

Флюэнты Исаака Ньютона как модель метаболического времени систем*

А.П.Левич

Кафедра общей экологии Биологического факультета

МГУ им. М.В.Ломоносова

Кафедра моделирования природных референтов времени

Web-Института исследований

природы времени <http://www.chronos.msu.ru>

1. Постулаты и термины метаболического подхода

Время в современном знании – исходное и неопределяемое понятие. Наука не обходится без таких понятий, но и не изучает их. Использование представлений о времени опирается на интуицию исследователя, на его неотрефлексированный профессиональный опыт, на элементы вненаучных (часто неосознаваемых) представлений о Миров. Не оправдались надежды и на возможность введения единого инструментального представления о времени: часы по своей природе могут быть совершенно различными и несводимыми друг к другу по порождаемым ими свойствами времени [5].

Ответить на вопрос "Что такое время?" – значит заменить образ времени в понятийном базисе на какое-либо другое базовое понятие, опираясь на которое становится возможным обсуждать само время. Тем самым, образно говоря, свойства времени превращаются из "аксиом" в "теоремы". Только будучи удаленным из неопределяемых представлений, время может стать предметом научного изучения.

Время – не изолированный "кирпичик" в понятийном фундаменте знания. Представления о времени тесно переплетены с другими исходными понятиями о пространстве, материи, зарядах, взаимодействиях, энергии и с многими иными.

Переделывание фундамента невозможно путем замены единственного "кирпичика". Перестраиванию подлежит весьма обширная область. Фактически идет речь о построении новой "картины Мира", на которой будут базироваться новые динамические теории. Создание картины Мира становится для теоретика естествознания необходимым этапом профессиональной деятельности по согласованию исходных понятий теории.

Моделируя время, следует указать его природный референт, т.е. процесс или "носитель" в материальном мире. Свойства этого процесса следует отождествить или корреспондировать со свойствами, приписываемыми феномену времени. Это положение фактически несколько перефразирует утверждение И.Ньютона [17]: "... я в нижеследующем рассматриваю не время как таковое, но предполагаю, что одна из предложенных величин, однородная с другими, возрастает благодаря равномерному течению, а все остальные отнесены к ней как ко времени. Поэтому по аналогии за этой величиной не без основания можно сохранить название времени. Таким образом, повсюду, где в дальнейшем встречается слово время (а я его очень часто употребляю ради ясности и отчетливости), под ним нужно понимать не время в его формальном значении, а только ту отличную от времени величину, посредством равномерного роста или течения которой выражается и измеряется время."

* Работа поддержана грантом Российского гуманитарного научного фонда (проект № 06-03-00163а).

Я выбрал для разрабатываемой конструкции термин "*метаболическое время*". Определение "метаболическое" восходит к Аристотелю [2], который, описывая изменения как движение в самом широком смысле, называл его " $\mu\epsilon\tau\alpha\beta\omicron\lambda\eta$ ".

Основная гипотеза метаболического подхода – это постулат о существовании генерирующих флюэнтов, по отношению к которым открыты все естественные системы, в частности, и наша Вселенная. Термин "флюэнт" заимствован у И.Ньютона [17]: "В дальнейшем я буду называть *флюэнтами*, или текущими величинами, величины, которые я рассматриваю как постепенно и неопределенно возрастающие...".

Принятие гипотезы генерирующих флюэнтов позволяет унифицировать как способы самой изменчивости, сведя их к заменам разного рода частиц на различных уровнях иерархического строения систем, так и способы измерения изменений, сведя их к подсчету количеств замененных в системе частиц (такой способ подсчета назван "*метаболическими часами*").

Буду называть совокупность элементов генерирующих флюэнтов субстанцией, подчеркивая ее иной бытийный статус, нежели статус "вещества", состоящего из нуклонов и электронов.

Представления о "потоках" не новы ни в естествознании, ни в философии. При желании их можно обнаружить во взглядах на время у И.Ньютона, где "время само по себе и по самой своей природе течет..." [16]. В работе 1853 г. Б.Риман [по 12], показал, "что поток... в "большую вселенную" через каждую частицу может дать эффект притяжения...". К.Пирсон предположил, что "... первичной субстанцией является жидкая невращающаяся среда, а атомы или элементы материи суть струи этой субстанции. Откуда взялись в трехмерном пространстве эти струи, сказать нельзя; в возможности познания физической Вселенной теория ограничивается их существованием. Может быть, их возникновение связано с пространством более высокой размерности, чем наше собственное, но мы о нем ничего знать не можем, мы имеем дело лишь с потоками в нашу среду, со струями..., которые мы предложили именовать материей" [18, с. 309-312]. И, конечно, совершенно явно термин "поток времени" звучит в трудах Н.А.Козырева [3], где автор ввел в динамическое описание мира новую "активную" сущность, не совпадающую ни с веществом, ни с полем, ни с пространством в обычном их понимании.

