

## О РАДАРНОМ ВРЕМЕНИ И ПАРАДОКСЕ БЛИЗНЕЦОВ

Карл Е. Долби<sup>а)</sup> и Стивен Ф. Гулл<sup>б)</sup>

Перевод М.Х.Шульмана

C.E. Dolby and S.F.Gull. *On radar time and the twin "paradox"*. Am. J. Phys. **69** (12), December, 2001.

Carl E. Dolby<sup>а)</sup> and Stephen F. Gull<sup>б)</sup>

*Astrophysics Group, Cavendish Laboratory, Madingley Road, Cambridge CB3 9E, United Kingdom*

В данной работе концепция радарного времени (введенного Бонди в его работе по  $k$ -исчислению) применяется к хорошо известному релятивистскому парадоксу близнецов. Радарное время используется для определения гиперповерхностей одновременности применительно к классу путешествующих близнецов, начиная со случая "мгновенного" поворота, продолжая случаем "плавного" поворота и заканчивая случаем "равномерного ускорения". Показано, что такое определение одновременности не зависит от выбора системы координат и ставит в соответствие любому событию *единственный* момент времени (в который путешествующий близнец может послать и принять сигнал) и устраняет некоторые общие недоразумения.

© 2001 Американская Ассоциация Преподавателей Физики.

[DOI: 10.1119/1.1407254]

### Введение

Может показаться тривиальным суждение, что парадокс близнецов давно понят, и что с ним не связано никаких противоречий. Конечно, нет никаких разногласий в отношении каждого из близнецов, так что нет и "парадокса" как такового. Нет также и противоречий в том, "когда события кажутся происходящими" обоим близнецам, или в описании близнецом-домоседом (назовем его Алексом) того, "когда события происходили". Эти аспекты парадокса близнецов описаны в стандартных учебниках<sup>1-4</sup>.

Однако описание того, "когда события происходили" с точки зрения близнеца-путешественника (скажем, Барбары), как кажется, никогда не было обосновано<sup>5, 6</sup>. В изложении упомянутых учебников гиперповерхности одновременности для Барбары, которые определяют "когда события происходили" с ее точки зрения, были изложены неясно или вообще игнорировались. Общая диаграмма для таких гиперповерхностей<sup>1,2,3,6</sup> показана на рис. 1.

Бом<sup>1</sup> и Сартори<sup>3</sup> утверждают, что точки  $G$  и  $H$  представляются близнецу-путешественнику одновременными, в то же время Бом<sup>1</sup> говорит, что "после ускорения в  $E$  некоторому событию, такому, как  $N$ , приписывается значение временной координаты меньше, чем до ускорения!" Другие авторы<sup>3,2</sup>, указывая на эту проблему, утверждают, что ее решение лежит в анализе интервала, который близнец-путешественник должен пройти при повороте (с конечным ускорением), и что во время этого периода ускорения гиперповерхности одновременности для Барбары "прокручиваются (sweep round)" от  $EG$  до  $FH$ , как показано на рис. 2.

Хотя этот период ускорения действительно может фиксировать разрыв между  $G$  и  $H$ , он не может разрешить более серьезную задачу (упомянутую также в работах<sup>7,8</sup>), которая возникает слева от Барбары. Здесь ее гиперповерхности одновременности перекрываются, и она, таким образом, должна ставить в соответствие каждому событию даже не два, а три

различных момента времени! Также, если гиперповерхности одновременности Барбары в определенный момент времени так чувствительно зависят от ее мгновенной скорости, как показано на этих диаграммах, то она будет вынуждена прийти к заключению, что удаленные планеты должны качаться вперед и назад во время ее танца!

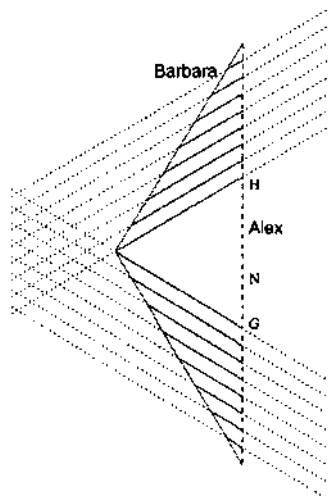


Рис. 1. Типичная "учебная иллюстрация" гиперповерхностей одновременности близнеца-путешественника в парадоксе близнецов.

