

I. Природа пространства-времени

Природа пространства и времени

А. П. Ефремов

Институт гравитации и космологии Российского университета дружбы народов

Введение. О причинах и пользе

В повседневной жизни вопрос, какова истинная сущность пространства и времени, вообще говоря, не ставится. Подавляющему большинству людей в их практической деятельности достаточно лишь с определенной точностью знать положение объектов и последовательность событий. А чувственно пространство воспринимается – и мысленно осознается – какместилище вещей, тогда как время можно представить как своего рода равномерное движение (изменение) всех объектов вдоль некой невидимой шкалы, деления которой маркируются стандартными движениями некоторых из этих объектов. И стоит заметить, что при всей незамысловатости таких представлений, наблюдается более или менее успешное развитие и умножение человеческой цивилизации. В связи с этим возникает ряд вопросов. А есть ли убедительные причины изыскивать некую глубинную сущность там, где и так все достаточно понятно? И если все же пространство и время устроены не столь просто, как это кажется, то какая может быть польза от более точного знания? Ведь старые представления, безусловно, удовлетворяют миллиарды представителей населения Земли. Думается, что на каждый из этих вопросов можно ответить весьма содержательно.

Стремление к раскрытию сущности вещей можно трактовать как императив удовлетворения человеческого любопытства, однако вряд ли можно с надежностью объяснить сам факт возникновения этого императива. Ясно, что интерес к сущностному (не «прикладному») познанию мира у людей выражен не одинаково сильно. Но проявляющие такой интерес с наибольшей интенсивностью, едва ли смогут определить источник того беспокойства, которое изо дня в день и из года в год заставляет их углубляться в исследования. Здесь, конечно, имеются в виду совсем не те, кто рационально делает научную карьеру и рассчитывает на вознаграждение. Речь идет о людях, которые не в состоянии остановить в самих себе процесс поиска истины. Автор этой статьи определенно знает, что такие люди есть, и действуют они так, будто бы исполняют некое предназначение по получению все более и более точных сведений об устройстве мира. По-

этому ответ на первый вопрос о причинах поиска истины следует искать, пожалуй, не в рациональном объяснении, а в наличии трансцендентного явления – действии скрытого, по-видимому, в каждом представителе земных мыслящих существ «императива бескорыстного познания», но вплоть до сегодняшнего дня проявляющегося в индивидуумах с различной степенью интенсивности. Иными словами, постижение сути вещей как один из видов (скорее всего, основных) сознательной деятельности является родовым признаком человека, изначально заложенным в его информационной системе. Пространство и время – наиболее общие, хотя и ускользающие от частного анализа сущности, не составляют исключения и также являются объектами познания, так что процесс этого познания неизбежен.

Но если само познание – не зависящий от личности императив, то второй вопрос – о его пользе – может показаться бессмысленным. Но это не так. Понятие «польза», конечно, может иметь два знака (как любое качество), но поскольку в целом это понятие рационально, оно применимо для оценки результата и нелогической акции. И тому много исторических и практических примеров, хотя, конечно, все они базируются на представлениях определенных общественных групп. Так, наблюдая звезды, египтяне уточнили временную периодичность губительных разливов Нила, а приняв в качестве пространственной модели Земли ее шарообразность, европейцы «открыли» Америку – и с немалой для себя пользой. Но, отвлекаясь от материальной конкретики, автор берется утверждать, что все более настойчивое и внимательное изучение столь фундаментальных объектов как пространство и время, непременно приведет к качественному скачку в представлениях об устройстве мира и роли в нем и отдельного человека, и всей человеческой цивилизации в целом. Поскольку процесс познания – и разумного преобразования – мира осуществляется человеком, по-видимому, не случайно, то и результаты этого должны быть для человечества благотворны.

О времени и точности познания

Говоря о пространстве и времени, следует сделать оговорку: если пространство чувственно воспринимается как реальный физический объект, допускающий визуальное наблюдение и измерение, то время как физический объект невидимо, понятие о нем оказывается абстрактным и требует уточнений.

Исторически устоявшийся и наиболее общепринятый метод введения времени состоит в договоренности между людьми, или конвенции: время представляется как физическая величина, которую можно «наблюдать» косвенным образом – как определенное изменение пространственных

объектов. При этом стоит подчеркнуть, что каким бы ни был хронометр – атомным, кварцевым, пружинным, солнечным, песочным или водяным – во всех случаях в итоге визуально наблюдается и измеряется опять-таки пространственная длина. Этим «надежным» способом время измерялось в течение тысячелетий – и для бытовых нужд, и в научных опытах. «Договорное», или «условное» время можно назвать также статистическим, во-первых, потому, что в определении этой величины непременно должны участвовать многочисленные группы ее потребителей, так что результирующее представление зависит от распределения мнений.

