ОПЕРАТОР ИНДИВИДУАЛЬНОГО СОСТОЯНИЯ КВАНТОВОЙ ЧАСТИЦЫ СОГЛАСУЕТ ЭФФЕКТ ЭПР И ТЕОРИЮ ОТНОСИТЕЛЬНОСТИ[1]

А. В. Коганов.

Научно-исследовательский институт системных исследований РАН (НИИСИ РАН), Россия, 117218, Москва, Нахимовский пр. 36, корп. 1, koganow@niisi.msk.ru

Рассматривается эффект Эйнштейна, Подольского, Розана в его связи с квантовой механикой и теорией относительности. Показано, что если ввести в квантовую механику понятие индивидуального состояния квантовой частицы в ансамбле, то можно устранить противоречие с теорией относительности, которое получило название дальнодействия между коррелированными частицами. В работе развит аппарат введения индивидуального состояния в формализм квантовой механики. Строится модель эффекта ЭПР, не содержащая противоречия. Вскрывается общий механизм изменения законов теории вероятности в квантовой механике, примером которого является нарушение неравенств Белла.

Эффект ЭПР, теория относительности, квантовая механика, пространство Шварца, эрмитов оператор, дальнодействие.

---

[1] При поддержке Российского фонда фундаментальных исследований, проект 10-01-00041а, и Российского гуманитарного научного фонда, проект 11-03-00035а

Individual state Operator of quantum particle agreements EPR effect and relative theory

A. V. Koganov

Science Research Institute of System Analysis of RAS (SRISA RAS) 117218, Nakhimovsky st. 36, corp. 1, Moscow, Russia, koganow@niisi.msk.ru)

It considers effect of Einstein, Podolsky, Rosen in connection to quantum mechanic and relative theory. It sowed that if to introduce in quantum mechanic the individual state notion for quantum particle then may eliminate the contradiction with relative theory, which gets name long-range action between correlated particles. In article it develops the apparatus for individual state introducing in quantum mechanic formalism. It builds the EPR effect model which does not contained contradictory. It discloses general mechanism of changing of probability theory principles in quantum mechanic, for example it is the Bell inequalities violation.

EPR effect, relative theory, quantum mechanic, Schwarz space, Hermit operator, long-rang action.

1. Эффект Эйнштейна, Подольского, Розана (ЭПР) [1] имеет парадоксальную связь с квантовой механикой (КМ) и теорией относительности (ТО). Частица из источника разделяется на две коррелированные частицы половинной энергии и при этом оказывается, что все макроскопические законы сохранения детерминировано выполняются для этой пары. В стандартной интерпретации КМ, это должно выполняться только статистически для усреднения по большому числу замеров. В классическом построении квантовое состояние частицы определяется волновой функцией $\Psi = \Psi(t,x)$, где $t \in \mathbb{R}$ — время, $x \in \mathbb{R}^3$ — пространство, которая принадлежит пространсту Шварца $\Psi(t,.) \in S(\mathbb{C},\mathbb{R}^3) = L_2(\mathbb{C},\mathbb{R}^3) \cap C_\infty$ ю. В релятивистской трактовке $\Psi(t,.)|_{x\in P} \in S(\mathbb{C},P)$, где P — любая из гиперповерхностей одновременности. Далее обозначим область определения M, а пространство функций $F(\mathbb{C},M)$. Вероятностная интерпретация: $\int\limits_{x\in P} \Psi(t,x)\Psi^*(t,x)dx_1dx_2dx_3 = 1$. Процесс измерения моделируется эрмитовым оператором $H:\Lambda_2 \to \Lambda_2$ на расширении Λ_2 пространства $F(\mathbb{C},M)$ обобщёнными функциями. Набор собственных функций φ_s, $s \in U$, содержит базис для $F(\mathbb{C},M)$. Если спектр дискретный, то $\varphi_1,\ldots$ счётный. $\Psi(t,.) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i\varphi_i$ или $\Psi(t,.) = \int\limits_{s\in U} \varphi_s\alpha(s)ds$. Тогда $\sum_{i=1}^{\infty} a_ia_i^* = 1$; или $\int\limits_{s\in U} \alpha(s)\alpha^*(s)ds = 1$ Измерение дает собственное значение $H\varphi = \lambda\varphi$. Значение λ_i (или λ_s) возникает с частотой (вероятностью) $a_ia_i^*$, или $\alpha(s)\alpha^*(s)$. Значения $h_{\Psi,H} = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i a_i a_i^*$; или $h_{\Psi,H} = \int\limits_{s\in U} \lambda_s a_s a_s^* ds$. интерпретируется как усреднение случайных результатов однократных измерений, которые связываются с работой макроскопического измерительного прибора, который имеет пространственную локализацию. Поэтому мгновенная синхронизация двух удалённых приборов в ТО невозможна. Для устранения этого противоречия необходимо предположить, что в момент рождения пары коррелированных частиц вырабатывается еще и сигнал, обеспечивающий синхронизацию измерительных приборов. Но в момент своего рождения частицы не знают, какое измерение им предстоит, а у разных измерений в общем случае разные собственные базисы. Единственный выход из этого положения — ввести дополнительную компоненту состояния квантовой частицы, которая указывает любому оператору измерения, какую собственную функцию надо использовать для данной частицы. Частный случай этого формализма описан в [2]. Необходимые сведения из квантовой механики содержатся в [3] и [4].

