

Анатолий Н. Аверкин

**PHYSICA
&
METAPHYSICA**

ОГЛАВЛЕНИЕ

Дуализм картины мира.....	3
Физика и метафизика субъектов квантовой механики..	28
Эксперимент подтверждает?.....	48

ДУАЛИЗМ КАРТИНЫ МИРА

Анатолий Н. Аверкин

Более детальный анализ принципов квантовой механики показывает, что объективной реальностью является *метафизическое* информационное пространство, в котором материальные системы представлены своим информационным аспектом, а активный компонент этого пространства специфическим образом обрабатывает соответствующую информацию. По сути, данная работа по-новому освещает основной вопрос философии — что первично: материя или сознание?

Дуалистическая картина мира

Количество энтропии, содержащееся в любой материальной системе, выражается общеизвестной формулой [1]

$$S = -\text{Sp } w \ln w, \quad (1)$$

где w — статистический оператор, введенный в физику Л. Ландау и М. Борном [2]. Если рассматривать только изолированные материальные системы, то этот оператор однозначно определяется состоянием системы:

$$w = |\psi\rangle\langle\psi|.$$

В силу того, что след произведения матриц не зависит от того, в каком порядке они расположены, приведенное выражение для энтропии не зависит от выбора представления, в котором конкретизировано состояние системы, — оно имеет один и тот же вид при любой унитарной матрице, осуществляющей переход от одного базиса к другому. Выберем теперь представление, в котором состояние $|\psi\rangle$ является собственным, например, $|\psi\rangle = |1\rangle$. В этом случае матрица плотности имеет только один матричный элемент $w_{11} = 1$, и, следовательно, определенная таким образом энтропия оказывается *равной нулю*. В силу следующей из приведенного определения энтропии ее инвариантности (как и всего математического аппарата квантовой механики) относительно выбора представления, получается, что энтропия *любой* изолированной материальной системы

всегда должна быть равной нулю! Такой вывод противоречит самому понятию энтропии, существующему в физике.

Главная причина того, что эта неадекватность выражения для энтропии, считающегося одной из важнейших формул физики, до сих пор остается незамеченной, заключается в том, что на практике эта формула никогда не используется. В формуле (1), обычно, вместо статоператора w негласно используют *матрицу плотности состояний* ρ , введенную в теоретическую физику фон Нейманом [3]. Всегда диагональную матрицу плотности можно получить из матрицы, соответствующей статистическому оператору, если положить в последней все ее элементы кроме стоящих на диагонали равными нулю. Формально матрицу плотности можно определить следующим образом:

$$\rho = \text{Diag } w = |\psi\rangle\langle m|n\rangle\langle\psi|,$$

где Diag — проективный оператор, обнуляющий в матрице w все ее элементы кроме диагональных, а m и n — номера базисных состояний, иначе говоря, $\langle m|n\rangle = \delta_{mn}$. Если a_n — амплитуды, а $p_n = |a_n|^2$ — соответствующие веса, с которыми базисные состояния $|n\rangle$ входят в рассматриваемое *композиционное* состояние $|\psi\rangle = \sum a_n|n\rangle$, то определяемую матрицей плотности энтропию можно записать в виде

$$S = - \sum p_n \ln p_n. \quad (2)$$

Для упрощения записи мы впредь будем под символом \sum понимать, как суммирование по всем базисным состояниям, так и интегрирование в случае непрерывного спектра. Напомним, что, если система занимает конечный объем, то спектр всегда является дискретным. Проблема, обозначенная «теоремой о равенстве нулю энтропии», не устранима, однако, простым уточнением формулировок — она для своего разрешения требует радикального переосмысления экзистенциальных принципов квантовой механики.

Процедура измерения энтропии радикально отличается от того, что обычно подразумевается под измерением в квантовой механике: для того чтобы измерить энтропию, мы, в согласии с формулой (2), должны определить все веса, с которыми базисные состояния входят в композиционное. Умозрительно эту процедуру можно описать так. Возьмем очень большое, в пределе бесконечное число копий нашей материальной системы — все они находятся в одном и том же квантовомеханическом состоянии. Будем теперь при помощи макроскопического прибора, позволяющего определять значения всех независимых интегралов движения, характеризующих материальную систему и фиксирующего представление ее состояний, редуцировать все это множество копий. Нормированная вероятность появления того или иного набора значений этих интегралов (если ему присвоить номер n) и будет тем весом p_n , совокупность которых и используется для расчета энтропии.

Множество редуцируемых материальных систем, описываемое последовательностью чисел $\{p_n\}$, образующих диагональ матрицы плотности, хорошо известно физике — оно называется *ансамблем*, вернее *большим ансамблем*, соответствующим той или иной материальной системе. Это понятие было введено в науку Джозайей Гиббсом ближе к концу XIX века и в контексте классической механики, естественно. Ансамбль Гиббса всегда рассматривался не иначе, как некая искусственная конструкция, позволяющая удобно и логически прозрачно осуществлять расчеты средних величин, характеризующих соответствующую материальную систему. Адекватность этого математического приема зиждется на так называемой *эргодической гипотезе*, утверждающей, что среднее по ансамблю равняется среднему по времени. Отметим, что именно последовательность весов $\{p_n\}$, — по сути, линейно упорядоченное ансамблевое множество, — но не статистический оператор находит свое соответствие в *функции распределения*, характеризующей классический ансамбль Гиббса.