Модель времени может быть задана набором постулатов:

- 1) Существуют *генерирующие флюэнты (истечения, потоки, излучения)*, "порождающие" свои элементы в нашем Мире (или "выводящие" их в небытие). Элементы генерирующих флюэнтов буду называть *частицами-эманонами* (термин, производный от слова "эманация", т.е. истечение), а их совокупности – *субстанцией*.
- 2) Совокупность элементов генерирующего флюэнта образует линейно упорядоченное множество. Соответствующее линейное отношение порядка буду называть *предшествованием*. Существование отношения порядка означает, что для любых элементов a , b и c выполняется: 1) если a предшествует или есть b и b предшествует или есть c , то a предшествует или есть c ; 2) если a предшествует или есть b и b предшествует или есть a , то a есть b и 3) либо a предшествует b , либо b предшествует a , либо a есть b .
- 3) Назову элемент b *соседним* (относительно отношения предшествования) с элементом a , если 1) a предшествует b и 2) не существует других элементов \tilde{b} таких, что a предшествует c и c предшествует b . Если любой элемент в генерирующем флюэнте имеет соседний элемент, то такое свойство генерирующего флюэнта (и, соответственно, субстанции) назову *дискретностью* (относительно отношения предшествования).

- 4) Назову генерирующие флюэнты *частицами-зарядами*. Частицы-заряды могут появляться (рождаться) и исчезать (гибнуть) в нашем Мире.

Наглядный образ частиц-зарядов – ключевой источник, фонтан или струя, "бьющие" в субстанциональном "водоеме".

- 5) Генерирующий флюэнт (частица-заряд) F может быть задан парой (Q, f) , где Q – источник (или сток) эманонов, а f – *шлейф* из излучённых источником (поглощенных стоком) Q частиц-эманонов. Буду в дальнейшем термины "источник", "излучение" часто применять и для "стоков", "поглощения", подразумевая, что сток определен как источник "противоположного знака". Источники есть сингулярности субстанции. Совокупность нескольких флюэнтов $F_j, j \in J_S$ назову *системой* S . Совокупность шлейфов f_j флюэнтов F_j , входящих в систему S , есть *метаболическое пространство системы* S . Совокупность источников Q_j из флюэнтов F_j , входящих в систему S , есть *субституционное пространство системы*. Систему, состоящую из всех флюэнтов Мира, назову *универсумом*. Т.е. любая система есть подмножество универсума. Дополнение системы до универсума, т.е. совокупность флюэнтов универсума, не входящих в систему, есть *среда* системы.
- 6) Замены ("появления" и "исчезновения", "вхождения" и "выходы") частиц-эманонов в системе буду отождествлять с *течением метаболического времени* в ней, а также называть *метаболическим движением* системы. Генерирующие флюэнты представляют собой *природные референты метаболического времени*.

Наглядный образ метаболического движения – движение изображения на экране электронно-лучевой трубки или символов в "бегущей строке". Более близкий к физике образ метаболического движения – распространение волны, в частности, уединенной волны (солитона) в среде.

Метаболическое движение происходит не путем "раздвигания" элементов субстанции, а путем их замены в системе, а именно, путем "вхождения" в систему одних "точек" метаболического пространства и "выхода" других. Поскольку субстанция генерирующих флюэнтов не взаимодействует с "частицами-зарядами" и, проникая в результате метаболического движения "сквозь" "весомую материю", состоящую из этих частиц-зарядов, не вызывает эффектов трения и сопротивления (в обычном их понимании), то она не является эфиром XIX века, "обдувающим" тела или "увлекаемым" ими. В понятийном аппарате естествознания наиболее близкими к субстанции являются понятия пространства, поля и физического вакуума.

- 7) Различные типы генерирующих флюэнтов представляют собой различные, несводимые друг к другу и невзаимозаменяемые сущности. Им соответствуют различные типы эманонов. Они порождают различные типы взаимодействий, метаболических пространств и времен.