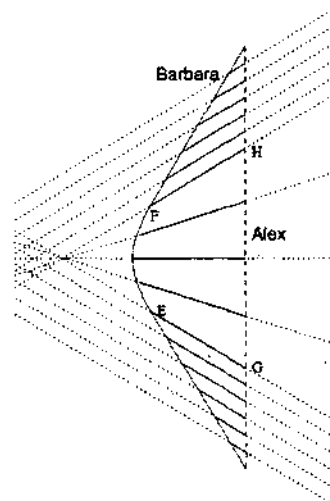


Рис. 2. Другая типичная "учебная иллюстрация", в которой гиперповерхности одновременности Барбары "прокручиваются (sweep round)" от  $EG$  до  $FH$  во время периода ее ускорения.

Способ преодоления этой коллизии существует и был указан уже в оригинальной статье<sup>9</sup> Эйнштейна,<sup>9</sup> а затем был развит Бонди в его работе по "к-исчислению". Он состоит в корректном использовании "радарного времени" (в работе Raugi *et al.*<sup>10</sup> это именуется "координаты Марцке-Уилера"). Эта концепция не нова. Действительно, Бом<sup>1</sup> и д'Инверно<sup>2</sup> каждый посвятили по целой главе "к-исчислению", и используют "радарное время" (хотя и не под таким названием) для построения гиперповерхностей одновременности для инерциальных наблюдателей. Однако затем оба автора без оснований применяют это определение для близнеца-путешественника.

В настоящей статье мы снова обращаемся к понятию "радарного времени" (и, соответственно, "радарного расстояния") и подчеркиваем, что это определение применимо не только для инерциальных наблюдателей, но для любого наблюдателя в любом пространстве-времени. Затем мы используем радарное время для построения гиперповерхностей одновременности для класса близнецов-путешественников, начиная со случая "мгновенного" поворота, продолжая случаем "плавного" поворота, и заканчивая случаем "равномерного ускорения". (Случаи "мгновенного" поворота и "равномерного ускорения" обсуждались также в работе Raugi *et al.*<sup>10</sup>) Мы показываем, что во всех случаях это определение ставит в соответствие любому событию *единственный* момент времени, в который Барбара может посылать и принимать сигналы, и что такое соответствие не зависит от выбора системы координат. Мы далее демонстрируем, что короткие периоды ускорения оказывают пренебрежимо малое влияние на радарное время, соответствующее удаленным событиям, в противоположность чувствительной зависимости для гиперповерхностей, вытекающей из рис. 1 и 2. Рассматривая ситуацию в различных системах координат, мы далее демонстрируем координатную независимость радарного расстояния и указываем, что нет наблюдательной разницы между интерпретациями, в которых временной дифференциал обусловлен "ускорением Барбары" или "гравитационным полем, которое Барбара привлекает для описания своего ускорения".

## Радарное время и радарное расстояние

Рассмотрим наблюдателя, движущегося вдоль мировой линии  $\gamma: x^\mu = x^\mu_{(\gamma)}(\tau)$  с собственным временем  $\tau$  (рис. 3). Введем определения:

$\tau^+(x) \equiv$  (самое раннее из возможных) собственное время, при котором световой луч (технически, по нулевой геодезической), выходящий из точки  $x$ , может пересечь  $\gamma$ ;

$\tau^-(x) \equiv$  (самое позднее из возможных) собственное время, при котором световой луч (по нулевой геодезической), может еще из  $\gamma$  достичь точки  $x$ ;

$\tau(x) \equiv \frac{1}{2} [\tau^+(x) + \tau^-(x)]$  – "радарное время";

$\rho(x) \equiv \frac{1}{2} [\tau^+(x) - \tau^-(x)]$  – "радарное расстояние";

$\Sigma_{\tau_0} \equiv \{x: \tau(x) = \tau_0\}$  = "гиперповерхности одновременности" наблюдателя в момент времени  $\tau_0$

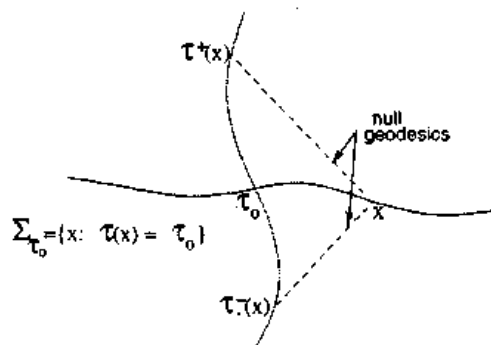


Рис. 3. Схематическое изображение к определению "радарного времени"  $\tau(x)$ .

