импульса и гравитационные и кулоновские 4-токи частиц, удобно ввести 4-вектор скорости i -той частицы:

$$I(\mathbf{v}_i) = c_0 \left(\operatorname{ch} \left(\frac{v_i}{c_0} \right), \mathbf{n}_{v_i} \operatorname{sh} \left(\frac{v_i}{c_0} \right) \right),$$

где v_i - модуль трехмерного вектора скорости i -той частицы; \mathbf{n}_{v_i} - единичный вектор скорости i -той частицы (вид $I(\mathbf{v}_i)$ указывает на аналогии с пространством Лобачевского [2, с. 318]).

Тогда 4-вектор импульса (он же – 4-ток масса-импульс) i -той частицы запишется в виде $p_i = j_i^G = m_{0i} I(\mathbf{v}_i)$, а 4-вектор заряда-тока $j_i^K = q_{0i} I(\mathbf{v}_i)$ соответственно, где верхние индексы G и K у токов указывают на вид взаимодействия – гравитационное или кулоновское, а m_{0i} и q_{0i} - масса и заряд покоя i -той частицы.

Тогда, релятивистское уравнение движения частицы 2, взаимодействующей с частицей 1 по закону Кулона или по закону всемирного тяготения запишется в виде

$$\frac{dp_2}{d\tau} = -\frac{K}{c_0^2} \frac{j_1 j_2}{(x_2 - x_1)^2} \frac{x_2 - x_1}{|x_2 - x_1|}. \quad (1)$$

Для определенности далее речь пойдет о гравитационном взаимодействии двух частиц.

10.2. Гравитационное взаимодействие частицы с точечным центром

Конкретизируем задачу следующим образом: пусть частица 1 находится в начале координат, системой отсчета является та, в которой покоится частица 1, тем самым задача сводится к движению одной (второй) частицы в поле неподвижного центра. Тогда $\mathbf{x}_1(t) = 0$, $\mathbf{v}_1(t) = 0$, $r = \sqrt{\mathbf{r}^2} = |\mathbf{r}| = |\mathbf{x}_2| = |x_2 - x_1|$,

$\mathbf{v}(t) = \mathbf{v}_2(t)$, $m_0 = m_{01}$ \mathbf{n}_r - трехмерный единичный вектор направления на вторую частицу из начала координат.

Пространственная «проекция» 4-векторного соотношения (1) запишется

$$c_0 \frac{d}{d\tau} \left(\mathbf{n}_r \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) \right) = -Gm_0 \operatorname{ch} \left(\frac{v}{c_0} \right) \frac{\mathbf{n}_r}{r^2}. \quad (2)$$

Найдем первый интеграл (интеграл «энергии») уравнения (2). Для этого умножим обе части (2) скалярно на $2\mathbf{n}_v \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right)$ и учтем, что $\frac{d}{d\tau} = \frac{dt}{d\tau} \frac{d}{dt} = \frac{1}{\dot{\tau}(t)} \frac{d}{dt}$, где точка над символом ($\dot{\tau}$) означает производную по времени.

Тогда

$$\frac{c_0}{\dot{\tau}(t)} \frac{d}{dt} \left(\operatorname{sh}^2 \left(\frac{v}{c_0} \right) \right) = -Gm_0 2 \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) \operatorname{ch} \left(\frac{v}{c_0} \right) \frac{(\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_v)}{r^2}, \quad (3)$$

Взятие в выражении (3) слева производной дает

$$\frac{1}{\dot{\tau}(t)} \dot{v} = -Gm_0 \frac{(\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_v)}{r^2}. \quad (4)$$

Умножением обеих частей соотношения (4) на модуль вектора скорости v , а числителя и знаменателя правой части на модуль $|r|$, (4) сводится к виду

$$\frac{1}{2\dot{\tau}(t)} \frac{d}{dt} (v^2) = -Gm_0 \frac{(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{r^3}. \quad (5)$$

Так как $\frac{d}{dt} \left(-\frac{1}{|r|} \right) = \frac{(\mathbf{r}, \mathbf{v})}{|r|^3}$, а $\dot{\tau}(t) = \sqrt{1 + \frac{v^2}{c_0^2}}$, то из (5) следует первый интеграл

$$c_0 \sqrt{c_0^2 + v^2} - \frac{Gm_0}{r} = E, \quad (6)$$

где E - постоянная интегрирования – «энергия» единицы массы точечной частицы в гравитационном поле другой точечной частицы массы m_0 .

Существенно, что соотношение (6) является строгим следствием 4-мерного обобщение второго закона Ньютона (4-сила в форме Минковского), релятивистского обобщения закона всемирного тяготения (и/или закона Кулона) и евклидовой структуры пространства-времени.

Соотношение (6) имеет структуру, аналогичную структуре полной энергии нерелятивистской системы – сумме кинетической энергии свободной релятивистской частицы и потенциальной энергии взаимодействия. Именно такова логика обычного рассмотрения этой задачи [8, с. 117]. Любопытно, что в интеграле движения (6), в отличие от второго закона Ньютона (2), потенциальная энергия имеет точно такой же вид, как и в нерелятивистском случае.

Цель решения задачи – установление траектории движения частицы – достигается учетом того обстоятельства, что, по аналогии с нерелятивистским случаем, предполагается наличие у рассматриваемой механической системы еще одного интеграла движения – момента импульса частицы.

Закон сохранения момента импульса в нерелятивистской проблеме Кеплера

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = -\frac{Gm}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (7)$$

вытекает из элементарного тождества

$$\frac{d}{dt}[\dot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}] = [\ddot{\mathbf{r}} \times \mathbf{r}], \quad (8)$$

где точка над символом означает производную по времени.

Действительно, векторное умножение выражения (7) справа на вектор \mathbf{r} , с учетом (8), дает $\frac{d\mathbf{v}}{dt} \times \mathbf{r} = \frac{d}{dt}[\mathbf{v} \times \mathbf{r}] = 0$ или $\mathbf{v} \times \mathbf{r} = \text{const}$ - искомый закон сохранения.

По аналогии с нерелятивистским случаем векторное умножение соотношения (2) на \mathbf{r} дает

$$\frac{d}{dt} \left(\mathbf{n}_v \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) \right) \times \mathbf{r} = 0, \quad (9)$$

где, очевидно, $\frac{d\mathbf{r}}{dt} \neq \mathbf{n}_v \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right)$, и оно, вроде бы сводится к производной по времени (см. (8)) только в первом порядке разложения гиперболического синуса по степеням. Однако, если (9) представить в виде

$$\frac{d}{dt} \left(\mathbf{v} \frac{1}{v} \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) \right) \times \mathbf{r} = 0,$$

взять производную от произведения вектора \mathbf{v} на скаляр $\frac{1}{v} \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right)$, умножить сумму почленно на вектор \mathbf{r} , то получится

$$\frac{d}{dt} (\mathbf{v}) \times \mathbf{r} \frac{1}{v} \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) + \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{v} \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) \right) \mathbf{v} \times \mathbf{r} = 0. \quad (10)$$

Если теперь в первом слагаемом полученного выражения учесть тождество (8), то (10) сведется к $\frac{d}{dt} \left(\frac{1}{v} \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) \right) \mathbf{v} \times \mathbf{r} = 0$, что дает интеграл движения момент импульса в релятивистском случае в виде

$$\frac{1}{v} \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) \mathbf{v} \times \mathbf{r} = \mathbf{L} = \text{const}. \quad (11)$$

Учитывая, что $\mathbf{n}_r = (\sin \theta \cos \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \theta)$, $\mathbf{r} = r \mathbf{n}_r$, $\mathbf{v} = \dot{\mathbf{r}}$, $v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\theta}^2 + r^2 \sin^2 \theta \dot{\phi}^2$, $v = \sqrt{v^2}$, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{n}_v = \mathbf{v}/v$, то

$$(\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_v) = \cos(\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_v) = \frac{\dot{r}}{v}.$$

Тогда модуль вектора момента импульса можно представить в виде

$$L = \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) r \sin(\mathbf{n}_r, \mathbf{n}_v) = \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) r \sqrt{1 - \frac{\dot{r}^2}{v^2}} = \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) \frac{r^2}{v} \sqrt{\dot{\theta}^2 + \sin^2 \theta \dot{\phi}^2}.$$

Если выбрать в качестве плоскости орбиты плоскость (x, y) , т.е. положить $\theta = \pi/2$ и $\dot{\theta} = 0$, то модуль вектора момента импульса (единицы массы) примет вид

$$L = \frac{c_0}{v} \operatorname{sh} \left(\frac{v}{c_0} \right) r^2 \dot{\varphi}, \quad (12)$$

где константа c_0 введена из соображений размерности и правильного релятивистского предела.