2. Разделение индивидуального и ансамблевого состояния квантовой частицы. Обозначим E множество эрмитовых операторов на классе функций $F(\mathbb{C},M)=F$. **Определение 2.1**. Индивидуальное состояние частицы определим как функтор вида $\Phi:\mathrm{E}\to\Lambda_2(\mathbb{C},M)$, где

$$H\in\mathrm{E} \;\Rightarrow\; \exists\lambda\models\mathbb{R}, H\Phi(H)=\lambda\Phi(H) \qquad (2.1)$$

Если известно индивидуальное состояние Φ, то точно известно значение $\lambda=\lambda(H\,|\,\Phi)$ любого измерения над частицей (элемент индивидуального состояния). Индивидуальное состояние принципиально неизмеримо, но можно измерить любой его элемент. После этого безвозвратно изменятся и ансамблевое Ψ и индивидуальное Φ состояния частицы. Назовём такие характеристики *альтернативно измеримыми*. Связь между индивидуальным и ансамблевым состоянием частицы: если m_H измерение с оператором H, $s(\lambda)$ — значение параметра для λ, то плотность вероятности

$$p\{m_H(\Psi,\Phi)=\lambda\}=(\Psi,\varphi_{s(\lambda)})(\Psi,\varphi_{s(\lambda)})^* \qquad (2.2)$$

$$P\{m_H(\Psi,\Phi)=\lambda_i\}=(\Psi,\varphi_i)(\Psi,\varphi_i)^* \text{ (атомарная)} \qquad (2.3)$$

3. Совместные измерения с коммутирующими операторами. Допускаются одновременные измерения, операторы которых имеют одинаковый собственный базис. Тогда все измерения соответствуют одному собственному состоянию, и индивидуальное состояние Φ применяется к композиции $\langle H_1,\ldots,H_N\rangle$ и дает композицию значений

$$\vec{\lambda} = \left\langle \lambda_{H_1}\left(\left\langle H_1,\ldots,H_N\right\rangle \mid \Phi\right),\ldots,\lambda_{H_N}\left(\left\langle H_1,\ldots,H_N\right\rangle \mid \Phi\right)\right\rangle \qquad (3.1)$$

4. Соответствие области определения функций оператору измерения. Коллетив N частиц имеет волновую функцию

$$\Psi\left(t_1,\ldots,t_N;x_1^1,x_1^2,x_1^3;\ldots;x_N^1,x_N^2,x_N^3\right) = \Psi\left(\vec{t};\vec{x_1};\ldots;\vec{x_N}\right). \qquad (4.1)$$

$$\int\limits_{P_1(t_1)\times\ldots\times P_N(t_N)} \Psi\Psi^*|_{t_1,\ldots,t_N}\, dP_1 \wedge \ldots \wedge dP_N = 1 \qquad (4.2)$$

Гиперплоскость $P_i(t_i)$, $i = 1,\ldots,N$, соответствует моменту t_i в системе отсчёта наблюдателя и мировой линии измерительного прибора для частицы «i» в момент измерения t_i в пространстве $\left\langle t_i,x_i^1,x_i^2,x_i^3\right\rangle$, которое изоморфно M. Область определения изоморфна M^N. Схема модификации оператора с одной частицы на коллектив: пусть определён $H \circ f(x) = g(x)$, тогда на функции $q(x,y)$

$$H^+ \circ q(x,y) =_{def} H \circ (q(x)|_y) = Q(x)|_y = G(x,y) \qquad (4.3)$$

Это «параметрическое расширение» исходного оператора. Собственная функция для него определена уравнением

$$H^+ \circ \varphi(x,y) = \lambda(y)\varphi(x,y) \qquad (4.4)$$

Для определения результата измерения требуется вероятностная мера $\mu(dy)$,

$$\lambda = \lambda(\varphi) = \int\limits_Y \lambda(y)d\mu(y) \qquad (4.5)$$

Если задана мера $\nu(dx,dy)$, $x \in X; y \in Y;$ то

$$\mu(dy) = \nu(X,dy). \qquad (4.6)$$

Для частицы «i» аргумент имеет вид вектора $X_i = \left(t_i,x_i^1,x_i^2,x_i^3\right) = \left(t_i,\vec{x_i}\right)$, а параметр выражен кортежем (i опущен): $y_{(i)} = \left\langle t_1,\overset{(i)}{\ldots},t_N;\vec{x_1};\overset{(i)}{\ldots};\vec{x_N}\right\rangle$, $\quad \vec{x_j} = \left(x_j^1,x_j^2,x_j^3\right)$, $x_i \in P_i(t_i)$. $\qquad (4.7)$