Но есть и вторая причина назвать это время статистическим (или даже «энтропийным»). И на бытовом уровне, и в строгой экспериментальной науке присутствует общее представление о невозвратности мгновений. Правда, в классической физике оговаривается возможность обратимости «стрелы» времени (здесь не хочется писать «вектора») и, следовательно, обратимости того или иного физического процесса. Однако все знают, что подобного рода допущение есть идеализация реальности, и на самом деле движение тела по ньютоновской траектории абсолютно неповторимо. Изменяется и наблюдаемое тело, и наблюдатель, могут измениться свойства пространства, наконец, нет гарантий, что ход самого времени не претерпевает изменений. В казалось бы примитивный процесс движения тела вмешивается бесчисленное множество физических факторов, действие которых также подчиняется некоей статистике. Наконец, опыт с «отрицательно направленным» временем поставить вряд ли получится, ибо человеку до сих пор не удавалось произвольно менять ход истории. В результате проще всего оказывается считать, что время направлено «только вперед», и что оно «течет равномерно», что с неизбежностью привело к выделению более или менее стабильных циклических процессов в качестве базы для определения временных единиц. Это представление о времени доминировало в сознании людей многие столетия, и в основном продолжает доминировать.

Однако сравнительно недавно, в новейшей истории физики, появилось существенно иное представление о времени. Его становление началось с определения Вильгельмом Вебером новой физической величины – электродинамической постоянной; эта константа оказалась ничем иным как скоростью света в вакууме. Постулат Альберта Эйнштейна о ее универсальности – в смысле независимости от системы отсчета – позволил задавать время в виде отрезков длины, то есть пути, проходимого светом за одну секунду. Эту идею тут же реализовал Герман Минковский, добавив к декартовой системе пространственных координат еще одну ось – ось времени. И с этого момента возникла совершенно новая – геометрическая – интерпретация времени. Для определения геометрического временного интервала не нужно отсчитывать число каких-либо колебательных циклов, достаточно на оси времени измерить

лов, достаточно на оси времени измерить линейкой длину интересующего отрезка и разделить результат измерения на скорость света. Как видно из этого описания, никаких договоренностей о циклических единицах времени здесь не требуется, достаточно условиться только о единицах длины, что, с одной стороны, проще, а с другой – делать так или иначе приходится. Таким образом, благодаря Эйнштейну и Минковскому в начале XX века появилась новая физическая сущность «пространство-время», где время приобрело статус дополнительной геометрической размерности, по существу, равноправный со статусом направлений в пространстве.

Стоит подчеркнуть существенное различие моделей статистического времени и времени геометрического. Статистическое время – величина, «сильнее» зависящая от субъектов наблюдения, поскольку приходится не только согласовывать эталоны длины, но и договариваться о физических процессах, циклы которых будут приняты за единицу времени. И если наша цивилизация исчезнет, то следующее поколение мыслящих существ окажется перед проблемой создания своих собственных представлений о времени. Геометрическое время в этом смысле «стабильнее», так как для его отсчета достаточно договориться только об эталоне длины. Последующее деление на скорость света, которую естественно считать равной единице, немедленно даст значение геометрического времени. Иначе говоря, интервал времени оказывается просто равным длине пространственного отрезка; именно так чаще всего и считают при решении задач, связанных с пространственно-временными отношениями, например, в общей теории относительности.

Введение в начале XX века геометрического времени представляло собой акцию, явно не угрожающую доминантной роли «договорного» времени, поскольку в единственном дополнительном измерении сложно что-либо, кроме времени, разместить. К тому же в редакции Минковского линейное время считалось мнимым по отношению к пространству; говоря образно, время всего лишь «мнилось» как геометрическая размерность. Но вскоре от мнимого времени отказались: возвели «мнимость» в квадрат и полученное отрицательное значение присвоили временному параметру базового объекта – метрическому тензору пространства-времени. Теория относительности довольно быстро приобрела популярность, особенно после появления геометрической версии гравитационного взаимодействия. И когда физики стали пытаться отобразить в формализме четырехмерия все известные физические величины, выяснилось, что введение дополнительной – временной – размерности не прошло бесследно: у ряда ранее чисто пространственных величин появились так называемые временные компоненты. Для некоторых таких компонент более или менее удовлетворительная трактовка нашлась, например, временной компонентой четырехмерного импульса частицы была признана ее энергия. Другие компо-

ненты пришлось вводить искусственно; так появилась временная компонента скорости частицы – величина безразмерная. А от части величин, таких как временные компоненты момента импульса столь же искусственно стараются избавиться, поскольку очевидного физического смысла они не имеют. Подобного рода проблемы интерпретации являются характерным следствием введения именно геометрического представления времени.

У статистического и геометрического времени (в четырехмерной вселенной) есть одна общая черта – необратимость. Хотя причины этого различны. О необратимости условного времени сказано выше, а проблему обратимости геометрического времени стоит обсудить особо. Образом геометрического времени является линия, и потому, казалось бы, нет препятствий для изменения временного направления на обратное: достаточно физически двигаться вдоль этой оси в противоположную сторону. Однако в четырехмерии эта процедура реально неосуществима, так как направление времени обычно считается ортогональным всем пространственным координатам, и наблюдателю в трехмерном пространстве «некуда пойти» так, чтобы знак времени изменился на противоположный.