Таким образом, получены два первых интеграла – два нелинейных ОДУ первого порядка (6) и (12) относительно функций $r(t)$ и $\varphi(t)$, которые, в зависимости от начальных условий, и определяют траекторию релятивистского движения частицы в гравитационном поле точечного центра.

10.3. Смещение перигелия Меркурия

Цель настоящего раздела – оценить влияние релятивистских эффектов на движение частиц в рамках предлагаемого автором подхода на примере хорошо изученной задачи о смещении перигелия Меркурия.

Выбор такой иллюстрации определен тем, что эта задача на протяжении более чем полутора столетий, начиная еще с Вебера, Гаусса, Римана, Клаузиуса, обсуждалась в работах десятков исследователей, и о ней известно очень многое [1,10]. Автор далек от того, чтобы делать какие бы то ни было утверждения об этой задаче в контексте настоящей работы – это далеко выходит за рамки данного рассмотрения.

Однако, для пояснения стиля дальнейшего изложения следует отметить, что автор разделяет ту точку зрения, в соответствии с которой полученное согласие расчетов сначала Гербера, а затем и Эйнштейна с величиной «аномального» смещения перигелия Меркурия не может быть в полной мере воспринято ни как объяснение астрономического эксперимента, ни как успех ОТО.

Основанием для такой точки зрения служат, по меньшей мере, два обстоятельства. Во-первых, при всем уважении к беспрецедентной в свое время точности астрономических наблюдений, они совершенно не исключают иных причин, определяющих прецессию орбиты Меркурия, например, влияние на движение планеты вещества короны Солнца или пояса астероидов внутри орбиты Меркурия (зодиакальное свечение), что, разумеется, не учтено и в расчетах. И, во-вторых, то, что фигурирующая в расчетах скорость света является одновременно и скоростью распространения гравитационных волн, до экспериментального установления этого факта, правдоподобная, но не более того, гипотеза.

Если тело движется – значит есть и факторы, сказывающиеся на параметрах движения тела вследствие этого самого движения. Оценим релятивистский эффект для перигелия Меркурия. Параметры задачи, взятые автором из различных доступных источников, таковы:

Таблица 1.

Параметр	Обозначение	Значение	Единица измерения
Масса Солнца	m_0	$1,9891 \times 10^{30}$	кг
Гравитационная постоянная	G	$6,672 \times 10^{-11}$	$\text{м}^3/(\text{кг} \times \text{с}^2)$

Скорость света	c_0	$2,99792458 \times 10^8$	м/с
Расстояние до Солнца в афелии	r_a	69 816 927	км
Расстояние до Солнца в перигелии	r_p	46 001 210	км
Скорость в афелии	v_a	$38,86 \cdot 10^3$	м/с
Скорость в перигелии	v_p	$58,98 \cdot 10^3$	м/с
Скорость средняя	v_m	$47,87 \cdot 10^3$	м/с
Эксцентриситет	e	0,20530294	--
Сидерический период	T	87,969	день

Учитывая то, что $v_m/c_0 \sim 1,597 \cdot 10^{-4}$, с точностью $(v/c_0)^3$, что является очень хорошим приближением, выражение для момента импульса запишется

$$L \approx \left(1 + \frac{1}{6} \frac{v^2}{c_0^2}\right) r^2 \dot{\phi}. \quad (13)$$

Уравнение (6) удобно представить в виде

$$\frac{v^2}{c_0^2} = \left(\frac{\alpha}{r} + \varepsilon\right)^2 - 1, \quad (14)$$

где $v^2 = \dot{r}^2 + r^2 \dot{\phi}^2$, $\alpha = \frac{Gm_0}{c_0^2}$ - гравитационный радиус частицы массой m_0 , $\varepsilon = \frac{E}{c_0^2}$.

Если исключить из (13) и (14) v^2 , то получится

$$\dot{\phi} = \frac{6L}{r^2} \left(\left(\frac{\alpha}{r} + \varepsilon \right)^2 + 5 \right)^{-1}. \quad (15)$$

Подстановка выражения $\dot{\phi}$ из (15) в (14) дает

$$\dot{r}^2 = \frac{1}{r^2} \left(r^2 c_0^2 \left(\left(\frac{\alpha}{r} + \varepsilon \right)^2 + 5 \right)^2 \left(\left(\frac{\alpha}{r} + \varepsilon \right)^2 - 1 \right) - 36L^2 \right) \left(\left(\frac{\alpha}{r} + \varepsilon \right)^2 + 5 \right)^{-2}. \quad (16)$$

Требование $\dot{r} = 0$ в (16) дает «точки поворота» - модули радиус-векторов Меркурия в афелии и перигелии.

Уравнение траектории в дифференциальном виде, как обычно, следует из (15) и (16)

$$\frac{d\phi}{dr} = \frac{\dot{\phi}}{\dot{r}} = \frac{6L}{r^2} \left(c_0^2 \left(\left(\frac{\alpha}{r} + \varepsilon \right)^2 + 5 \right)^2 \left(\left(\frac{\alpha}{r} + \varepsilon \right)^2 - 1 \right) - \frac{36L^2}{r^2} \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (17)$$

Удобно сделать замену переменной $u = r^{-1}$ [9, с. 286]. Тогда, учитывая, что $\frac{d\phi}{dr} = \frac{d\phi}{du} \left(-\frac{1}{r^2} \right)$, уравнение (17) примет вид

$$\frac{d\phi}{du} = -6L \left(c_0^2 \left((\alpha u + \varepsilon)^2 + 5 \right)^2 \left((\alpha u + \varepsilon)^2 - 1 \right) - 36L^2 u^2 \right)^{-\frac{1}{2}}. \quad (18)$$

Под корнем в (18) полином 6-того порядка общего вида. Раскрыв в (18) скобки и приведя подобные члены, удобно (18) представить в виде

$$\frac{d\varphi}{du} = -6L \left(\sum_{i=0}^6 A_i u^i \right)^{\frac{1}{2}}, \quad (19)$$

где A_i - соответствующие полиномиальные коэффициенты.

Необходимые для дальнейшего количественные оценки проводились в MathCad 14 при значении параметров $TOL = 1 \cdot 10^{-15}$, $STOL = 1 \cdot 10^{-15}$.

Пусть оценкой переменной u будет величина, обратная среднему значению расстояния от Меркурия до Солнца $r_m = 0,5(r_a + r_p) = 5,791 \cdot 10^{10}$ м. Тогда оказывается, что $A_0 = -8,249 \cdot 10^{10}$, $A_1 r_m^{-1} = 1,65 \cdot 10^{11}$, $A_2 r_m^{-2} = -7,902 \cdot 10^{10}$, $A_3 r_m^{-3} = 8,345 \cdot 10^{-5}$, $A_4 r_m^{-4} = 9,119 \cdot 10^{-13}$, $A_5 r_m^{-5} = 5,813 \cdot 10^{-21}$, $A_6 r_m^{-6} = 2,470 \cdot 10^{-29}$. Следовательно, в сумме выражения (19) с точностью $\sim 10^{-15}$ можно ограничиться первыми тремя членами, для которых

$$A_0 = c_0^2 (\varepsilon^6 + 9\varepsilon^4 + 15\varepsilon^2 - 25) = -8,2487791104 \cdot 10^{10},$$

$$A_1 = 6\alpha c_0^2 (\varepsilon^5 + 6\varepsilon^3 + 5\varepsilon) = 9,55531785979 \cdot 10^{21},$$

$$A_2 = 3\alpha^2 c_0^2 (5\varepsilon^4 + 18\varepsilon^2 + 5) - 36L^2 = -2,65002835553 \cdot 10^{32},$$

где $L = r_p v_p = r_a v_a$, а величина ε получается из соотношения (14) при подстановке параметров движения Меркурия в афелии или перигелии.