Эти определения были выдвинуты Бонди в его работе по специальной теории относительности и к-исчислению<sup>11,1,2</sup>, и являются существенной модификацией формулы

$$t - t^- = t^+ - t$$

приведенной в оригинальной статье Эйнштейна<sup>9</sup> (в записи самого Эйнштейна это выглядит, как  $t_B - t_A = t'_A - t_B$ ). Эта формула попросту говорит, что наблюдатель может сопоставить определенный момент времени удаленному событию, пошлав световой сигнал в мировую точку этого события, приняв отраженный световой сигнал и вычислив среднее (собственное) время движения света туда и обратно. Она, очевидно, применима к любому наблюдателю в любом гравитационном поле. Однако идея определения гиперповерхностей одновременности в терминах "радарного времени" редко применялась к неинерциальным наблюдателям или для неплоских областей пространства-времени. Возможно, это связано с утверждением Бонди, что "реакция часов на ускорения в чрезвычайной степени зависит от их конструкции". Это утверждение уже опровергнуто экспериментом (см. <sup>7</sup> или <sup>12</sup>, стр. 144 и 145, а также приведенную там библиографию); более того, предположение, согласно которому "подходящие часы" будут вести себя идентично при ускорении (или в

гравитационных полях), является основной посылкой общей теории относительности, без этого собственное время не имело бы никакого физического смысла. Таким образом, нет причин не применять "радарное время" к ускоренным наблюдателям или искривленным областям пространства-времени.

Поскольку радарное время может быть определено без всякого упоминания системы координат, оно по построению не зависит от выбора системы координат. Оно однозначно определено, согласовано с собственным временем вдоль пути наблюдателей и инвариантно по отношению к "обращению времени", т.е. к изменению знака собственного времени наблюдателя.

### Близнец-путешественник

Рассмотрим типовой случай "мгновенного" поворота, когда путь Барбары задан соотношениями

$$(t_B(\tau), x_B(\tau)) \equiv \begin{cases} (\cosh(\alpha)\tau, \sinh(\alpha)\tau) & (\tau > 0) \\ (\cosh(\alpha)\tau, -\sinh(\alpha)\tau) & (\tau < 0) \end{cases}$$

или

$$(u_B(\tau), v_B(\tau)) \equiv \begin{cases} (e^{\alpha}\tau, -e^{-\alpha}\tau) & (\tau > 0) \\ (e^{-\alpha}\tau, -e^{\alpha}\tau) & (\tau < 0) \end{cases}$$

где  $s = \tanh(\alpha)$  – скорость Барбары (в единицах  $c = 1$ ),  $\alpha$  – ее "параметр скорости," а координаты  $(u, v)$  мы определим соотношениями

$$u \equiv x + t \text{ и } v = x - t.$$

Эта ситуация показана на рис. 4.

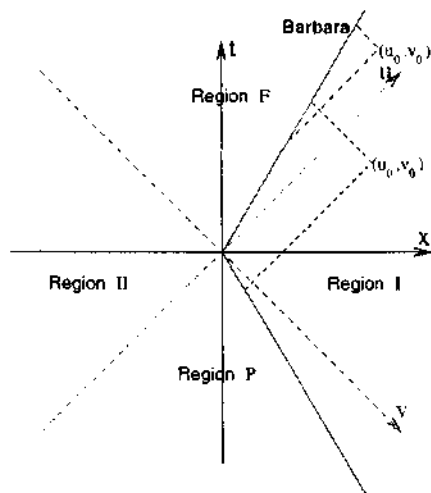


Рис. 4. Близнец-путешественник в случае "мгновенного" поворота.