Из вышесказанного видно, что время, как, впрочем, и любой другой объект, может быть представлено в сознании людей совершенно разными моделями. Иными словами, «информация сознания» – изложенное на языке данного сознания представление об объекте – (С-информация) оказывается множественной. Существенно также отметить, что собственно формированием такой общепринятой С-информации занимается весьма ограниченный круг людей – узких специалистов, остальные готовы воспринять это представление на веру. Тем не менее, если объект присутствует во вселенной независимо от сознания людей, то он, очевидно, имеет некоторую собственную сущность, которая может быть описана термином «абсолютная информация» (А-информация), доступная для восприятия. Это предположение является естественным «аналитическим продолжением» представления о «вещи в себе», известного со времен Иммануила Канта. Оттенок авторского звучания этой базисной концепции объективизма состоит в принципиальной возможности усвоения А-информации хотя бы о некоторой части реально существующих объектов.

Автор считает экстремальную позицию солипсизма интересной, но неприемлемой и полагает, что пространство и время существуют объективно и не зависят от сознания одного человека, группы людей и всего человечества в целом. Тогда их истинной сущности адекватна некая абсолютная информация о пространстве и времени. Сегодня человечество, безусловно, такой информацией не обладает, а, как показано выше, имеет в своем сознании лишь приближенные отображения – «смазанные реплики» – этих сущностей. Только кропотливое исследование может приблизить нас к истине. Но возникает вопрос: каким образом подобное исследо-

вание следует осуществлять? Должен ли это быть тончайший эксперимент, построение физико-теоретической модели, новаторское философское размышление или что-то иное? И как возможно оценить – если вообще это возможно – степень истинности понимания сути объекта? Безусловно точно ответить на поставленные выше вопросы сегодня вряд ли удастся, однако известная история физики прозрачно намекает на возможный путь решения проблемы.

Математика и «непрактичные» пространства

Уже в XX веке стало понятно, что эмпирический поход к познанию оснований мироустройства постепенно сменяется теоретическими методиками. Причин к тому оказалось несколько. Наиболее очевидные причины связаны с требованиями высокой технологичности, следовательно, стоимости современных экспериментов. Кроме того, возможно, – на интуитивном уровне – вмешалось и ощущение безнадежности приложения усилий, возникшее как следствие формулировки квантовомеханического принципа неопределенности: точность определения координаты частицы и ее скорости, времени существования системы и ее энергии «завязалась» на малую, но конечную константу Планка. Наконец, все более становятся очевидными несовершенство и ограниченность возможностей самого человека. И не только органы чувств, фиксирующие данные наблюдений, оказываются слишком «грубо настроенными» и дающими не точное представление об объекте или явлении. Не исключено, что и вся система человеческого мышления изначально неважно приспособлена для формулировки адекватных истине выводов, подводящих итог аналитическому осмыслению эмпирических фактов. Именно по этой причине сознание исследователей порождало информацию о геоцентрическом устройстве мира, о флогистоне, о различии законов электричества и магнетизма, о планетарной модели атома. Эта С-информация в надлежащее время овладела общественным сознанием и начинала самостоятельную «жизнь» в народных массах, но уже не как пробная модель, построенная на наборе проверяемых опытных фактов, а как безусловная научная вера. До сих пор в школьном курсе физики законы механики Ньютона изучаются как непреложная истина, хотя давно известно, что они неточны и область их применения весьма и весьма ограничена.

Осознанное или интуитивно ощущаемое несовершенство эмпирического метода познания с необходимостью вовлекло исследователей в сферы фундаментальной математики. Вначале используемая, в основном, для расчетов, математика все более расширяла свое присутствие в «точных науках» и, демонстрируя способность не только описывать факты, но и выходить на логически строгие обобщения, сама стала в итоге одним из

основных инструментов исследования физических закономерностей. Что же касается эксперимента, то акцент его применения все более смещается в область контроля теоретических предсказаний, так что теперь эксперимент следует за теорией; совсем недавно наблюдалась обратная последовательность, которую сегодня можно заметить лишь на низкопрофессиональном или любительском уровне. Роль математики в изучении законов природы возрастает не только из соображений удобства анализа или возможностей обобщения. Есть еще одно следующее обстоятельство.