Тогда (19) сводится к выражению

$$\frac{d\varphi}{du} = -\frac{6L}{\sqrt{A_2 u^2 + A_1 u + A_0}} \quad (20)$$

с $A_2 < 0$ и $A_1^2 - 4A_2 A_0 > 0$.

С указанной выше точностью «точки поворота» для финитного движения получаются как корни уравнения $A_2 u^2 + A_1 u + A_0 = 0$, являющегося следствием (16): $r_a = 6,98379669531 \cdot 10^{10}$ м, $r_p = 4,60012103592 \cdot 10^{10}$ м.

Следуя [9, с. 290], уравнение (20) представим в виде

$$\frac{1}{v^2} \left(\frac{du}{d\varphi} \right)^2 = \frac{e^2 - 1}{p^2} + \frac{2}{p} u - u^2, \quad (21)$$

где $v = \frac{\sqrt{-A_2}}{6L}$, $e = \sqrt{1 - 4 \frac{A_0 A_2}{A_1^2}}$, $p = -2 \frac{A_2}{A_1}$.

Его решением, с начальным условием $\varphi(r_p^{-1}) = 0$, является

$$u = \frac{1 + e \cos v\varphi}{p}. \quad (22)$$

Из вида (22) следует, что величина прецессии орбиты за один оборот составит величину

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{v} - 2\pi.$$

Учитывая, что $v = 0.9999999689413452$, прецессия орбиты Меркурия за 100 лет (415 полных оборотов) составит $+16,7''$. Известные $\sim +42''$ получаются, если, например, параметр v заменить на $v' = v/1,000000047$. Однако точность исходных параметров задачи не позволяет осуществить расчеты с достаточной точностью.

В частности, $L_p = r_p v_p \approx 2,7131513658 \cdot 10^{15}$, а $L_a = r_a v_a \approx 2,71308578322 \cdot 10^{15}$.

Более точные расчеты в этой работе не целесообразны.

Таким образом, релятивистское обобщение закона всемирного тяготения для евклидова пространства-времени в контексте предлагаемого автором подхода вполне разумно.

В работе [11] показано, что релятивистское обобщение закона Кулона также приводит к правильным теоретическим и экспериментальным следствиям.

ЛИТЕРАТУРА

1. Роузвер Н.Т. Перигелий Меркурия: от Лаверье до Эйнштейна. – М.: Мир, 1985. – 244 с.
2. Черников Н.А. Релятивистская задача Кеплера в пространстве Лобачевского. Сб. статей: Классическая динамика в неевклидовых пространствах. – Москва, Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004, с. 315-339.
3. Boyer T. N. Unfamiliar Trajectories for a Relativistic Particle in a Kepler or Coulomb Potential// Am. J. Phys. 72, 992-997 (2004).
4. Chen J. Trajectories for relativistic particle in a Kepler potential, Coulomb potential, or scalar field// Department of Physics College of William and Mary, Williamsburg, VA 23187 (2005), <http://web.wm.edu/physics/SeniorThesis2005/chenthesis.pdf>.
5. Прилепских Н.Н. Геометрия пространства-времени и кинематика инерциальных систем отсчета (в настоящем сборнике).
6. Прилепских Н.Н. Релятивистская динамика точечных частиц в евклидовом пространстве-времени (в настоящем сборнике).
7. Угаров В.А. Специальная теория относительности. – М.: «Наука», 1977, 384 с.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теория поля. – М.: ГИФМЛ, 1960. – 399 с.
9. Фок В.А. Теория пространства, времени и тяготения. – М.: ГИФМЛ, 1961. – 563 с.
10. Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. Классические теории. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 512 стр.
11. Прилепских Н.Н. Закон Кулона и взаимодействие токов (в настоящем сборнике).

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

11. ЗАКОН КУЛОНА И ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ТОКОВ

Предложено релятивистское обобщение закона Кулона. Показано, что, сила магнитного взаимодействия двух параллельных токов является следствием релятивистского обобщения кулоновского взаимодействия точечных зарядов. Показано, что при учете эффектов относительности возможно существование силы электрического взаимодействия между электронейтральными телами (аналог сил Ван-дер-Ваальса), пропорциональной r^{-2} .

11.1. Введение

Закон Кулона установлен экспериментально в лабораторной системе отсчета в 1785 г. Понятно, что в XVIII веке релятивистские эффекты (возможные анизотропия силового воздействия или эффекты запаздывания) оказались вне рамок эксперимента.

В данной работе предложено релятивистское обобщения закона Кулона, которое позволяет интерпретировать магнитное поле как релятивистский аспект кулоновского взаимодействия.

Пусть эксперимент Кулона осуществлен в той инерциальной системе отсчета (ИСО), в которой изотропен реликтовый фон (СОРФ). В этом случае можно предполагать, что заключение о законе взаимодействия между двумя неподвижными точечными (в макроскопическом эксперименте) зарядами q_1 и q_2 , находящимися на расстоянии $r = |\mathbf{r}| = |\mathbf{r}_{21}| = |\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1|$ друг от друга в виде закона Кулона

$$\mathbf{F} = k \frac{q_1 q_2}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{r} \quad (1)$$

является точным, так как релятивистские эффекты исключены самой постановкой эксперимента. Здесь \mathbf{r}_1 и \mathbf{r}_2 радиус-векторы зарядов q_1 и q_2 в некоторой системе координат; k - размерная константа. Неявно учтено, что пространство однородно и изотропно, а время однородно.

Кроме того, что принципиально эксперимент Кулона не допускает неоднозначности в постановке и трактовке (в отличие, например, от известных экспериментов Ампера), а исполнен автором изящно, дополнительным основанием считать его строгим в предлагаемых условиях, по-видимому, является теория потенциала.

В соответствии с релятивистскими представлениями, на скалярные параметры частицы – массу m_0 и заряд q_0 «покоя» - следует смотреть как на времяподобные компоненты 4-вектора массы-импульса $p = m_0 c_0 \mathbf{I}(\mathbf{v})$ и 4-вектора заряда-тока $j = q_0 c_0 \mathbf{I}(\mathbf{v})$ в точке ее нахождения, компоненты которых, при переходе между различными ИСО, преобразуются по представлению группы гиперболических вращений, где c_0 - константа размерности скорость. Здесь 4-вектор $\mathbf{I}(\mathbf{v})$ имеет вид $\mathbf{I}(\mathbf{v}) = (\text{ch}(v/c_0), \mathbf{n}, \text{sh}(v/c_0))$, где $\mathbf{v} = v_x x_0 + v_y y_0 + v_z z_0 -$

трехмерный вектор скорости частицы в выбранной ИСО; $v = |\mathbf{v}| = \sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}$ - модуль вектора скорости; \mathbf{n}_v - трехмерный единичный вектор направления скорости частицы в выбранной системе координат [1].

Тогда очевидным 4-векторным обобщением закона Кулона – силы взаимодействия двух точечных частиц 1 и 2 в виде (1), является

$$F_{12} = \kappa \frac{j_1 j_2}{(x_2 - x_1)^2} \frac{x_2 - x_1}{|x_2 - x_1|}, \quad (2)$$

где $\kappa = (4\pi\epsilon_0 c_0^2)^{-1}$; в числителе выражения (2) – псевдоскалярное произведение 4-векторов заряда-тока взаимодействующих частиц; $\mathbf{x}_i(t) = \mathbf{x}_{i0} + \mathbf{v}_i t$ - положение i -той частицы в соответствующей системе координат в момент времени t , если в момент времени $t=0$ ее положение было \mathbf{x}_{i0} , или в четырехмерном виде $x_i = (c_0 t, \mathbf{x}_i(t))$. Время t - абсолютно [1].

Сила кулоновского взаимодействия в виде (2) исходно представляет собой выражение для определения силы взаимодействия двух точечных зарядов в любой ИСО при нулевой их относительной скорости. Однако, как станет видно из дальнейшего, есть надежда на то, что это же выражение определяет величину силы взаимодействия двух точечных зарядов и при отличной от нуля их относительной скорости.

11.2. Электрическое взаимодействие параллельных токов

Рассмотрим в предлагаемых терминах – релятивистском кулоновском взаимодействии – задачу о взаимодействии двух параллельных тонких бесконечно длинных проводников с током, обсуждаемую практически в каждом руководстве по электродинамике в разделе о силовом действии магнитного поля. Из этого рассмотрения следует, что учет эффектов относительности для кулоновского взаимодействия в предлагаемом виде дает правильное выражение для силы Ампера – силы магнитного взаимодействия токов.