В последующих разделах приведу философские, методологические и физические следствия предложенной модели.

2. Мировоззренческие аспекты метаболического подхода

В метаболическом подходе присутствует разделение бытия на два мира. "Внутренний мир" – тот, куда поступают через источники или откуда уходят через стоки элементы субстанции, и "внешний мир" – тот, откуда поступает субстанция или куда она уходит. Границами этих миров служат источники (стоки) всех зарядов. Эти миры оказываются открытыми по отношению к потокам субстанции.

Метаболический подход оперирует двумя формами материи. Первая из них – это субстанция (частицы-эманоны, шлейфы флюэнтов). Вторая – "субстрат", "вещество", "весомая" материя (флюэнты, или частицы-заряды, т.е. источники-сингулярности субстанции с шлейфами "излучённых" эманонов). Частицы-эманоны бесструктурны и в этом смысле точечны, а

частицы заряды протяженны (и не обязательно микроскопически протяженны), но обязательно нелокальны как в пространстве, так и во времени, т.е. их состояния не могут быть определены в одной точке пространства-времени [11].

Время – это свойство открытых систем и только их. Время внутреннего мира – следствие существования в нем генерирующих флюэнтов. Это время имеет пульсационный (но не обязательно периодический) характер. Оно дискретно, представления о нём созвучны воззрениям о "мерцательности" бытия – чередой существований и несуществований Мира.

Время есть и реляция, и субстанция, а именно, время – это определенным образом структурированные (что есть реляция) потоки частиц-эманов (т.е. субстанции). В метаболической конструкции времени реляционные свойства составляют не оппозицию, а дополнение к субстанциональным свойствам [7].

Метаболический подход реализует, скорее, динамическую, нежели статическую концепцию [10] времени и в большей степени соответствует реалогической (*rhein* (греч.) – течь потоком), нежели хронологической [13,14] концепции. Метаболический подход вводит в темпоральный Мир как становление, так и порядок, т.е. включает в себя как серию "прошлое-настоящее-будущее", так и серию "раньше-позже" [15].

3. Место метаболического подхода в парадигме современного естествознания

Современная научная парадигма включает ряд познавательных установок, непосредственно относящихся к представлениям о времени. Отмечу некоторые из них:

- Изучением времени занимается философия, а не естествознание.
- Время в науке – исходное и неопределяемое понятие.
- Фундаментальные уравнения движения в естествознании – постулаты, носящие имена своих создателей.
- Правильное занятие, например, физикой – хорошо решать фундаментальные уравнения и корректно применять полученные решения.
- Для измерения времени достаточны часы, основанные на гравитационных или электромагнитных процессах.
- Время идеализированных процессов, описываемых фундаментальными уравнениями физики, обратимо, тогда как в реальных процессах всегда присутствует "стрела" времени.
- Стрела времени посредством Второго начала термодинамики связана с ростом энтропии изолированных систем.
- Наша Вселенная – изолированная система, и Второй закон ведет к ее однородному и равновесному состоянию.
- В концептуальном арсенале науки нет места субстанциям типа флогистона, светоносного эфира, энтелехии и т.п.

Метаболический подход в определенной степени размывает эти верования и смещает акценты в сторону изменения существующей парадигмы.

В рамках метаболического подхода можно говорить *о природных референтах понятия времени* (здесь и далее курсивом выделены термины, определенные в разделе о постулатах). Феномен времени может быть полноправным объектом естествознания. Природные референты времени имеют структуру и могут быть предметом моделирования.

На место исходного и неопределяемого элементарного объекта в понятийном базисе естествознания, заменяющего в нём представления о времени, метаболический подход предлагает понятие *генерирующего флюэнта*. В этом понятии слиты воедино представления о времени и движении как о процессе замены эманов субстанции в системах и о частицах вещества как об источниках и стоках субстанциональных истечений. В формальном плане флюэнты как совокупности своих элементов не являются множествами, что, по-видимому, требует применения при моделировании более широкого набора, чем в канторовской теории множеств, аксиом из оснований математики.