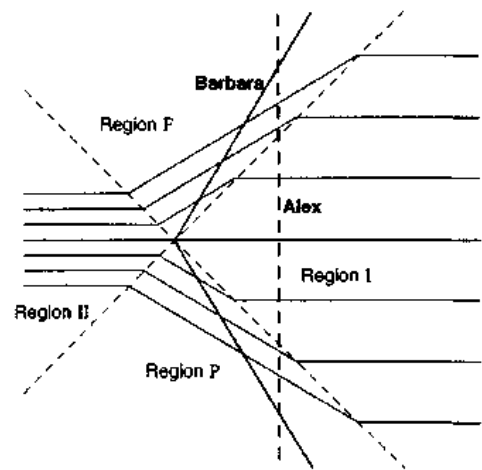


Рис. 5. Гиперповерхности одновременности близнеца-путешественник в случае "мгновенного" поворота.

Для вычисления радарного времени в точке  $(u_0, v_0)$  удобно рассмотреть четыре различных области в зависимости от знаков  $u_0$  и  $v_0$ .

Область (Region) I:  $u_0 > 0$  и  $v_0 > 0$ . Очевидно,  $\tau^+(u_0, v_0)$  определено подстановкой  $u_0 = u_B(\tau^+) = e^\alpha \tau^+$  [где мы использовали  $u_B(\tau^+) = e^\alpha \tau^+$  поскольку из рис. 4 следует, что  $\tau^+ > 0$ ]. Подобным же образом  $\tau^-(u_0, v_0)$  определено подстановкой  $v_0 = v_B(\tau^-) = -e^\alpha \tau^-$  [поскольку  $\tau^- < 0$ ]. Следовательно, в этой области:

$$\tau(u_0, v_0) = \frac{1}{2}(e^{-\alpha} u_0 - e^{-\alpha} v_0) = e^{-\alpha} t_0 \quad (1)$$

Область (Region) F:  $u_0 > 0$  и  $v_0 < 0$ . Рассмотрим сначала случай, когда  $(u_0, v_0)$  расположены справа от Барбары, как показано на рис. 4. Вычисление  $\tau(u_0, v_0)$  осуществляется так же, как в предшествующем случае, различие состоит лишь в том, что, поскольку  $\tau^- > 0$ , мы теперь получим  $u_B(\tau^-) = -e^\alpha \tau^-$  (экспонента изменила знак). Следовательно, в этой области:

$$\tau(u_0, v_0) = \frac{1}{2}(e^{-\alpha} u_0 - e^\alpha v_0) = \cosh(\alpha) t_0 + \sinh(\alpha) x_0. \quad (2)$$

Если же  $(u_0, v_0)$  расположены слева от Барбары (но еще в области F), то роли  $\tau^+$  и  $\tau^-$  взаимно заменяются, но поскольку определение  $\tau$  симметрично относительно такой перестановки, то выражение (2) не изменяется и справедливо во всей области F.

Области (Regions) I и P анализируются аналогичным образом, и мы находим:

$$\tau(t, x) = \begin{cases} t e^{-\alpha}, & \text{region I} \\ t e^{\alpha}, & \text{region II} \\ \cosh(\alpha) t + \sinh(\alpha) x, & \text{region F} \\ \cosh(\alpha) t - \sinh(\alpha) x, & \text{region P} \end{cases}$$

“Гиперповерхности одновременности в момент  $\tau_0$ ”, обозначенные как  $t_{\tau_0}(x)$ , теперь даются подстановкой  $\tau(t, x) = \tau_0$  и перестановкой, что дает:

$$t_{\tau_0}(z) = \begin{cases} \tau_0 e^{\alpha}, & \text{region I} \\ \tau_0 e^{-\alpha}, & \text{region II} \\ \operatorname{sech}(\alpha) \tau_0 - \tanh(\alpha) x, & \text{region F} \\ \operatorname{sech}(\alpha) \tau_0 + \tanh(\alpha) x, & \text{region P} \end{cases}$$

как показано для различных  $\tau_0$  на рис. 5.