Позиция автора данной работы состоит в том, что математика является независимым от человека идеальным объектом, и это, пожалуй, один из тех объектов, абсолютная информация о котором в силу точности математических соотношений с неизбежностью оказывается тождественной информации сознания. Это означает, что в ходе освоения человеком математических структур осуществляется процесс познания абсолютной истины. Конечно, здесь речь идет о безошибочном освоении. При этом можно говорить (и часто говорится) о том, что именно люди развивают математику. Да, человек – неперемный участник возникновения в частном и общественном сознании новых или устоявшихся математических конструкций. Но совершенно недоказуемо то, что эти конструкции придуманы человеком. Более того, есть множество исторических примеров появления абсолютно новой для человечества математики в сознании отдельных людей – великих и гениальных математиков – совсем не логическим путем¹.

В связи с этим вполне допустима идея, что все расширяющееся и углубляющееся проникновение чисто математических методов в сферу познания есть лишь одно из проявлений всеобщей закономерности – первоосновы мирового порядка².

Если ранее представление о пространстве обычно связывалось с местом размещения реальных физических объектов, то в результате развития логически-абстрактного мышления в математике (возможно, не без влияния физики) появилось новое понятие о пространствах – весьма «непрактичных». В таких идеальных пространствах могут содержаться математические объекты различной природы, однако правила построения этих абстрактных пространств достаточно общие. Одно из главных общих свойств математического пространства – возможность измерить в нем некоторую длину (опять длину!), характерную для включенных в этом пространстве объектов. Это, тем не менее, не означает, что все такие объекты модельно представимы и могут быть изображены в виде неких геометрических фигур, как физические тела в обычном пространстве. Хотя некото-

¹ См. А.П.Ефремов, «Метафизика кватернионной математики» в альманахе «Метафизика век XXI» т.2, под редакцией Ю.С.Владимирова, М., Бином, 2007 г., С. 223-269.

² Другое (не обсуждаемое здесь) свидетельство этой гипотезы состоит в «тотальной оцифровке» современной цивилизации.

рые математические величины, например, векторы, составляющие векторные пространства, можно визуально представить в виде направленных отрезков прямой линии.

Влияние абстрактного математического мышления сказалось и на физических представлениях. Одним из первых математически абстрактных, но имеющих физическое содержание и интерпретацию пространств явилось понятие физического поля, введенное Майклом Фарадеем. Это понятие в известном смысле даже предвосхитило представление о математическом векторном пространстве, поскольку уравнения электродинамики Джеймс Максвелл строил на основе механистической модели эфира и кватернионной математики Уильяма Гамильтона, а понятие вектора формировалось исторически параллельно. Следующий пример – уже упомянутое выше пространство-время Минковского с его геометрическим временем. Собственно эта модель мира и последующее за ней создание общей теории относительности и явилось тем отправным пунктом, с которого началась тотальная математизация – и, в частности, геометризация – физики. Настоящую сумятицу в представления о пространствах внесла квантовая механика. Мало того, что определенные в ее рамках функции состояния физической системы оказались принадлежащими особым (чисто математическим) пространствам, названным именем математика Давида Гильберта и существенно эксплуатирующим множество комплексных чисел (действительных и мнимых). Оказалось также, что эти функции описывают совершенно непредставимый с точки зрения визуальной геометрии объект: амплитуду вероятности нахождения системы в данном состоянии. Собственно значение вероятности (кстати, тоже величины ненаблюдаемой) получается, говоря упрощенно, при возведении этой амплитуды в квадрат. И в целом квантовая механика явилась весьма экзотическим физико-теоретическим объектом. Предсказания этой теории подтверждаются экспериментом с высочайшей точностью, и в то же время имеются, по крайней мере, три ее различные формулировки, данные Эрвином Шредингером – в терминах переменной функции состояния, Вернером Гейзенбергом – в терминах переменных операторов, и Ричардом Фейнманом – в терминах интегралов по путям. Однозначной трактовки физической сути квантовой механики нет до настоящего времени. Однако высокая точность ее предсказаний, с позиций рассматриваемого в данной работе подхода, скорее всего, свидетельствует о том, что эта информация сознания, множественным образом выраженная в строгих математических соотношениях, достаточно адекватна абсолютной информации об устройстве микромира и возможности в нем физических измерений.

Но, как известно, квантовая механика «конфликтует» с общей теорией относительности Эйнштейна, и это означает, что если одна из этих теорий верна, то другая, очевидно, имеет границы применимости; впрочем, не