По (4.4) и (1.5) имеем с учётом областей изменения

$$\vec{x} \in P(\vec{t}) = P_1(t_1) \times \ldots \times P_N(t_N)\,; \quad y_{(i)} \in P_{(i)}(\vec{t}) = P_1(t_1) \times \ldots (i) \ldots \times P_N(t_N)$$

$$H_i^{+} \varphi_i \left(\vec{x} \mid s \right)_{\vec{t}} = \lambda_i \left(\overrightarrow{x_{(i)}} \mid s \right)_{\vec{t}} \varphi_i \left(\vec{x_i} \mid \overrightarrow{x_{(i)}} ; s \right)_{\vec{t}} \tag{4.8}$$

где $s \in U_i(\overrightarrow{x_{(i)}}, \vec{t})$ — индекс элемента спектра для оператора H_i. Значение времени является параметром и имеет размерность, равную числу частиц в коллективе. По нему не производится усреднения. Плотность вероятности значения параметра $\overrightarrow{x_{(i)}}$ в (4.8)

$$q(\overrightarrow{x_{(i)}}) = \int\limits_{P_i(\vec{t})} \Psi \Psi^{*} dP_i(\vec{t}, \vec{x_i}) \tag{4.9}$$

По (4.5) результат измерения H_i при реализации параметра s

$$m_i(s)_{\vec{t}} = \int\limits_{P_{(i)}(\vec{t})} \lambda_i \left(\overrightarrow{x_{(i)}} \mid \vec{t}, s \right) q \left(\overrightarrow{x_{(i)}} \mid \vec{t} \right) dP_{(i)} \left(\overrightarrow{x_{(i)}} \right)_{\vec{t}} \tag{4.10}$$

Средний результат в ансамбле коллективов частиц по (1.9)(2.3)

$$m_i(\vec{t}) = \int\limits_{P_{(i)}(\vec{t})} \left(\int\limits_{s \in U_i(\overrightarrow{x_{(i)}}, \vec{t})} a_i \left(\overrightarrow{x_{(i)}}, \vec{t} \mid s \right) m_i(s)_{\vec{t}} \, ds \right) dP_{(i)} \left(\overrightarrow{x_{(i)}} \right)_{\vec{t}} \tag{4.11}$$

$$a_i \left(\overrightarrow{x_{(i)}}, \vec{t} \mid s \right) = \int\limits_{P_i(\vec{t})} \varphi_i \left(\vec{x_i} \mid \overrightarrow{x_{(i)}}, \vec{t}, s \right) \Psi \left(\vec{t}, \vec{x} \right) dP_i \left(\vec{x_i}, \vec{t} \right) \tag{4.12}$$

$$i = \overline{1, N}\,; \qquad s \in U_i(\overline{x_{(i)}}, \vec{t}\,).$$

5. Совместное распределение измерений в коллективе.

Линейную оболочку функций $f_1, \ldots, f_k$, обозначим $\langle f_1, \ldots, f_k \rangle$. Оператор проекции некоторой функции g из пространства L_2 обозначим $proj\left(g \mid \langle f_1, \ldots, f_k \rangle \right)$. Обозначим $\varphi_{i,s}(\vec{x_i} \mid \overrightarrow{x_{(i)}}) = \varphi_{i,s}(\vec{x}) = \varphi_i(\vec{x} \mid s)$ собственные функции оператора измерения H_i. Плотность вероятности (возможно атомарная) выбора собственных функций

$$d(s_1, \ldots, s_N) = \left\| proj \left(\Psi \mid \langle \varphi_{1,s_1}, \ldots, \varphi_{N,s_N} \rangle \right) \right\|_{\vec{t}}^{2} \tag{5.1}$$

(норма из L_2). Обозначим событие

$$W(V_1,\ldots,V_N)=\left\{\left(s_1,\ldots,s_N\right)\mid \lambda_1(s_1)\in V_1,\ldots,\lambda_N(s_N)\in V_N\right\}, \tag{5.2}$$