Мы можем теперь видеть, что в области F, где Барбара неотличима от инерциального наблюдателя со скоростью  $s$ , ее поверхности одновременности в точности те же, что и для такого инерциального наблюдателя; что касается области P, где она не отличима от инерциального наблюдателя со скоростью  $-s$ , ее поверхности одновременности снова в точности те же, что и для этого инерциального наблюдателя. Однако это не справедливо для областей I и II, где она имеет различные скорости в моменты, когда она посылает сигнал ( $\tau^-$ ) и когда она принимает отраженный сигнал ( $\tau^+$ ). В этих областях ее поверхности одновременности являются плоскими (как и должно быть вследствие симметрии относительно обращения времени). Следовательно, она может сопоставить каждому событию *единственный* момент времени, устраняя проблемы, которые появляются в типовых "учебных иллюстрациях" (рис. 1 и 2). Теперь мы можем

перейти к анализу влияния, которое оказывает на эти результаты непродолжительный, но конечный период ускорения в точке поворота.

### Плавный поворот

Пусть Барбара совершает поворот с конечным ускорением  $a$  за собственное время  $\tau_c = ala$ . Траектория Барбары задается соотношением

$$i_B(\tau) = \begin{cases} \cosh(a\tau_c)(\tau - \tau_c) + \frac{1}{a} \sinh(a\tau_c) & (\tau \geq \tau_c) \\ \frac{1}{a} \sinh(a\tau) & (|\tau| \leq \tau_c) \\ \cosh(a\tau_c)(\tau + \tau_c) - \frac{1}{a} \sinh(a\tau_c) & (\tau \leq -\tau_c) \end{cases},$$

$$x_B(\tau) = \begin{cases} \sinh(a\tau_c)(\tau - \tau_c) + \frac{1}{a} \cosh(a\tau_c) & (\tau \geq \tau_c) \\ \frac{1}{a} \cosh(a\tau) & (|\tau| \leq \tau_c) \\ -\sinh(a\tau_c)(\tau + \tau_c) + \frac{1}{a} \cosh(a\tau_c) & (\tau \leq -\tau_c) \end{cases}.$$

а ее финальная скорость будет равна  $s = \tanh(a\tau_c)$ . В нулевой точке системы координат мы получим:

$$(u_B(\tau), v_B(\tau)) = \begin{cases} \left( e^{a\tau} \left( \tau - \tau_c + \frac{1}{a} \right), -e^{-a\tau} \left( \tau - \tau_c - \frac{1}{a} \right) \right) & (\tau \geq \tau_c) \\ \left( \frac{1}{a} e^{a\tau}, \frac{1}{a} e^{-a\tau} \right) & (|\tau| \leq \tau_c) \\ \left( e^{-a\tau} \left( \tau + \tau_c + \frac{1}{a} \right), -e^{a\tau} \left( \tau + \tau_c - \frac{1}{a} \right) \right) & (\tau \leq -\tau_c) \end{cases}.$$

Теперь нам придется рассмотреть девять областей, разделенных кривыми  $u = \exp(\pm a\tau_c)$  и  $v = \exp(\pm a\tau_c)$ . Прямые вычисления для гиперповерхностей одновременности дают:

$$t_{\tau_0}(x) = \begin{cases} \tau_0 e^{\pm a\tau_c}, & \text{regions I, II} \\ \text{sech}(a\tau_c)(\tau_0 \pm \tau_c) \mp \tanh(a\tau_c)x, & \text{regions P, F,} \\ x \tanh(a\tau_0), & \text{region U} \end{cases}$$

в то время как для других четыре областей гиперповерхности одновременности определяются соотношениями

$$\begin{aligned} & \log(a|x+t_{\tau_0}(x)|) + a(t_{\tau_0}(x) - x)e^{\pm a\tau_c} \\ & = 2a\tau_0 \mp a\tau_c - 1, \quad \text{regions FII, PI} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \log(a|x-t_{\tau_0}(x)|) - a(t_{\tau_0}(x) + x)e^{\mp a\tau_c} \\ & = -2a\tau_0 \mp a\tau_c - 1, \quad \text{regions FI, PII.} \end{aligned}$$

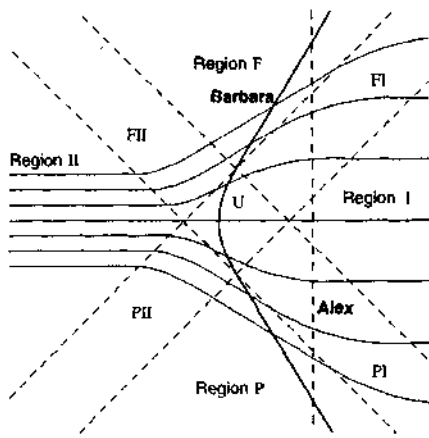


Рис. 6. Гиперповерхности одновременности для близнеца-путешественника в случае "плавного" поворота.