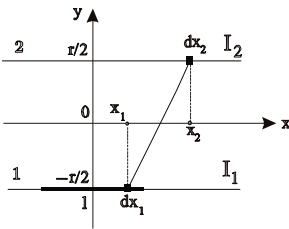


Рис. 1

Пусть в лабораторной системе отсчета на расстоянии r друг от друга покоятся два параллельных тонких бесконечно длинных проводника 1 и 2 (см. Рис. 1), и пусть по ним протекают токи I_1 и I_2 соответственно.

Токи создаются дрейфом электронов проводимости со скоростями $v_{1x} = v_1$ и $v_{2x} = v_2$, линейная плотность заряда электронов λ_{1n} и λ_{2n} соответственно. Электронейтральность проводников обеспечивается положительно заряженным ионным остовом с линейной плотностью положительных зарядов $\lambda_{1p} = |\lambda_{1n}|$ и $\lambda_{2p} = |\lambda_{2n}|$.

Определить величину силы, с которой проводник 2 действует на отрезок длины l проводника 1.

Как обычно, произвольно выберем в пределах отрезка длины l проводника 1 элемент проводника 1 длиной dx_1 в окрестности точки с координатой x_1 и элемент проводника 2 длиной dx_2 в окрестности точки с координатой x_2 .

Трехмерный вектор силы кулоновского взаимодействия элементов проводников dx_1 и dx_2 может быть представлен в виде суммы четырех компонент

$$\mathbf{F}_{12} = (\mathbf{F}_{1p2p} + \mathbf{F}_{1n2n}) + (\mathbf{F}_{1p2n} + \mathbf{F}_{1n2p}),$$

где цифровой индекс обозначает проводник, буквенный указывает на носитель заряда, а выражение для силы дается пространственной частью соотношением (2), первая скобка – отталкивание одноименных зарядов, вторая – притяжение разноименных.

Учитывая, что в лабораторной системе координат 4-векторы тока элементов dx_1 и dx_2 имеют вид

$$\begin{aligned} j_{1p} &= \lambda_{1p} dx_1 c_0 (1, 0, 0, 0), & j_{2p} &= \lambda_{2p} dx_2 c_0 (1, 0, 0, 0), \\ j_{1n} &= \lambda_{1n} dx_1 c_0 (\text{ch}(v_1/c_0), \text{sh}(v_1/c_0), 0, 0), & j_{2n} &= \lambda_{2n} dx_2 c_0 (\text{ch}(v_2/c_0), \text{sh}(v_2/c_0), 0, 0), \end{aligned}$$

запишем величину электростатического взаимодействия положительных зарядов элементов dx_1 и dx_2 , перпендикулярной проводникам

$$d^2 F_{1p2p} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c_0^2} \frac{j_{1p} j_{2p}}{(x_2 - x_1)^2 + r^2} \cos \alpha = r \frac{\lambda_{1p} \lambda_{2p}}{4\pi\epsilon_0} \frac{dx_1 dx_2}{((x_2 - x_1)^2 + r^2)^{3/2}},$$

где α – угол между нормалью к проводникам, лежащей в их плоскости, и прямой, соединяющей элементы dx_1 и dx_2 .

Элементарное интегрирование по x_2 от $-\infty$ до $+\infty$ и по x_1 от $-l/2$ до $l/2$ дает

$$F_{1p2p} = \frac{\lambda_{1p} \lambda_{2p}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2l}{r}.$$

Аналогично,

$$\begin{aligned} F_{1p2n} &= \frac{\lambda_{1p} \lambda_{2n}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2l}{r} \text{ch}\left(\frac{v_2}{c_0}\right), \\ F_{1n2p} &= \frac{\lambda_{1n} \lambda_{2p}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2l}{r} \text{ch}\left(\frac{v_1}{c_0}\right), \\ F_{1n2n} &= \frac{\lambda_{1n} \lambda_{2n}}{4\pi\epsilon_0} \frac{2l}{r} \left(\text{ch}\left(\frac{v_1}{c_0}\right) \text{ch}\left(\frac{v_2}{c_0}\right) - \text{sh}\left(\frac{v_1}{c_0}\right) \text{sh}\left(\frac{v_2}{c_0}\right) \right). \end{aligned}$$

Разлагая полученные выражения для компонент силы до второго порядка по v/c_0 , получим ($\lambda_1 = \lambda_{1p} = -\lambda_{1n}$, $\lambda_2 = \lambda_{2p} = -\lambda_{2n}$):

$$F_{12} = (F_{1p2p} + F_{1n2n}) - (F_{1p2n} + F_{1n2p}) = \frac{\lambda_1 \lambda_2}{4\pi\epsilon_0} \frac{2l}{r} \left(-\frac{v_1 v_2}{c_0^2} \right) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0 c_0^2} \frac{2I_1 I_2}{r} l = -\frac{\mu_0}{4\pi} \frac{2I_1 I_2}{r} l,$$

где $v_1 v_2$ – произведение проекций дрейфовых скоростей электронов в проводниках; сделано очевидное обозначение $I_i = \lambda_i v_i$, $i=1, 2$; учтено, что $c_0^2 = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1}$.

Таким образом, учет эффектов относительности является унифицирующим фактором: на магнитное взаимодействие токов можно смотреть как на релятивистское кулоновское взаимодействие зарядов (см. также [3, с. 180-187]). Как следует из приведенного рассмотрения, релятивистские эффекты существенны не только при больших скоростях движения отдельных частиц, как принято считать, но и в случае крайне малых скоростей движения большого числа частиц (скорость дрейфа электронов в проводнике – доли сантиметра в секунду), если наблюдаемая величина является экстенсивной характеристикой огромного числа частиц.

11.3. Релятивистское взаимодействие макроскопических электрически нейтральных тел

Оказывается, что эффекты относительности могут проявиться во взаимодействии электрически нейтральных тел.

Рассматривается два макроскопических электрически нейтральных тела (1 и 2). В некоторой системе отсчета одно из них покоится, а другое движется относительно первого со скоростью \mathbf{v} . Расстояние $r=|r|$ между телами в момент времени $t=0$ много больше их линейных размеров.

Система координат выбрана таким образом, что ее начало совпадает с телом 1, а ось x , в момент времени $t=0$, проходит через тело 2. Пусть Z_i - количество единиц положительного и отрицательного заряда в единицах q_0 , а v_i - некоторое среднее значение модуля скорости движения электронов в атомах i - того тела ($i=1, 2$).

С движением электронов i - того тела свяжем трехмерные векторы тока \mathbf{I}_i , среднее значение которых и по времени, и по пространству равны нулю. При этом, разумеется, модули мгновенных значений проекций векторов тока на положительное и отрицательное направление осей координат равны между собой: $I_{ix+} = I_{iy+} = I_{iz+} = -I_{ix-} = -I_{iy-} = -I_{iz-}$.

Тогда каждому из рассматриваемых тел можно сопоставить семь 4-векторов заряда-тока: по одному – для положительных зарядов ионных остовов и по шесть 4-векторов заряда-тока – для шести проекций векторов тока электронов. Занумеруем каждый из этих двух наборов 4-векторов заряда-тока индексами из начала греческого алфавита

Введем обозначение для названных четырнадцати 4-векторов заряда-тока, где индекс $\alpha=1,2, \dots, 7$, и $\alpha=1$ соответствует 4-току ионного остова, $\alpha=2$ соответствует проекции тока электронов на положительное направление оси x , $\alpha=3$ соответствует проекции тока электронов на отрицательное направление оси x , и т.д., и, наконец, $\alpha=7$ будет соответствовать проекции тока электронов на отрицательное направление оси z .

Тогда

$$j_{i\alpha} = Z_{i\alpha} q_0 c_0 \left(\operatorname{ch} \left(\frac{v_{i\alpha}}{c_0} \right), \mathbf{n}_{i\alpha} \operatorname{sh} \left(\frac{v_{i\alpha}}{c_0} \right) \right),$$

здесь $Z_{i1} = Z_i$; из условия электронейтральности, при $\alpha = 2, 3, \dots, 7$ заряд, соответствующий каждой проекции тока, будет $Z_{i\alpha} = Z_i/6$; $\mathbf{v}_{2\alpha} = \mathbf{v}_2 + \mathbf{V}$; единичный вектор направления тока $\mathbf{n}_{i\alpha}$.