исключено, что обе эти модели не вполне отражают «истинное положение вещей». Спорить с квантовой механикой сложно – подтверждений справедливости ее предсказаний множество; что же касается теории относительности, ее развитие как геометрической модели можно продолжить в целом ряде направлений, что и было сделано. Появились теории относительности в пространствах с кручением, многомерные теории, теории с компенсационными полями, заодно учитывающие и другие фундаментальные взаимодействия, теории с компактными (свернутыми) размерностями и иные модификации пространств. Все эти пространства были введены в теорию уже не из эмпирических соображений (как пространство-время Минковского, где каждая размерность связывается с реальными физическими объектами), а в рамках чистой эвристики. Этот подход иногда может дать положительный результат, но многолетняя практика создания искусственных теорий показывает, что вероятность успеха здесь весьма невелика. Дело в том, что большинство современных теорий строятся на базе принципа экстремума действия, предлагающего океан возможностей. Для создания «новой» теории достаточно предложить некий оригинальный лагранжиан, из которого процедурой варьирования, получают искомые уравнения. Так, варьируя скалярную кривизну четырехмерного пространства-времени Гильберт получил уравнения общей теории относительности даже раньше Эйнштейна³. Понятно, что в силу огромного богатства и разнообразия геометрических объектов в математических пространствах многих размерностей, число таких геометризованных теорий почти не ограничено. Однако есть и еще одно соображение по поводу тотальной веры в могущество принципа экстремума действия и процедуры варьирования. Как хорошо известно физикам и математикам, связь вариационного принципа с уравнениями физики была открыта Пьером де Мопертюи в середине XVIII века. Выяснилось, что уравнения Ньютона можно получить, варьируя абстрактную математическую конструкцию – разность кинетической и потенциальной энергии тела (понятно, что такая разность не только не наблюдаема, но и не имеет физического смысла). Это частное наблюдение получило детальное развитие в рамках классической механики и вскоре приобрело статус всеобщего и неоспоримого закона, годного для описания всех без исключения физических взаимодействий. Представляется, что некоторое противоречие общего и частного здесь все же есть, тем более что механика Ньютона является приближенной теорией, и универсальной процедуры построения функционала действия не существует.

Осторожное отношение к вариационному принципу в физике подсказывает и история: практически все великие уравнения современной физи-

³ См., например, С.Хокинг, Мир в ореховой скорлупе. СПб, Амфора, 2007.

ки появились не из функционала действия. Ньютон математически смоделировал результаты опытов с механическими системами; Максвелл, добавив свое, свел воедино уже известные экспериментальные формулы; Эйнштейн, зная результаты Лоренца, нашел иной путь вывода известных преобразований и позже эвристическим путем пришел к геометрическим уравнениям гравитации; Шредингер в рассуждениях также шел за экспериментом. Джозайя Гиббс сформулировал соотношения статистической физики без использования вариационной процедуры. И только в середине XX века теория электрослабого взаимодействия усилиями Стивена Вайнберга, Абдуса Салама и Шелдона Глэшоу явила собой более или менее успешный пример применения принципа экстремума действия.

Читатель скажет: критиковать легко! Но где конструктивные предложения насчет пути познания сущности пространства, времени и соотношения этих фундаментальных составляющих мироустройства? Верно. Не стоило начинать обсуждения проблемы, если нет варианта ее решения. Но такой вариант у автора есть.

Кватернионы и бикватернионы, порождающие параллельные миры

Видимо, не сложно догадаться, что ответ на поставленный выше вопрос вновь будет связан с математикой, которую автор считает реально существующим идеальным объектом, не зависящим от сознания людей. Изучение математики, в первую очередь ее фундаментальных разделов и соотношений, – и есть тот путь, который должен привести к адекватному пониманию устройства вселенной, включая, конечно, ее базовые понятия – время и пространство. Этот путь сегодня представляется единственно возможным, поскольку возможности феноменологии практически исчерпаны, и еще потому, что некоторый опыт в этом направлении за последнее столетие человечество уже накопило. Недетектируемые кварки сегодня теоретически связываются с порожденными математикой пространствами Калаби-Яу, этапы развития ранней вселенной (которые никогда нельзя будет проверить на опыте) моделируется на базе чисто математических объектов – супербран, – и все это притом, что величину гравитационной постоянной экспериментально определить удастся лишь с точностью до третьего знака после запятой. Одно из новых, но многообещающих направлений – бинарная геометрофизика Ю.С.Владимирова⁴, базирующаяся на теории отношений. Этот, по сути, чисто математический объект содер-

⁴ См., например: Ю.С.Владимиров, Реляционная теория пространства-времени и взаимодействий, Часть 1, М., Изд. МГУ, 1996; Часть 2, М., Изд. МГУ, 1998.

жит в себе целый ряд уже известных физических теорий – признанных, но возникших в рамках эвристического метода.

Другое, с точки зрения автора, также перспективное направление – исследование фундаментальных математических объектов, базирующихся на исключительных алгебрах высших размерностей. Таких алгебр две – алгебра кватернионов (размерности 4) и алгебра октав (размерности 8). Объекты, построенные на алгебре октав, не ассоциативной по умножению, как представляется, пока еще изучены поверхностно. Исследования октонионов ждут своего времени, и это можно уверенно утверждать, зная ситуацию с математикой, базирующейся на более простой алгебре кватернионов. Еще совсем недавно считалось, что «с кватернионами все понятно», однако, пристальные исследования последних 20 лет позволили установить, что в кватернионной математике есть и малоизученные области. Интересно, что эти новые области имеют непосредственное отношение к пониманию сути пространственно-временных отношений, а, возможно, и собственно структуры пространства и времени.