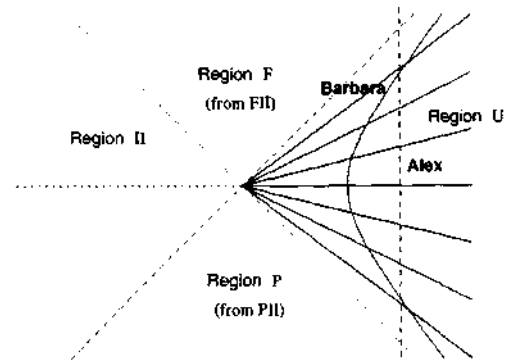


Рис. 7. Гиперповерхности одновременности для равномерно ускоренного наблюдателя.

Эти гиперповерхности показаны на рис. 6. Как и можно было ожидать, между случаями "мгновенного" и "плавного" поворотов имеется очень слабое различие (на малую величину  $\tau_c$ ). Гиперповерхности в областях I и II идентичны предшествующему случаю, в то время как в областях F и P появляется лишь слабое различие в величине  $\tau_c$ , отвечающей каждой гиперповерхности, это вызвано небольшим отличием момента поворота. Это контрастирует с ситуациями, описанными во многих учебниках<sup>7,2</sup> и изображенными на рис.2.

Интересно рассмотреть случай  $\tau_c \rightarrow \infty$ , отвечающий равномерно ускоренному наблюдателю. В этом случае мы просто имеем

$$(t_B(\tau), x_B(\tau)) = \left( \frac{1}{a} \sinh(a\tau), \frac{1}{a} \cosh(a\tau) \right),$$

или

$$(u_B(\tau), v_B(\tau)) = \left( \frac{1}{a} e^{a\tau}, \frac{1}{a} e^{-a\tau} \right).$$

Простое вычисление радарного времени и радарного расстояния дает:

$$\tau(t, x) = \frac{1}{2a} \log\left(\frac{x+t}{x-t}\right),$$

$$\rho(t, x) = \frac{1}{2a} \log(a^2(x^2 - t^2)).$$

Гиперповерхности одновременности задаются, как и для области U выше, соотношением

$$t_{\tau_0}(x) = x \tanh(a \tau_0)$$

Здесь  $\rho$  и  $\tau$  представляют собой теперь просто координаты Риндлера (Rindler coordinates) и покрывают только область U. Этого следовало ожидать, поскольку Барбара не может послать сигнал в точку какого-либо события в областях P или II, и никакие сигналы из областей F или II не могут достичь Барбару.

### Гравитацию привлекать не обязательно

О парадоксе близнецов часто говорят<sup>4</sup>, что он "может быть полностью объяснен только в рамках общей теории относительности". Однако, как мы только что показали, гиперповерхности одновременности Барбары зависят только от кинематических параметров и полностью могут быть поняты без обращения к общей теории относительности. Для понимания того, почему в литературе иногда используются "эквивалентные гравитационные поля", рассмотрим случай "равномерного ускорения", описанный в системе координат  $(\tau, \rho)$  и представленный на рис. 8.