Сила взаимодействия тел, состоящая из $7^2 = 49$ компонентов, запишется

$$F = \sum_{\alpha, \beta=1}^7 F_{\alpha\beta} = F_0 \sum_{\alpha, \beta=1}^7 Z_{1\alpha} Z_{2\beta} \left(\text{ch} \left(\frac{v_{1\alpha}}{c_0} \right) \text{ch} \left(\frac{v_{2\beta}}{c_0} \right) - (\mathbf{n}_{1\alpha}, \mathbf{n}_{2\beta}) \text{sh} \left(\frac{v_{1\alpha}}{c_0} \right) \text{sh} \left(\frac{v_{2\beta}}{c_0} \right) \right)$$

где $F_0 = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_0^2}{r^2}$; $(\mathbf{n}_{1\alpha}, \mathbf{n}_{2\beta})$ - скалярное произведение единичных 3-векторов направления токов.

Удобно сгруппировать взаимодействия 4-векторов заряда-тока тел следующим образом:

1) взаимодействие ионных остовов (одно слагаемое):

$$F_0 Z_1 Z_2;$$

2) ионный остов первого тела взаимодействует с электронами второго (6 слагаемых):

$$F_0 \frac{Z_1 Z_2}{3} \text{ch} \frac{v_2}{c_0} \left(\text{ch} \frac{V \cos \alpha}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \beta}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \gamma}{c_0} \right),$$

где $\cos \alpha, \cos \beta, \cos \gamma$ - направляющие косинусы вектора \mathbf{V} ;

3) ионный остов второго тела взаимодействует с электронами первого тела (6 слагаемых):

$$F_0 Z_1 Z_2 \text{ch} \frac{v_1}{c_0} \text{ch} \frac{V}{c_0};$$

4) взаимодействие электронов тел, токи которых параллельны (6 слагаемых):

$$F_0 \frac{Z_1 Z_2}{18} \text{ch} \frac{v_1 - v_2}{c_0} \left(\text{ch} \frac{V \cos \alpha}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \beta}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \gamma}{c_0} \right)$$

5) взаимодействие электронов тел, токи которых антипараллельны (6 слагаемых):

$$F_0 \frac{Z_1 Z_2}{18} \text{ch} \frac{v_1 + v_2}{c_0} \left(\text{ch} \frac{V \cos \alpha}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \beta}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \gamma}{c_0} \right);$$

6) взаимодействие электронов тел, токи которых перпендикулярны (24 слагаемых):

$$\sum_{\alpha=2}^7 F_{\alpha\alpha} = F_0 \frac{Z_1 Z_2}{4,5} \text{ch} \frac{v_1}{c_0} \text{ch} \frac{v_2}{c_0} \left(\text{ch} \frac{V \cos \alpha}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \beta}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \gamma}{c_0} \right).$$

Из приведенных шести компонентов результирующей силы взаимодействия тел первая, четвертая, пятая и шестая отвечают отталкиванию, а вторая и третья – притяжению. Равнодействующая – разность между отталкиванием и притяжением тел 1 и 2 – запишется:

$$F = F_0 Z_1 Z_2 \left(1 - \text{ch} \frac{v_1}{c_0} \right) \left(\text{ch} \frac{V}{c_0} - \frac{1}{3} \text{ch} \frac{v_2}{c_0} \left(\text{ch} \frac{V \cos \alpha}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \beta}{c_0} + \text{ch} \frac{V \cos \gamma}{c_0} \right) \right). \quad (3)$$

Из вида силы взаимодействия (3) следует, что она зависит от расстояния как r^{-2} , является четной функцией всех скоростей. Кроме того, взаимодействие

электрически нейтральных тел с нулевыми средними токами является величиной четвертого порядка малости по аргументам. Последнее следовало ожидать, так как эффект второго порядка – магнитное поле – предполагает наличие макроскопического направленного движения носителей заряда – тока.

Выражение в первой скобке – неположительно, а вторая скобка, будучи монотонно возрастающей функцией V , отрицательна при малых и положительна при больших значениях V . Численный расчет показал, в частности, что при $\alpha = \pi/3$, $\beta = \pi/4$, $\gamma = -\pi/3$, $v_2 = 3 \cdot 10^6$ м/с, $c_0 = 3 \cdot 10^8$ м/с вторая скобка обращается в ноль при $V \approx 5,5 \cdot 10^6$ м/с.

Таким образом, в рамках предложенной грубой модели взаимодействия электронейтральных тел учет релятивистских эффектов взаимодействия зарядов их составляющих дает зависящее от величины относительной скорости взаимодействие тел: при малой скорости тела отталкиваются, а при большой – притягиваются.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прилепских Н.Н. Относительность в евклидовом пространстве-времени. Релятивистская кинематика частиц (статья в настоящем сборнике).
2. Прилепских Н.Н. Релятивистская динамика точечных частиц в евклидовом пространстве-времени (статья в настоящем сборнике).
3. Парселл Э. Берклеевский курс физики. Том 2. Электричество и магнетизм. М.: Наука, 1971, 439 с.

Н.Н. ПРИЛЕПСКИХ

12. РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ДИНАМИКА ОРИЕНТИРУЕМОЙ ТОЧЕЧНОЙ ЧАСТИЦЫ

В предлагаемом автором формализме рассмотрена естественная логическая возможность – наделение частицы в собственной системе отсчета кроме массы и заряда «покоя» еще и трехмерным вектором ориентации. Из релятивистской проблемы Кеплера для ориентируемых частиц и задачи о движении ориентируемой частицы в «магнитном» поле, следует, что между вектором ориентации и спином частицы усматриваются определенные аналогии.

12.1. Введение

В контексте предлагаемой автором точки зрения рассмотрена динамика частицы, которая, в собственной системе отсчета, кроме скалярных величин заряда и массы, характеризуется еще и трехмерным вектором, позволяющим говорить об ее «ориентации». Целью настоящей работы является предварительное рассмотрение релятивистского поведения частиц, кроме свойств масса и заряд, обладающих еще и свойством «быть ориентированными в пространстве» и попытаться интерпретировать полученный результат.

12.2. Постановка задачи

Как и ранее, группу преобразований физических величин, при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, будем представлять гиперболическими функциями [1-3].

Пусть точечной частице с массой покоя m_0 , в той системе отсчета, в которой она покоится, соответствует 4-вектор масса-импульс $m_0 c_0 (1, 0, 0, 0)$. Тогда, в системе отсчета, относительно которой частица движется со скоростью \mathbf{v} , ей будет соответствовать 4-вектор масса-импульс $p(\mathbf{v}) = m_0 c_0 (\text{ch}(v/c_0), \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0))$, где c_0 - параметр размерности скорости, v - модуль вектора скорости частицы, а $\mathbf{n}_v = \mathbf{v}/v$ - единичный вектор скорости частицы в некоторой системе координат.

Аналогичны выражения для 4-вектора плотности заряда-тока с заменой массы покоя m_0 на плотность заряда «покоя» q_0 .

Рассмотрим теперь такую частицу, в системе отсчета покоя которой она характеризуется не только массой покоя m_0 (плотностью заряда «покоя» q_0), но и пространственным вектором \mathbf{S} размерности импульс (плотность тока), позволяющим говорить об ориентации точечной частицы.

Другими словами, в системе отсчета покоя 4-вектор масса-импульс такой частицы запишется

$$p_s(0) = (m_0 c_0, \mathbf{S}), \quad (1)$$

где аргумент ноль 4-вектора масса-импульс указывает величину скорости частицы – задает систему отсчета, а индекс s - на наличие у частицы 3-вектора «ориентации» частицы \mathbf{S} .