Среди этапов построения динамических теорий методология естествознания [1;5; статья автора в методологической главе этой книги] выделяет обязательные этапы конструирования: 1) элементарных объектов теории; 2) форм изменчивости этих объектов (пространства их состояний) и 3) способов измерения изменчивости (часов). Причём эти этапы строго предшествуют этапу постулирования фундаментальных уравнений изменчивости (движения) объектов теории. При этом оказывается, что сами уравнения движения есть описание изменчивости моделируемого объекта с помощью некоторой эталонной изменчивости. Вследствие этого выбор часов оказывается существенным при угадывании или выводе уравнений, поскольку *эталонные процессы*, с помощью которых измеряется изменчивость, могут иметь различную природу. Различные часы могут оказаться несравномерными, а получаемые с их помощью описания законов изменчивости – несводимыми друг к другу посредством простых преобразований.

Этапы, предваряющие формулировку уравнений теории, занимают умы небольшого числа исследователей в ограниченные периоды истории науки. Этапы же решения и анализа фундаментальных уравнений становятся возможными после создания уравнений и, действительно, составляют основное содержание работы в теоретическом и прикладном естествознании. Метаболический подход относится к первой – редкой в работе естествоиспытателей – группе этапов познания. Тщательная проработка этих этапов может привести к замене метода угадывания методом вывода на этапе создания фундаментальных уравнений. Необратимость времени в метаболическом подходе заложена в самой конструкции элементарных объектов теории – генерирующих флюэнтов. Поэтому и описывающие движение флюэнтвов-зарядов уравнения будут, по-видимому, уравнениями необратимыми. Также можно предположить, что динамика объектов метаболического подхода должна быть нелинейной, поскольку эти объекты содержат распределенные сингулярности-источники.

Все объекты, описываемые метаболическим подходом, есть открытые системы. В частности, оказывается открытой и наша Вселенная. Второе начало термодинамики в своей традиционной формулировке оказывается неприменимым ни ко Вселенной, ни к отдельным ее частям, что избавляет Вселенную от жупела "тепловой смерти". Эволюция открытой Вселенной может сопровождаться самоорганизацией, ростом неоднородности и сложности.

Метаболический подход явно вводит понятие *субстанции*, связывая ее представлениями о частицах-переносчиках взаимодействия, о поле и о *пространстве-среде*.

Трудности "эфирно-субстантных" подходов оказывается снятыми, благодаря представлению о *метаболическом движении* в среде-субстанции: замене "столкновительного" характера движения на "обменный".

Субстанциональное время (потоки *эманов*) в метаболическом подходе можно описывать на языке ресурсодинамики в терминах: конкуренции за время-ресурсы, лимитирующих типов ресурсов и областей лимитирования в пространстве ресурсов, управления системами с помощью потоков ресурсов и применения экстремальных принципов в расходовании ресурсов (см. статью автора в теоретико-системной главе этой книги).

Метаболический подход к измерению времени, состоящий подсчете количества элементов в системах, в приложении к описывающим системы математическим структурам требует обобщения представлений о количестве элементов в множествах на множества со структурой. Требуемое обобщение обеспечивает функторный метод сравнения структур [4,6, статья автора в теоретико-системной главе этой книги]. Функторные инварианты, сравнивающие структурированные множества, оказываются обобщениями больцмановской энтропии и порождают энтропийную параметризацию времени.

В рамках идеологии экстремальных принципов описание времени системы несколькими субстанциональными потоками оказывается эквивалентным энтропийной параметризации времени, при которой структурная энтропия системы выступает "усреднителем" метаболических времен различных типов [4,6,8, статья автора в теоретико-системной главе этой книги]. Тем самым, становится конструктивной часто декларируемая связь между временем и энтропией систем.

Фундаментальный экстремальный принцип, определяющий закон изменчивости систем, может быть равносильным образом сформулирован и как принцип минимального метаболического времени (минимального потребления лимитирующих "движение" ресурсов), и как принцип максимальной структурной энтропии [9, статья автора в теоретико-системной главе этой книги]. Напомню, что в случае открытых систем рост энтропии не обязан сопровождаться увеличением однородности систем.

4. Генерирующие флюэнты как модель частиц, времени и пространства в физике

Заряды. Генерирующие флюэнт состоит из *источника* Q *частиц-эманонов* и *шлейфа* f этих частиц, излучённых источником от *акта зарождения* по *настоящий момент*. Генерирующие флюэнты моделируют *частицы-заряды*.