где $V_1,\ldots,V_N$ — измеримые множества действительных чисел. Тогда совместное распределение измерений

$$\Pr\left\{m_1\in V_1,\ldots,m_N\in V_N\right\}|_t=\int\limits_{\vec{s}\in W\left(V_1,\ldots,V_N\right)} d\left(\vec{s}\right) ds_1\wedge\ldots\wedge ds_N \tag{5.3}$$

Определение 5.1. Назовем *стационарным измерением на конечном числе N потоков* последовательность измерений, которым соответствуют операторы $H_1,\ldots,H_N$ со стационарной совместной волновой функцией $\Psi(t,x_1,\ldots,x_N)$. Каждый поток является последовательностью частиц $\theta_i(t)$, $i=\overline{1,N}$, в моменты $t=t_1,t_2,\ldots$. Для этой модели имеется стационарное совместное распределение вероятности $\Pr\{m_1\in V_1,\ldots,m_N\in V_N\}=p(V_1,\ldots,V_N)$ для измерений вида $m_i=\lambda\left(\Phi_{\theta_i(t)}(H_1,\ldots,H_N)\right)$. Это двухмерная последовательность вида

$$m_1(1),m_1(2),\ldots;\cdots;m_N(1),m_N(2),\ldots; \tag{5.4}$$

которая соответствует композиции операторов одновременно проводимых измерений в моменты $t=t_1,t_2,\ldots$

Определение 5.2. Частота подпоследовательности $\{x_{i(k)}\}$ в последовательности $\{x_i\}$ — это величина $\mathrm{Fr}\{x_{i(k)}\}=\lim_{k\to\infty}\left(k/i(k)\right)$.

Теорема 5.1. Для любого стационарного измерения на конечном числе потоков существует распределение индивидуальных состояний частиц $\Phi_{\theta_i(t)}$ на последовательности частиц в потоке, которое обеспечивает статистическое выполнение данного совместного распределения в частотном представлении:

$$\mathrm{Fr}\{m_1\in u_1,\ldots,m_N\in u_N\}=p(u_1,\ldots,u_N)\ . \tag{5.5}$$

Замечание 5.1. Мера (5.3) соответствует оператору, измеряющему события (5.1) для отдельных собственных чисел. Если использовать оператор H_W, измеряющий непосредственно событие W, то у него собственное значение 1 на функциях $\varphi_{1,s_1},\dots,\varphi_{N,s_N}$, $\lambda_1(s_1)\in V_1,\dots,\lambda_N(s_N)\in V_N$, и 0 на остальных. Поэтому

$$prob\{m=1\,|\,H_W\}=\left\|proj\left\{\Psi\,|\left\langle\varphi_{i,s(i)}\,|\,\lambda_i(s(i))_H\in V_i\right\rangle\right\}\right\|^2 \qquad (5.5)$$

Эти значения совпадают с (5.3) только когда измерения $H_1,\dots,H_N$ не коррелированны (их собственные базисы ортогональны). В квантовой механике вероятность события зависит от того, каким прибором это событие регистрируется. Прямое измерение события и его вычисление по результатам косвенных измерений в общем случае дают разную статистику. Это механизм нарушения неравенств Белла.

6. Модель ЭПР эффекта, согласованная с ТО. Пусть в опыте с эффектом ЭПР сохраняется величина Z с оператором измерения H_Z, причем в момент рождения коррелированных частиц для порождающей частицы $Z=0$. При разделении частицы на две частицы, последние получают свои индивидуальные состояния, в которых выполнено условие:

$$H_Z\Phi_1(H_Z)=\lambda\Phi_1(H_Z);\; H_Z\Phi_2(H_Z)=-\lambda\Phi_2(H_Z) \qquad (6.1)$$

Тогда детерминировано выполняется $Z_1+Z_2=0$ и не требуется взаимодействия измерительных приборов. Это снимает проблему согласования опыта с теорией относительности.

Список литературы.

1. Reid M. D. et al. Colloquium: the Einstein-Podolsky-Rosen paradox: From concepts to applications // Reviews of Modern Physics, 2009, T. 81, № 4, C. 1727–1751. DOI:10.1103/RevModPhys.81.1727

2. А. В. Коганов. Введение индивидуального состояния квантовой частицы для согласования эффекта ЭПР с квантовой и релятивистской механиками. // Восьмые Курдюмовские чтения «Синергетика в естественных науках». Материалы конференции. Тверь, ТвГУ,2012, с. 105-108.

3. Бом Д. Квантовая теория = Quantum Theory // New York: Prentice Hall. 1989 reprint, New York: Dover, ISBN 0-486-65969-0. — 1951.

4. Блохинцев Д. И. Основы квантовой механики. (3-е изд.) М.: Высшая школа, 1961.