Тогда, 4-вектор масса-импульс этой частицы в той системе отсчета, относительно которой частица движется со скоростью \mathbf{v} после гиперболического поворота на «угол» v/c_0

$$p_s(\mathbf{v}) = \begin{pmatrix} p_s^0(\mathbf{v}) \\ \mathbf{p}_s(\mathbf{v}) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{ch}(v/c_0) & \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0) \\ \mathbf{n}_v \text{sh}(v/c_0) & \text{ch}(v/c_0) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} m_0 c_0 \\ \mathbf{n}_s S \end{pmatrix}$$

примет вид

$$p_s(\mathbf{v}) = (m_0 c_0 \text{ch}(v/c_0) + (\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_s) S \text{sh}(v/c_0), \mathbf{n}_v m_0 c_0 \text{sh}(v/c_0) + \mathbf{n}_s S \text{ch}(v/c_0)), \quad (2)$$

где $\mathbf{S} = \mathbf{n}_s S$; S - модуль вектора \mathbf{S} , а \mathbf{n}_s - его единичный вектор; $(\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_s)$ - скалярное произведение трехмерных векторов.

Как и в случае скалярной частицы, предположим, что псевдоскалярный квадрат 4-вектора масса-импульс-направление (2) является инвариантом относительно группы преобразований при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой, т.е.

$$p_s^2(\mathbf{v}) = p_s^2(0) = m_0^2 c_0^2 - S^2 = \text{const}. \quad (3)$$

Псевдоскалярный квадрат (2) дает

$$p_s^2(\mathbf{v}) = m_0^2 c_0^2 - S^2 (\text{ch}^2(v/c_0) - (\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_s)^2 \text{sh}^2(v/c_0)). \quad (4)$$

Для того, чтобы правая часть (4) оказалась равной правой части (3) нужно потребовать, чтобы $(\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_s) = \pm 1$.

С учетом этого выражение 4-вектора масса-импульс частицы (2) примет вид

$$p_s(\mathbf{v}) = (p_s^0, \mathbf{p}_s) = (m_0 c_0 \text{ch}(v/c_0) \pm S \text{sh}(v/c_0), \mathbf{n}_v (m_0 c_0 \text{sh}(v/c_0) \pm S \text{ch}(v/c_0))), \quad (5)$$

где $S = |\mathbf{S}|$ - характеризующий частицу параметр, подлежащий определению из сопоставления с экспериментом.

По аналогии с (5), как и в случае бесструктурной частицы, 4-вектор плотности заряда-тока для случая ориентируемой частицы, запишется в виде

$$\mathbf{j}_s(\mathbf{v}) = \frac{q_0}{m_0} p_s(\mathbf{v}). \quad (6)$$

Другими словами, если допустить, во-первых, что частица в собственной системе отсчета характеризуется не только 3-скаляром масса покоя, но и 3-вектором «импульс» \mathbf{S} ; во-вторых, что 4-вектор $p_s(0)$ (1) при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой преобразуются по представлению гиперболического вращения и, в-третьих, что псевдоскалярный квадрат 4-вектора $p_s(\mathbf{v})$ является инвариантом группы гиперболических поворотов, то последует, что 3-вектор \mathbf{S} частицы может ориентироваться или параллельно, или антипараллельно 3-вектору скорости частицы.

Таким образом, возникает «квантовое» число, которое, подобно спину, может принимать два значения: частица может ориентироваться либо по, либо против скорости ее движения в 3-хмерном пространстве.

Аналог известного соотношения релятивистской кинематики бесструктурной частицы

$$E^2 = m_0^2 c_0^4 + \mathbf{p}^2 c_0^2, \quad (7)$$

учитывая (3), (5), примет для обсуждаемого случая релятивистской ориентируемой частицы аналогичный вид

$$\tilde{E}_s^2 = m_{s0}^2 c_0^4 + \tilde{\mathbf{p}}_s^2 c_0^2, \quad (8)$$

$$\text{где } \tilde{E}_s = m_s(v) c_0^2, \quad m_s(v) = m_{s0} \operatorname{ch}(v/c_0), \quad m_{s0} = m_0 \sqrt{1 - \frac{S^2}{m_0^2 c_0^2}}, \quad \tilde{\mathbf{p}}_s = m_{s0} c_0 \operatorname{sh}(v/c_0).$$

Еще раз подчеркнем, что соотношения вида (7)-(8) являются тривиальным следствием того, что преобразования физических величин осуществляется гиперболическим поворотом и не зависят от конкретного представления группы.

12.3. Релятивистская проблема Кеплера для ориентируемых частиц

Рассмотрим релятивистскую проблему Кеплера в терминах прямого межчастичного взаимодействия – ориентируемая частица (индекс e) по закону всемирного тяготения взаимодействует с неподвижным центром – другой ориентируемой частицей (индекс n), т.е. предполагается, что $m_{0n} \gg m_{0e}$ и рассмотрение осуществляется в системе отсчета центра.

Следуя [3], пространственная часть уравнений релятивистской динамики частицы с учетом вектора «ориентации» \mathbf{S} , запишется:

$$\frac{d\mathbf{p}_{se}}{d\tau} = \frac{G}{c_0^2} \frac{j_{se} j_{sn}}{r^2} \frac{\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|}, \quad (9)$$

где $\mathbf{p}_{se}(\mathbf{v}) = \mathbf{n}_v (m_{0e} c_0 \operatorname{sh}(v/c_0) \pm S_e \operatorname{ch}(v/c_0))$; как и ранее $d\tau = dt \sqrt{1 + v^2/c_0^2}$ – длина траектории в единицах время, а dt – интервал времени в лабораторной системе отсчета, соответствующий элементу $d\tau$ собственного времени; v – модуль вектора скорости движущейся частицы; G – гравитационная постоянная;

$$j_{se} j_{sn} = m_{0e} m_{0n} c_0^2 \left(\left(\operatorname{ch} \frac{v}{c_0} \pm \frac{S_e}{m_{0e} c_0} \operatorname{sh} \frac{v}{c_0} \right) - (\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_{sn}) \frac{S_n}{m_{0n} c_0} \left(\operatorname{sh} \frac{v}{c_0} \pm \frac{S_e}{m_{0e} c_0} \operatorname{ch} \frac{v}{c_0} \right) \right) \quad (10)$$

– псевдоскалярное произведение 4-векторов масса-импульс (5) взаимодействующих частиц; \mathbf{r} – трехмерный радиус-вектор положения движущейся частицы относительно неподвижной (временная компонента 4-вектора положения частицы исчезает в силу того, что положения обеих частиц определяется в один момент времени).

Если в выражении (10) массы покоя m_{0e} , m_{0n} частиц заменить на их заряды покоя q_{0e} , q_{0n} соответственно, а гравитационную постоянную G в выражении (9) заменить на кулоновскую постоянную $(4\pi\epsilon_0)^{-1}$, где ϵ_0 – электрическая постоянная, то последующие рассуждения будут относиться к частицам e и n , взаимодействующих по закону Кулона.

Далее, для простоты изложения, удобно использовать терминологию и понятия, сформировавшиеся в теории и практике спина.

Из (9)-(10) следует, что сила взаимодействия частиц e и n состоит из четырех компонентов. Именно: первое слагаемое в (8) соответствует релятивистской проблеме Кеплера скалярных частиц [4]; второе слагаемое, пропорциональное S_e , отвечает спин-орбитальному взаимодействию; третье слагаемое, пропорциональное S_n , описывает влияние спина неподвижной частицы на состояние движения движущейся; последнее, пропорциональное произведению $S_n S_e$, соответствует спин-спиновому взаимодействию частиц.

Если (9) скалярно умножить на \mathbf{p}_s , а затем на v , то, после несложных преобразований, уравнение (9) запишется [4]

$$m_{0e}c_0 \frac{d}{dt} \left(\sqrt{c_0^2 + v^2} \right) = Gm_{0e}m_{0n} \frac{d}{dt} \left(-\frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) \left(1 - (\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_{sn}) \frac{S_n}{m_{0n}c_0} \frac{\text{th}(v/c_0) \pm S_e / (m_{0e}c_0)}{1 \pm S_e / (m_{0e}c_0) \text{th}(v/c_0)} \right). \quad (11)$$

В связи с видом (11) сделаем несколько замечаний.

1). Если в условиях задачи влиянием спина S_n частицы n на динамику частицы e можно пренебречь (в частности, если $S_n = 0$), то (9) сводится к первому интегралу «энергия» релятивистской проблемы Кеплера для скалярной частицы [4] – «энергия» частицы e оказывается не зависящей и от ее спина S_e . Другими словами, энергия частицы e вырождена относительно спин-орбитального взаимодействия. Однако, как следует из (11), это вырождение снимается как при условии $S_n \neq 0$, так и при воздействии на систему внешнего поля.