Тесную связь свойств физического пространства и кватернионной алгебры заметил еще ее автор Гамильтон, и эта связь оказалась особого свойства. Достаточно вспомнить, что Рене Декарт в своей работе «Рассуждение о методе» (1637 г.) ввел систему трех ортогональных осей для маркировки точек пространства «искусственно», т.е. эвристически. В открытой почти через 200 лет алгебре кватернионов оказалось, что «векторных» ее единиц с абсолютной необходимостью может быть только три, как и размерностей физического пространства. Более того, эти единицы имеют однозначный геометрический смысл: они являются направляющими векторами декартовой системы координат, некоторым образом неизменно расположенной в трехмерном пространстве. В кватернионах идея Декарта уточнилась: оси его системы координат оказались направленными, а сама система – правой (условная «направленность» системы, например, правая система координат, определяется изначально и в дальнейшем она меняться уже не может). Таким образом, с открытием Гамильтона предыдущая – «интуитивная» – информация сознания (по Декарту) трансформировалась в абсолютную математически достоверную информацию. По сути дела, кватернионная математика строго структурирует трехмерное физическое пространство. Хотя, видимо, в этом случае можно говорить и о генерации математическими соотношениями собственно идеи трехмерного пространства. Если субъект осознает эти соотношения, то, даже не имея возможности экспериментального контроля, он получает внятное представление о геометрической (физической) сущности математически описываемого объекта.

Последующий анализ связи кватернионов с пространством и временем оказался подчиненным достаточно жесткой логике. Ведь кроме трех век-

торных единиц алгебра кватернионов обладает четвертой – скалярной. Тут же возникает вопрос: если векторная триада маркирует направленные пространственные измерения, то какой смысл имеет четвертое скалярное измерение? Этот вопрос возник за полвека до того, как Минковский сформулировал идею четырехмерия, и надо заметить, внятного ответа не было. Кстати, Максвелл, делая первую запись своих уравнений электродинамики в кватернионах, использовал лишь векторные величины и смыслом скалярного «направления» не озадачивался. С появлением теории относительности немедленно возникло искушение считать скалярную единицу ответственной за координату времени: четыре единицы в кватернионах, четыре координаты пространства-времени – вроде все сходится. Более того, любой четырехмерный вектор-кватернион имеет определитель по форме в точности совпадающий с записью в пространстве. Этот серьезный аргумент в пользу тезиса о связи координаты времени и скалярной кватернионной единицы заслуживает более пристального внимания.

Пусть из некоторого четырехмерного вектора $A^\lambda = (a, x, y, z)$ построен кватернион $A = A^\lambda q_\lambda = aq_0 + x\mathbf{q}_1 + y\mathbf{q}_2 + z\mathbf{q}_3$, где

$$q_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_1 = -i \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_2 = -i \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{q}_3 = -i \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.$$

Несложно проверить, что квадрат любой из этих векторных матриц есть скалярная матрица со знаком минус, а циклическое произведение двух векторных матриц друг на друга дает в точности третью матрицу – это простейший базис кватернионных единиц (построенный на матрицах Паули). В таком представлении кватернион A приобретает вид матрицы

$$A = \begin{pmatrix} a + z & x - iy \\ x + iy & a - z \end{pmatrix},$$

опредетитель которой, как нетрудно подсчитать, есть квадрат нормы четырехмерного вектора в пространстве Минковского

$$\det A = a^2 - x^2 - y^2 - z^2.$$

Так математически демонстрируется взаимосвязь временной компоненты a и скалярной единицы q_0 . Однако возникает вопрос: почему понадобился и какой смысл здесь имеет детерминант? Ответ «так получается» не кажется удовлетворительным, и в целом подобная математическая эвристика, как представляется, может приводить к упрощенным или искаженным физическим трактовкам. И это можно показать на рассматриваемом примере.

С начала XX века известно, что квадрат четырехмерного вектора инвариантен относительно преобразований Лоренца – в этом-то и состояло одно из основных наблюдений Эйнштейна, приведшее к созданию специальной теории относительности. И если пространственные повороты группы Лоренца приводят к изменению только трех пространственных компонент (x, y, z) , то гиперболические повороты, кроме пространственных, непременно «захватывают» и временную компоненту a . В развитии специальной теории относительности – общей теории относительности (теории гравитации Эйнштейна) допустим широкий класс преобразований координат и компонент геометрических величин. В эти изменения вовлечены и временные компоненты, и – в ряде формулировок теории – все четыре направляющие векторы ортонормированного репера (тетрады), включая, конечно, и ту, что задает направление времени.