Заряды участвуют в физических взаимодействиях, эманоны реализуют механизм взаимодействий. Предполагаю, что по мере развития метаболического подхода удастся обосновать соответствия частиц-эманонов элементарным частицам – переносчиками взаимодействия в квантовых теориях поля, а частиц-зарядов – элементарным частицам, образующим вещество.

Существуют различные типы эманонов и вместе с ними – зарядов. Каждому типу физического взаимодействия соответствует свой тип эманонов и зарядов. Существуют многокомпонентные заряды – флюэнты, источники которых излучают эманоны нескольких типов.

Заряды не точечны, а протяжённые и *нелокальны* как в пространстве, так и во времени. Характеристики их существования (имеется в виду *характеристическая функция* флюэнта или его *распределение плотности*) "волнообразно" изменяются в пространстве и времени, как продемонстрировано в разделе о представлении флюэнта *метаболической волной*.

Нормированные распределения плотности могут иметь вероятностную интерпретацию и подобны волнам де Бройля. Корпускулярно-волновой дуализм заложен в самой конструкции флюэнта-заряда.

Многокомпонентные заряды-флюэнты обладают дополнительными степенями свободы – *разностями фаз между пульсациями* эманонов различных типов. Характеристические функции и распределения плотности таких флюэнтов также многокомпонентны, что делает их подобными спиновым волновым функциям.

В качестве механизмов взаимодействия зарядов могут быть рассмотрены гидродинамические, обменные, геометрические и топологические модели.

Каждый заряд обладает хронометрическими и пространствометрическими свойствами и может служить *часами* или *линейкой*, если соответствующий флюэнт выбран в качестве *эталона*.

В наличии протяжённости и колебательной степени свободы заряды аналогичны элементарным объектам теории струн, однако заряды имеют не микроскопическую, а, скорее, космологическую протяжённость и существуют не в изначально заданном пространстве-времени, а порождают его.

Время. Генерирующие флюэнты представляют собой природные референты *течения метаболического времени*. *Моменты* такого времени *дискретны* и *линейно упорядочены*. Течение метаболического времени может быть *равномерным* и *неравномерным* относительно флюэнтов-эталонов. Выбор эталонного флюэнта также предопределяет *процедурную различимость событий* и существование *вневременных событий* ("скрытого" времени).

Измерение времени через подсчет количества эманонов-событий эталона, замененных в системе, названо *метаболическими часами*, а подсчет количества эманонов-точек эталона – *метаболической линейкой*.

Время, порождаемое генерирующими флюэнтами, оказывается обратимым или необратимым в том же смысле и в той же степени, в каких обратимы или необратимы истечения эманонов из источников. Обращение времени, понимаемое как обращение истечений, превращает источники в стоки и наоборот, т.е. влечет изменение "*знака*" заряда-флюэнта. Сдвиг

фаз при обращении одной из компонент многокомпонентного флюэнта меняет свой знак. Расстояния в пространстве сохраняют величину при обращении метаболического времени.

Для систем, состоящих из нескольких зарядов одного типа, возникает вопрос о согласовании времен, порождаемых различными флюэнтами. Одни из подходов к согласованию – гипотеза о синхронности излучений эманонов всеми источниками одного типа. В этом случае метаболическое время нескольких однотипных флюэнтов становится не "флюэнтоспецифическим" (но остается "типоспецифическим").

При наличии флюэнтов нескольких типов необходимо соглашение о свойствах порождаемых ими времен. Один из вариантов соглашения – выбрать некоторый тип флюэнтов "главным", а соответствующий флюэнт – "*времяобразующим*" и оперировать с метаболическим временем этого флюэнта как с единственным временем системы. Другой вариант – считать метаболическое время многомерной величиной. Функторный метод сравнения многокомпонентных структур позволяет ввести единственный "усреднитель" компонент многомерного времени, для которого есть основания назвать его *энтропийным временем* системы.

Пространство. *Метаболическим пространством* системы названо объединение шлейфов флюэнтов-зарядов, образующих систему. Такое пространство *субстанционально* и *дискретно*. Его *размерность* полагается равной числу типов образующих его эманонов. Если корреспондировать частицы-эманоны с переносчиками-взаимодействия, то метаболическое пространство следует отождествить с соответствующим полем.

Если, например, источники в какой-либо системе преобладают над стоками, то излучаемая субстанция будет накапливаться. Про эффект накопления можно говорить как про *расширение пространства*. Если радиусы и возрасты флюэнтов, входящих в систему, конечны, то пространство системы оказывается *ограниченным*.