2). Введем параметры v_e и v_n соотношениями $\text{th}(v_e/c_0) = S_e / (m_{0e}c_0)$ и $\text{th}(v_n/c_0) = S_n / (m_{0n}c_0)$. Тогда соотношение (11) примет вид:

$$m_{0e}c_0 \frac{d}{dt} \left(\sqrt{c_0^2 + v^2} \right) = Gm_{0e}m_{0n} \frac{d}{dt} \left(-\frac{1}{|\mathbf{r}|} \right) \left(1 - (\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_{sn}) \text{th} \left(\frac{v_n}{c_0} \right) \text{th} \left(\frac{v \pm v_e}{c_0} \right) \right). \quad (12)$$

Если взять от обеих частей (12) неопределенный интеграл по t (правую часть проинтегрировать по частям), то получится первый интеграл E – энергия двух ориентируемых частиц, взаимодействующих по закону Кулона

$$E = E_0(r, v) - m_{0e} \text{th} \frac{v_n}{c_0} \left\{ \varphi(r) (\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_{sn}) \text{th} \frac{v \pm v_e}{c_0} - \int \varphi(r) \left[(\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_{sn}) \text{th} \frac{v \pm v_e}{c_0} \right]' dt \right\}, \quad (13)$$

где $E_0(r, v) = m_{0e}c_0 \sqrt{c_0^2 + v^2} + m_{0e}\varphi(r)$ – аналог энергии скалярной частицы в гравитационном поле точки; $\varphi(r) = G \frac{m_{0n}}{r}$ – гравитационный потенциал; штрих у квадратной скобки – дифференцирование по времени t .

3). Примем, что вектор \mathbf{S} ориентируемой частицы направлен или по, или против направления 3-вектора ее скорости. Естественно допустить, что частица n , покоясь в лабораторной (собственной) системе отсчета, находится вместе с лабораторией в «абсолютном» движении с некоторой скоростью \mathbf{v}_n . Из этого следует, что вектор S_n частицы n и в лабораторной системе отсчета либо параллелен, либо антипараллелен вектору \mathbf{v}_n . Следовательно, вектор ориентации S_n частицы n фиксирован относительно лабораторной системы

координат. В случае финитного движения частицы e в «поле» частицы n скалярное произведение $(\mathbf{n}_v, \mathbf{n}_{sn})$ является функцией времени, близкой к периодической.

4). К соотношению (13) следует относиться с осторожностью до обсуждения проблемы устойчивости динамической системы (12) [5].

Если составить векторное произведение вектора \mathbf{r} с правой и левой частью уравнения (9), то, после несложных преобразований [4], получится интеграл движения – момент импульса для проблемы Кеплера ориентируемой частицы

$$\mathbf{L} = \left(\frac{c_0}{v} \operatorname{sh} \frac{v}{c_0} \pm \frac{S_e}{m_{0e} v} \operatorname{ch} \frac{v}{c_0} \right) (m_{0e} \mathbf{v} \times \mathbf{r}). \quad (14)$$

Из вида (14) следует, что вектор \mathbf{S}_e , несмотря на его «квантованность» относительно направления движения частицы, является не только собственной (определяемой в собственной системе отсчета) но и «орбитальной» характеристикой: при $v \rightarrow 0$ момент импульса принимает вид $\mathbf{L} \approx \mathbf{S}_e \times \mathbf{r}$.

12.4. Ориентируемая заряженная частица в магнитном поле

Теперь рассмотрим поведение ориентируемой частицы с зарядом q_0 и массой m_0 в магнитном поле с индукцией \mathbf{B} . Пространственная часть уравнения ее движения в полевых терминах запишется в виде [6]:

$$\frac{d\mathbf{p}}{d\tau} = \frac{q_0}{m_0} \mathbf{p} \times \mathbf{B}, \quad (15)$$

где \mathbf{p} - трехмерный вектор импульса частицы; как и ранее $d\tau = dt\sqrt{1+v^2/c_0^2}$; \times - символ векторного произведения.

Если $\mathbf{B} = (0, 0, B_0)$, то уравнение (15) сведется к паре уравнений для свободного гармонического осциллятора

$$\frac{d^2 p_x}{d\tau^2} + \omega_0^2 p_x = 0, \quad \frac{d^2 p_y}{d\tau^2} + \omega_0^2 p_y = 0, \quad (16)$$

где $\omega_0 = \frac{q_0 B_0}{m_0}$ - циклотронная частота.

Решение системы уравнений (16) при начальных условиях $p_y(0) = 0$ и $p_x(0) = p_0 = m_0 c_0 \operatorname{sh}(v/c_0) \pm S \operatorname{ch}(v/c_0)$, запишется

$$p_x(\tau) = p_0 \cos(\omega_0 \tau), \quad (17a)$$

$$p_y(\tau) = p_0 \sin(\omega_0 \tau), \quad (17b)$$

что соответствует круговому движению заряженной частицы в магнитном поле с радиусом, зависящим от модуля вектора ориентации.

12.5. Обсуждение

В работе показано, что введение вектора ориентации как характеристики точечной частицы в ее собственной системе отсчета является физически содержательным, и при этом можно усмотреть некоторую аналогию между ориентацией частицы и ее спином. Однако налицо и существенные отличия.

Как следует из (1) – определения S , а также из соотношения (14), вектор ориентации является «импульсом покоя», а не моментом импульса, как спин [7].

Другим существенным отличием вектора ориентации частицы от спина в классической механике [7] является то, что, следуя логике данной работы, необходимо сделать вывод о безинерционном следовании вектора ориентации за вектором скорости частицы, хотя траектория частицы (и вектор скорости, соответственно) зависят от вектора ориентации через уравнения движения частицы.

Следовательно, для ориентируемой частицы не будет аналога эффекта прецессии спина в магнитном поле, но при этом направление вектора ориентации (по или против вектора скорости) сказывается на траектории движения частицы в магнитном поле (17).

Складывающаяся ситуация представляется следующим образом. Налицо две крайности: одна из них – «точечные» (но ориентируемые?!) частицы, и для них изменение ориентации безинерционно, и другая крайность – тела конечных размеров, для которых ориентация – направление оси вращения, а инерционность – закон сохранения момента. Между этими двумя крайностями – классический спин: объект-носитель спина – точечный (во всяком случае – это относится к электрону) и ориентируемый, но инерционный.

На этой стадии работы физически интерпретировать вектор ориентации автору не удалось.

ЛИТЕРАТУРА

1. Прилепских Н.Н. Пространство, время, движение, относительность (статья в настоящем сборнике).
2. Прилепских Н.Н. Относительность в евклидовом пространстве-времени. Релятивистская кинематика частиц (статья в настоящем сборнике).
3. Прилепских Н.Н. Релятивистская динамика точечных частиц в евклидовом пространстве-времени (статья в настоящем сборнике).
4. Прилепских Н.Н. Релятивистская проблема Кеплера в евклидовом пространстве-времени (статья в настоящем сборнике).
5. Арнольд В.И. Малые знаменатели и проблема устойчивости движения в классической и небесной механике, УМН, 1963, т. 18, с 85.
6. Прилепских Н.Н. Относительность в евклидовом пространстве-времени. Релятивистская динамика частицы в силовом поле (статья в настоящем сборнике).
7. Багров В.Г., Бордовицын В.А. Классическая теория спина. Известия ВУЗ, сер. Физика, 1980, с.67.

ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНЫЕ ЗАМЕЧАНИЯ

Обнаружение реликтового фона и установление факта его анизотропии, а также объяснение «отрицательного» результата эксперимента Майкельсона-Морли без привлечения гипотезы Фитцджеральда-Лоренца о сокращении тел в направлении движения, несомненно, являются вескими основаниями для того, чтобы еще раз вернуться к истокам СТО.

Формально СТО – принцип относительности (равноправие наблюдателей, находящихся в различных ИСО) и постоянство скорости света как основание для определения преобразований пространства-времени при переходе от одной инерциальной системы отсчета к другой в виде преобразований Лоренца.

Принцип относительности в форме Пуанкаре как констатацию невозможности экспериментального обнаружения абсолютного движения или в форме Эйнштейна как равноправие «инерциальных» наблюдателей, вследствие анизотропии реликтового фона, по-видимому, следует «ослабить» до констатации ковариантности вида физических законов, исключив «невозможность» по Пуанкаре или «равноправие» по Эйнштейну.