Иначе преобразуются кватернионные единицы. Не так давно⁵ выяснилось, что важнейшее для кватернионов действие – умножение – остается стабильным (форм-инвариантным) только в том случае, когда скалярная единица q_0 строго неизменна, а три векторные единицы $(\mathbf{q}_1, \mathbf{q}_2, \mathbf{q}_3)$ могут испытывать как обычные пространственные, так и гиперболические повороты. И эта взаимосвязь инвариантности умножения и преобразований единиц в данном случае является не интерпретационным приемом, а фундаментальным математическим свойством алгебры кватернионов. Но тогда оказывается, что «указатель направления времени» – скалярная единица – никак не реагирует на изменения четырехмерных координат, что очевидно противоречит ситуации, имеющей место в стандартной теории относительности, в которой ось времени движущегося объекта, как видно на диаграммах Минковского, расположена под углом к оси времени покоящегося наблюдателя. В то же время векторные кватернионные единицы, являясь вроде бы чисто пространственными ортами системы координат, тем не менее, вынуждены участвовать в гиперболических поворотах, которые связываются с относительным движением систем отсчета, приводящим к изменению направления времени.

Это наблюдение привело к иной геометрической трактовке кватернионных единиц. Стало ясно, что постоянная скалярная единица играет пассивную роль, а в структуре геометрии пространства и времени участвует лишь векторная кватернионная триада. Но эта позиция вынудила перейти из множества обычных кватернионов (где множители единиц являются действительными числами) в более широкое множество так называемых бикватернионов (где множители единиц – комплексные числа). Это множество не образует алгебру, потому что в нем, вообще говоря, нельзя оп-

⁵ См., например монографию А.П.Ефремов, Кватернионные пространства, системы отсчета и поля, М., изд. РУДН, 2005.

ределить норму числа (длину отрезка!). Однако для описания геометрии понадобились не любые, но лишь такие бикватернионные числа, у которых действительные компоненты составляют вектор, направленный перпендикулярно по отношению к вектору, заданному мнимыми компонентами. У таких векторов норма без проблем определяется, и что самое интересное, квадрат такого бикватерниона, по сути, есть квадрат нормы идентичного вектора в пространстве Минковского. В частности, легко определяется вид вектора-бикватерниона, квадрат нормы которого представляет собой линейный элемент пространства-времени. Иными словами, математическая логика с необходимостью приводит к кватернионному объекту, который является специфическим «корнем квадратным» из базовой величины теории относительности Эйнштейна. Этот объект оказывается форм-инвариантным относительно допустимых преобразований кватернионных единиц, и именно это свойство гарантирует инвариантность получаемого в дальнейшем числа – «длины» пространственно-временного интервала.

В этом наблюдении, или, если угодно, математическом открытии не было бы ничего особенного, если бы не одно обстоятельство: пространственно-временной вектор-бикватернион оказывается построенным не на четырех, а только на трех кватернионных единицах. Более того, изменение времени, соответствующее изменению пространственного положения наблюдаемой частицы также оказывается вектором, но, во-первых, строго перпендикулярным скорости частицы, а во-вторых – и это очень существенно – этот вектор времени располагается в трехмерном пространстве, мнимом по отношению к пространству, в котором производятся наблюдения. Таким образом, кватернионная математика настойчиво подсказывает новый вариант теории относительности со всеми теми же эффектами, что и теория Эйнштейна, но с совершенно иной структурой времени и пространства. Вселенная в новой теории оказывается не четырехмерной, а шестимерной, но при этом состоящей из двух трехмерных миров, каждый из которых является мнимым по отношению к другому. Если в нашем физическом мире измеряется расстояние (длина), то в «параллельном» мнимом мире измеряется геометрическое время.

Здесь может возникнуть недоумение: как всего лишь на трех векторах кватернионной триады возможно разместить все пространственные размерности и определить направление времени, тем более, что вектор последнего должен быть ортогонален пространственным направлениям? На самом деле это понять несложно, если заметить, что здесь речь идет не о координатах, а об изменении координат. Действительно, сами по себе координаты представляют собой набор скалярных величин, значение которых в значительной степени зависит от произвола наблюдателя. Но разность координат являет собой уже не субъективно-произвольную, а объ-

ективную величину, именно она в итоге определяет длину минимального отрезка между двумя точками пространства. Понятно, что разность координат определяет вектор перемещения частицы, а отношение этого вектора к соответствующему промежутку времени определяет ее скорость. Итак, в кватернионном варианте теории относительности векторное время должно быть ортогонально пространственной плоскости, в которой лежит вектор скорости наблюдаемой частицы. Какой же второй пространственный вектор, неколлинеарный скорости, образует эту плоскость? Нетрудно догадаться, что таким вектором является ускорение этой частицы, и больше физических векторов не нужно, потому что свободных направлений нет. И это обстоятельство можно трактовать как вариант объяснения того до сих пор загадочного факта, что почти во всех уравнениях математической физики – уравнениях второго порядка в частных производных – ускорение (тела или поля) является «предельным» вектором. Этот факт есть следствие трехмерности физического пространства и ортогональности направления изменения времени измеряемым пространственным величинам.