Движение системы в пространстве можно определить как замену в ней эманонов. Движение происходит не путем "раздвигания" элементов субстанции, а путем их замены в системе: "вхождений" в систему одних *точек* пространства и "выхода" других. Т.е. движение зарядов в пространстве носит не "столкновительный" с частицами-эманонами, а "обменный" характер. Эманоны не являются неподвижными относительно своих источников, а находятся в постоянном пульсирующем движении. Для эталонных флюэнтов *скорость* этого *распространения* постоянна.

Эманоны одного типа в системе из нескольких однотипных зарядов находятся в "одном измерении" пространства. Поэтому *распределение плотности эманонов* в пространстве зависит от количества и взаимного расположения зарядов.

Литература

1. Акчурин И.А. Единство естественно-научного знания. М.: Наука, 1974. 208 с.
2. Аристотель. Сочинения в 4т. Т.3. Физика. М.: Наука, 1981.
3. Козырев Н.А. Избранные произведения. Л.: Изд-во Ленинг. ун-та, 1991. 448 с.
4. Левич А.П. Теория множеств, язык теории категорий и их применение в теоретической биологии. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1982. 182 с.
5. Левич А.П. Мотивы и задачи изучения времени // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. Часть 1. Междисциплинарное исследование. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1996а. С. 9-27. (Перевод: Levich A.P. Motivations and problems of studying time // // On the Way to Understanding the Time Phenomenon: the Constructions of Time in Natural Science. Part 1. Interdisciplinary Time Studies. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World Scientific, 1995. Pp. 1-16.)
6. Левич А.П. Время как изменчивость естественных систем: способы количественного описания изменений и порождение изменений субстанциональными потоками // Конструкции времени в естествознании: на пути к пониманию феномена времени. Часть 1. Междис-

циплинарное исследование. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1996б. С. 233-288. (Перевод: Levich A.P. Time as variability of natural systems: ways of quantitative description of changes and creation of changes by substantial flows // On the Way to Understanding the Time Phenomenon: the Constructions of Time in Natural Science. Part 1. Interdisciplinary Time Studies. Singapore, New Jersey, London, Hong Kong: World Scientific, 1995. Pp. 149-192.)

7. Левич А.П. Время – субстанция или реляция?.. Отказ от противопоставления концепций // Философские исследования. 1998. №1. С. 6-23.

8. Левич А.П. Энтропийная параметризация времени в общей теории систем // Системный подход в современной науке. М.: Прогресс-традиция, 2004. С. 167-190.

9. Левич А.П., Фурсова П.В. Задачи и теоремы вариационного моделирования в экологии сообществ // Фундаментальная и прикладная математика. 2002. Т.8. №4. С. 1035-1045.

10. Молчанов Ю.Б. Четыре концепции времени в философии и физике. М.: Наука, 1977. 191 с.

11. Шульман М.Х. Вариации на темы квантовой теории. М.: Эдиториал УРСС, 2004. 96 с.

12. De Tunzelmann G.W. A treatise on electrical theory and the problem of the universe. Chap. 18. L.: Charles Griffin, 1910. P. 362.

13. Douglas E.R. Temporality, Intentionality, the Hard Problem of Consciousness and the Causal Mechanisms of Memory in the Brain: Facets of One Ontological Enigma? // Time and Memory: Study of Time. V. 12. Amsterdam: Brill, 2004.

14. Douglas E.R. Rheological & Chronological Time: a Titanic Marriage. 2005. Submitted to Kronoscope, found in <http://www.philosophyoftime.org/rheological.html>.

15. McTaggart J.E. The Unreality of Time // Mind: A Quarterly Review of Psychology and Philosophy. 1908. V.17. P. 457-474.

16. Newton I.S. Philosophiae Naturalis Principia Mathematica. L., 1687. (Перевод: Математические начала натуральной философии. М.: Наука, 1989. 688 с.)

17. Newton I.S. Methodus fluxionum et seriarum infinitarum // Opuscula mathematica, philosophica et philological, t.1. Lausaanae et Genevae, 1774. (Перевод: Ньютон И. Метод флюксий и бесконечных рядов с приложением его к геометрии кривых // Математические работы. М.-Л.: ОНТИ, 1937.)

18. Pearson K. Ether squirts // Am. J. Math. 1891. V.13. Pp. 309-362.