Из того, что в свете полученных результатов представляется избыточной гипотеза Фитцджеральда-Лоренца, возникает логическая возможность представления преобразований физических величин при переходе из одной инерциальной системы отсчета к другой с помощью преобразований, сохраняющих псевдоевклидову метрику, но отличных от преобразований Лоренца.

Простейшей и естественной альтернативной возможностью оказались преобразования гиперболического вращения с «углом поворота» v/c , совпадающие до второго порядка по v/c с преобразованиями Лоренца. При этом гиперболическое вращение в пространстве 4-векторов пространственно-временных интервалов оказалось аспектом «абсолютного» и евклидова пространства-времени, что радикально меняет и концепцию, и интерпретацию относительности.

Предложено релятивистское обобщение закона всемирного тяготения и закона Кулона. Сформулирована релятивистская динамика для случая прямого межчастичного взаимодействия и для случая взаимодействия частицы с силовым полем.

Решены несколько эталонных задач. В частности, в задаче о перигелии Меркурия получены первые интегралы (энергия и момент импульса) и разумные числовые оценки параметров движения. Из решения задачи о взаимодействии двух параллельных проводников с током последовало, что взаимодействие параллельных токов посредством магнитного поля в точности является приближением порядка $(v/c)^2$ релятивистского кулоновского взаимодействия зарядов проводников, что нашло экспериментальное подтверждение. Здесь v – дрейфовая скорость электронов в проводнике.

Следствием учета релятивистских эффектов может оказаться сила взаимодействия электронеитральных тел $\sim r^{-2}(v/c)^4$, где r – расстояние между

телами, а v - некоторая усредненная скорость движения электронов во взаимодействующих телах.

Рассмотрена динамика (релятивистская проблема Кеплера и частица в магнитном поле) таких частиц, которые, наряду с массой и зарядом «покоя» в собственной системе отсчета частицы наделены еще и 3-векторной характеристикой – ориентацией. Показано, что данная характеристика обладает некоторыми свойствами спина. Однако точная интерпретация и целесообразность введения этого параметра пока не ясны.

КРАТКАЯ РЕТРОСПЕКТИВА СТАНОВЛЕНИЯ СТО [1-4]

1. Д.К. Максвеллом сформулированы 20 уравнений электродинамики для 20 скалярных компонент поля (1864 г.).
2. Проведены оптические эксперименты по установлению эфирного ветра, в частности – эксперимент А. Майкельсона – Э. Морли (1881 г.) и более поздние, давшие отрицательный результат.
3. О. Хевисайдом, Г. Герцем, Дж. У. Гиббсом уравнения электродинамики Максвелла представлены в современном симметричном векторном виде (около 1884 г.).
4. Г. Герц экспериментально установил существование электромагнитных волн (1887, 1888 г.г.)
5. О. Хевисайд в 1889 г. записал выражение для силы, действующей со стороны магнитного поля на движущийся заряд. Г. Лоренц получил то же выражение для этой силы в 1892 г.
6. Д.Ф. Фитцджеральд для объяснения отрицательного результата эксперимента Майкельсона – Морли выдвинул гипотезу о сокращении длин предметов в направлении их движения (1892 г., не опубликовано).
7. Г. Лоренц, анализируя эксперимент Майкельсона - Морли, независимо от Фитцджеральда, приходит к заключению о необходимости допустить изменение длин тел в направлении движения (1895 г.)
8. А. Пуанкаре, в лекциях 1899 г. в Сорбонне, исходя из анализа проведенных к тому времени экспериментов по выявлению абсолютного движения Земли, делает вывод о том, что обнаружить абсолютное движение невозможно точно (во всех порядках по отношению скорость Земли к скорости света) любыми экспериментами – динамическими, электрическими, оптическими.
9. Г. Лоренц (1904 г.), устанавливает преобразования пространства-времени, оставляющие инвариантными уравнения Максвелла до второго порядка по величине относительной скорости.
10. А. Пуанкаре в работах 1905 г. сформулировал принцип относительности и записал представление названной им группы Лоренца в привычном виде преобразований Лоренца.
11. А. Эйнштейн (1905 г.) сформулировал постулаты СТО – принцип относительности и принцип постоянства скорости света.
12. Г. Минковский, в докладе 1908 г., объединил пространство и время в единый пространственно-временной континуум, что можно считать завершением построения классической (неквантовой) релятивистской теории.

ЛИТЕРАТУРА

1. Принцип относительности. Сб. работ по специальной теории относительности. М.: Атомиздат, 1973.
2. Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. Классические теории. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 512 стр.
3. Уиттекер Э. История теории эфира и электричества. Современные теории. — Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2001, 466 стр.
4. Тяпкин А.А. Об истории возникновения "Теории относительности". 2-е изд., испр. - Дубна: ОИЯИ, 2004. - 152 с.

RELICT RADIATION, RELATIVITY, DYNAMICS, SPIN ALTERNATIVE SPECIAL RELATIVITY

A brief review of the articles

In the article "Anisotropy of the relict radiation and observant astrophysics" coming from that an electromagnetic radiation is an ordinary wave process, a condition is set forth sensing of ranges to the luminous astronomic objects by means of the spectroscopy measuring.

In the article "Non-relativistic Doppler's effect for a point source" is got generalization of many special cases.

In "Some remarks to the mathematical model of the Michelson-Morley's experiment" it is shown, that a negative result of the experiment is a kinematical effect, and the Fitzgerald – Lorentz's hypothesis is surplus for his explanation.

In "Signal with eventual speed: the kinematics of relativity on the Euclidean plane" it is shown, that the Lorentz's Pseudo-Euclidean rotations of the space-time are an aspect of the "absolute" and Euclidean space - time.

In the article "Geometry of the space-time and the kinematics of an inertial reference frames" are shown an alternative to the paradigm of the special theory of the relativity: the "rotations" of the space-time can be presented by the hyperbolic functions.

In the article "Space, time, motion, relativity" conception of the relativity is considered "from the first principles". As a result is a "relativistic compositions".

In the work "Relativity in Euclidean space-time. A relativistic kinematics of the particles." kinematics relations of the space - time is widespread on the kinematics of the particles. This step appeared formally non conflicting and physically rich in this content. In particular, the "defect of a mass" is interpreted as a kinetic energy of a relative motion of the particles.

In "Relativistic dynamics of point particles in Euclidean space-time" is got relativistic generalization of the Newton's world gravitation and the Coulomb's laws. It is set forth the relativistic dynamics of the point particles in terms of the direct inter-particle interaction.

In the article "Relativistic dynamics of a particle in the power field" is set forth relativistic dynamics of anhistous particle in the power field.

In the article "Relativistic Kepler's problem in Euclidean space-time" on the example of the task about the perihelion of the Mercury a technique of the application of the author's formalism is shown.

In the article "The Coulomb's law and interaction of the currents" it is shown that the well-known interaction of the parallel conductors with a current by means of magnetic-field is approaching of a relativistic coulomb interaction of charges, which constituent conductors. It is shown also, that because of a relativistic effects the interaction of the massive electric neutral bodies can take place.

In the article "Relativistic dynamics of the orientable point particle", coming from a natural generalization are a allotting of the particle in her own frame of reference except mass and charge yet and by property to be orientable, the relativistic Kepler's problem task and are considered about a particle in the magnetic field. Some analogy of the vector of orientation is seen with the spin of particle. However a complete clarity in a relation to interpretation of the vector of orientation while is not present.

The short retrospective view of becoming of the special theory of relativity is presented in Appendix.



MoreBooks!
publishing



yes i want morebooks!

Покупайте Ваши книги быстро и без посредников он-лайн – в одном из самых быстрорастущих книжных он-лайн магазинов! окружающей среде благодаря технологии Печати-на-Заказ.

Покупайте Ваши книги на
www.more-books.ru

Buy your books fast and straightforward online - at one of world's fastest growing online book stores! Environmentally sound due to Print-on-Demand technologies.

Buy your books online at
www.get-morebooks.com



VDM Verlagsservicegesellschaft mbH

Heinrich-Böcking-Str. 6-8
D - 66121 Saarbrücken

Telefon: +49 681 3720 174
Telefax: +49 681 3720 1749

info@vdm-vsg.de
www.vdm-vsg.de