Исключение из общего правила, как известно, являет собой спинорное поле, уравнения которого содержат производные только первого порядка. Однако на это есть причины, и они также выявляются при изучении кватернионов. Даже если на время абстрагироваться от факта существования параллельного «мнимого» трехмерного пространства, а говорить только о «нашем» физическом трехмерном мире, представление о его «устройстве» приходится уточнить. Дело в том – и это есть следствие свойств кватернионной алгебры, – что наблюдаемые размерности физического пространства можно интерпретировать как всего лишь «грубую структуру» трехмерного мира, то есть ту его «внешнюю» сторону, которая доступна чувственному восприятию человека. Математика подсказывает, что есть еще и «тонкая» структура: векторы кватернионной триады, задающие три направления физического мира, сами по себе оказываются не фундаментальными, а производными величинами. Каждый из таких векторов можно построить из более простых математических объектов, которые располагаются в некоторой двумерной плоскости и обладают свойствами спинорных функций. Упрощенно говоря, каждой размерности пространства – линии – может быть геометрически сопоставлена некоторая элементарная плоскость (поверхность), в которой располагаются наиболее фундаментальные объекты – «половинные векторы» (спиноры). Эта структура действительно оказывается более чувствительной, нежели сама линия размерности. Так, при вращении прямой «вдоль самой себя» (вместе с направляющим вектором) никаких изменений в трехмерном пространстве не происходит. Это отмечено и в знаменитой Механике Л.Д.Ландау и Е.М.Лифшица (М., Наука, 1973) на стр. 129: «говорить о вращении пря-

мой вокруг самой себя, очевидно, не имеет смысла». Однако базовые спинорные функции, из которых этот вектор строится, такое вращение замечают: они изменяются – в своем двумерном пространстве испытывают так называемый фазовый поворот.

Более детальный анализ спинорных пространств показывает, что каждому направлению физического мира можно поставить в соответствие даже не одну, а две элементарные плоскости, притом, вообще говоря, каждая из них является комплексной. И поскольку физический мир трехмерен, то таких комплексных элементарных плоскостей всего насчитывается шесть; они-то и формируют эту чувственно не воспринимаемую «тонкую» структуру пространства. Понятно, что к этому нужно добавить еще шесть элементарных плоскостей, соответствующих трем направлениям мнимого трехмерного мира; при этом спиноры, лежащие в этих плоскостях, для «наблюдателя» из физического мира будут иметь совсем иные свойства, чем «его собственные» спиноры. Именно поэтому, говоря об уравнениях спинорного поля и порядке их производной, следует иметь в виду, что спинорные функции «находятся», так сказать, «не совсем» в том трехмерном пространстве, которое мы привыкли считать абсолютно конечным «вместилищем вещей».

Здесь все же нужно сказать о том, что вышеописанная спинорная структура пространства еще очень мало изучена, и геометрически модельно ее пока трудно представить. Тем не менее, это направление исследований представляется весьма перспективным, поскольку общие свойства кватернионных спиноров тождественны общим свойствам функций состояния, порожденных математикой квантовой механики. Не исключено, что детальное изучение «тонкой структуры» элементарных плоскостей поспособствует и более глубокому пониманию физического смысла того, что в квантовой механике называется амплитуды вероятности.

Заключение: модель или реальность?

Временно завершая развитие обсуждаемой темы, осталось задать самим себе ключевой вопрос: является ли математическое описание базовых пространственно-временных объектов представлением лишь некоторой возможной модели или же проникновение в суть математических соотношений есть акт восприятия абсолютной информации о реальном объекте? Если говорить о физике, даже теоретической, то сомнений в модельности ее подходов нет. Известные сегодня законы физики не точны. Полученные как математические обобщения наблюдательных данных эти законы, безусловно, отображают несовершенство человеческого аппарата чувственного восприятия. Но так ли это по отношению к математике? В этом случае автор склонен отнести различные варианты ответов на вопрос о

модельности и реальности к проблеме научной веры. Если человек – пусть даже ученый-специалист – верит в антропогенное происхождение математики и считает, что у другого сообщества мыслящих существ может быть радикально иная математика, то для него все вышеизложенное останется примером мыслительной игры, может быть, даже не слишком забавной. Убеждение же в абсолютной объективности математических соотношений легко сопровождается верой в получение из этих соотношений столь же абсолютной информации; тогда можно (и хочется) говорить о реальных явных и скрытых свойствах пространства и времени.

Бытует мнение, что критерием истины является практика. Однако в случае понимания глубинной сущности широчайшего спектра физических объектов и явлений, как хорошо известно, прямой и очевидной практики может не быть. Приходится довольствоваться косвенными методами проверок и доказательств. Точно так же детальный анализ фундаментальных математических объектов представляет возможность выявить закономерности, вполне совпадающие или обобщающие те, что уже известны из научной феноменологии и анализа ее статистики. И такой косвенный метод изучения физики посредством изучения математики, по мнению автора, является одним из наиболее мощных и надежных инструментов для постижения сущности устройства мира.