Метрика в этих координатах задается выражением  $ds^2 = e^{2a\rho}(d\tau^2 - d\rho^2)$ . Хотя в этих координатах Барбара движется по прямой траектории, она обладает ускорением  $a$ . Точно так же и мы испытываем постоянное ускорение  $g$ , удерживаясь от свободного падения в гравитационном поле Земли. (Разумеется, Барбара в данном случае просто уменьшает свою скорость, а не приближается к земному центру, так что переменные силы здесь отсутствуют.) Хотя в этих координатах траектория Алекса оказывается искривленной, он все еще движется по инерции, т.к. в этой метрике его траектория является геодезической линией. Собственные времена Алекса и Барбары не изменяются при переходе к такой системе координат, так что все еще именно Алекс больше стареет во время их разлуки, чем Барбара. Одна из линий постоянства  $t$ , которая изображает гиперповерхности одновременности Алекса, пересекает его траекторию на рис. 8. Вот почему координаты  $(\tau, \rho)$  Барбары покрывают только область U рис. 7, так что любая линия постоянного времени  $t$ , пересекающая траекторию Алекса в области F или P, не будет иметь видимого пересечения на рис. 8.

Такое же преобразование координат может быть выполнено для случая "мгновенного" поворота. Это показано на рис. 9 в системе координат  $(\tau, \rho)$ . Метрика в этих координатах имеет вид



$$ds^2 = \begin{cases} e^{-2\alpha}(d\tau^2 - d\rho^2), & \text{region P} \\ (d\tau^2 - d\rho^2), & \text{regions I, II} \\ e^{2\alpha}(d\tau^2 - d\rho^2), & \text{region R} \end{cases}$$

и является метрикой пространства Минковского во всех четырех областях, однако с изломом при пересечении линий  $x = \pm t$ , который вынуждает геодезические линии "поворачивать" при пересечении этих линий. В этой системе координат гиперповерхности одновременности Алекса очень похожи на гиперповерхности одновременности Барбары в исходной системе координат. Однако Алекс сохраняет инерциальное движение. Изображение этих результатов в различных координатных системах приводит к такому же заключению. Кроме того, поскольку определение радарного времени не зависит от выбора системы координат, то любое утверждение Барбары вида "Алекс сделал то-то в такой-то момент времени" (с ее точки зрения), или любое утверждение Алекса вида "Барбара сделала то-то в такой-то момент времени" (с его точки зрения), останется справедливым при переходе к другой системе координат.

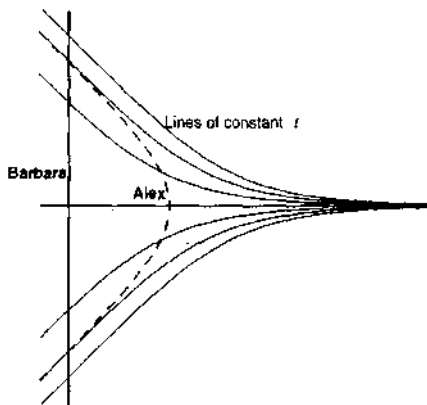


Рис. 8. Гиперповерхности одновременности Алекса, изображенные в системе координат  $(\tau, \rho)$  Барбары для случая "равномерного ускорения".

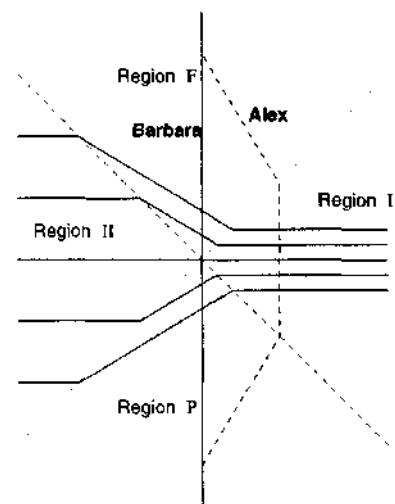


Рис. 9. Гиперповерхности одновременности Алекса, изображенные в системе координат  $(\tau, \rho)$  Барбары для случая "мгновенного поворота".

## Заключение

Мы продемонстрировали, что "радарное время" применимо к произвольно движущимся наблюдателям, и использовали эту конструкцию для построения гиперповерхностей одновременности близнеца-путешественника в "парадоксе близнецов". Радарное время позволяет близнецу-путешественнику сопоставлять определенные моменты времени удаленным событиям способом, который полностью инвариантен по отношению к выбору системы координат. Мы рассмотрели общий класс близнецов с точки зрения наблюдателя, осуществляющего поворот (от "мгновенного" поворота до поворота с "равномерным ускорением"), и прояснили некоторые общие затруднения.

В данной статье мы сделали удобное, но нереалистичное упрощение. Из траекторий, изображенных на предшествующих рисунках, очевидно, что Барбара и Алекс не могли быть близнецами, поскольку они могли оказаться в обществе друг друга не более, чем на мгновение. В более реалистичном случае траектория Барбары должна сходиться с траекторией Алекса до начала ее путешествия, а также снова – после ее возвращения.

Гиперповерхности одновременности для этого более реалистичной траектории показана на рис. 10.

В *причинной оболочке*<sup>10</sup> путешествия Барбары (это: сечение причинного будущего ее отправления и причинное прошлое ее возвращения, средняя часть четырех областей на рис. 10) эти гиперповерхности идентичны тем, которые приведены на рис. 5. Читатели могут насладиться, интерпретируя остальную часть этой диаграммы, самостоятельно убедившись в том, что длина левой стрелки представляет время путешествия Барбары, а длина средней стрелки – время Алекса, и проверив, что их отношение действительно равно  $\sqrt{1-s^2}$ .

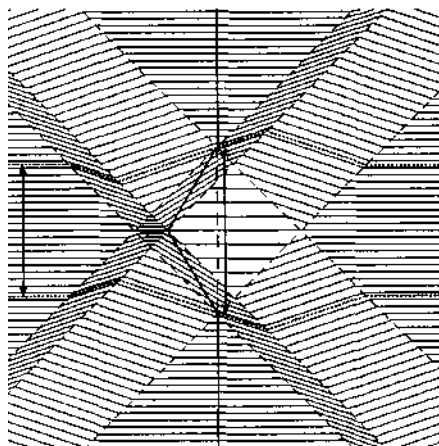


Рис. 10. Гиперповерхности одновременности близнеца-путешественника в более реалистичном случае, когда их траектории соединяются до и после его путешествия.

### Благодарности

Мы благодарим доктора Антона Гаретта за его многочисленные полезные комментарии к этой рукописи. Карл Долби благодарит доктора Генри Леви за его энтузиастское обучение  $k$ -исчислению, а также Кавендиш Астрофизикс и Тринити Колледж, Кэмбридж за финансовую поддержку.

a) Electronic mail: [c.dolby@mrao.cam.ac.uk](mailto:c.dolby@mrao.cam.ac.uk)

b) Electronic mail: [steve@mrao.cam.ac.uk](mailto:steve@mrao.cam.ac.uk)

<sup>1</sup>D. Bohm, *The Special Theory of Relativity* (W. A. Benjamin, New York, 1965).

<sup>2</sup>R. D'Inverno, *Introducing Einstein's Relativity* (Oxford U.P., Oxford, 1992).

<sup>3</sup>L. Sartori, *Understanding Relativity: A Simplified Approach to Einstein's Theories* (University of California Press, Berkeley, 1996).

<sup>4</sup>W. Pauli, *Theory of Relativity* (Pergamon, New York, 1958).

<sup>5</sup>W. G. Unruh, "Parallax distance, time, and the twin 'paradox,'" *Am. J. Phys.* **49** (6), 5S9-592, (1981).

<sup>6</sup>T.A. Debs and M. L. G. Redhead, "The twin 'paradox' and the conventionality of simultaneity," *Am. J. Phys.* **64** (4), 384-392 (1995).

<sup>7</sup>L. Marder, *Time and the Space-Traveller* (George Allen & Unwin Ltd., London, 1971).

<sup>8</sup>C.W. Misner, K. S. Thorne, and J. A. Wheeler, *Gravitation* (Freeman, San Francisco, 1973).

<sup>9</sup>A. Einstein, "On the Electrodynamics of Moving Bodies," *Ann. Phys. (Leipzig)* **17**, 891-921, (1905).

<sup>10</sup>M. Pauri and M. Vallisncri, "Marzke-Wheeler Coordinates for Accelerated Observers in Special Relativity," *Found. Phys. Lett.* **13** (5), 401-425, (2000).

<sup>11</sup>H. Bondi, *Assumption and Myth in Physical Theory* (Cambridge U.P., Cambridge, 1967).

<sup>12</sup>P. C. W. Davics, *About Time* (Orion, London, 1995).