Тот факт, что для определения понятия энтропии мы *с необходимостью* должны использовать матрицу плотности фон Неймана, повышает статус ансамбля до фундаментального. Для того чтобы энтропию можно было считать объективным параметром, не связанным с какими-либо существующими лишь *умозрительно* измерительными процедурами, мы должны рассматривать ансамбль как некую реальность, существующую наряду с объективной категорией состояния материальной системы. В связи с этим мы введем представление об *астральном пространстве* материальной системы и будем считать, что ансамбли, суть множества, соответствующие всем возможным состояниям этой системы, представляют собой совокупности точек этого пространства. Каждая точка астрального пространства характеризуется своим набором значений интегралов движения, полностью описывающим материальную систему. Если мы будем понимать ансамбль именно как большой ансамбль, то эти наборы не являются уникальными, т. е. разные точки астрального пространства могут обладать одним и тем же набором значений. Относительное число, т. е. доля таких точек и является весом p_n , с которым то или иное базисное состояние входит в композицию, соответствующую состоянию $|\psi\rangle$. Поскольку матрица плотности состояний образуется из статистического оператора при помощи проективного по своей природе оператора Diag , то мы можем считать, что астральное пространство является в некотором смысле проекцией гильбертова пространства состояний материальной системы (математические языки квантовой механики, базирующиеся на понятиях статистического оператора и вектора состояний являются эквивалентными). Понятия астрального пространства и пространства состояний в определенном смысле

противостоят друг другу, поэтому я позволю себе в этой статье называть гильбертово пространство *терральным*.

* *
*

Продуктивность категории астрального пространства будет обеспечена лишь в том случае, если происходящие там события находят свое отражение в мире, данном нам в ощущениях. Ведение в рассмотрение астрального мира предполагает именно такую ситуацию. Динамические уравнения физики описывают некий терральный мир, лишенный, по сути, какой-либо динамики. Если известно состояние этого мира в некоторый момент времени, то оно определяет его состояния на все прошедшие и будущие времена. В этом мире нет понятия причины и следствия. С пространственно-временной, четырехмерной точки зрения этот мир статичен. И. Пригожин [4] образно назвал мир, рисуемый физикой, «миром Сущего (*Being*)». Ощущаемый нами, экзистенциальный мир разительно отличается от этой безжизненной картины — в нем происходят *события!* — это «мир Возникающего (*Becoming*). Идея, излагаемая в настоящей работе, заключается в том, что именно события, происходящие в астральном пространстве, являются причиной необратимых изменений в пространстве терральном.

Активность, существующая в астральном пространстве обеспечивается тем, что в нем присутствуют совершенно особые ансамбли, обладающие способностью и прерогативой определенным образом воздействовать на другие ансамбли, «обитающие» в астральном пространстве. В квантовой механике эти *субъекты* астрального пространства выступают под именем *наблюдателей* или *экспериментаторов* или «*классических приборов*». Мы же, в соответствии с их функцией, будем называть их *процессорами*.

Для адекватного понимания мироустройства принципиально важным является уяснение различия между астральным и терральным пространствами. Терральное пространство является пространством *векторным*, и существующие в нем явления описываются математической дисциплиной, называемой *функциональным анализом*. В отличие от этого астральное пространство является *пространством множеств* и его закономерности выражаются на языке совсем другого раздела математики, раздела, имеющего очень мало точек соприкосновения с анализом, — это *теория множеств*, основы которой заложил великий Георг Кантор. В этом смысле энтропия, например, есть ничто иное, как мера, введенная на пространстве множеств. В соответствующей теории эта мера определяется как неотрицательный аддитивный функционал, т. е. такой, что мера двух непересекающихся ансамблей должна равняться сумме их мер. Определение энтропии (2) представляется в этом смысле очень ес-

тественным, поскольку на астральном пространстве невозможно, по-видимому, определить меру принципиально другим образом.

Свойства террального мира во всех его аспектах изучает великая наука, называемая *физикой*. Ее язык — математический анализ. Закономерности же астрального мира на этом языке не выражаются. Науку, изучающую астральные явления, в той степени, в какой философию вообще можно считать наукой, следует, по-видимому, называть *метафизикой*, хотя термин *энтроподинамика* и представляется и более конструктивным, и более современным. Метафизические закономерности при необходимости осваиваются физикой как некие экзистенциальные постулаты, не поддающиеся более углубленному анализу. Таковым, например, является утверждение, что наблюдатели редуцируют состояния материальных систем случайным образом.

Физика, претендующая на мирозданническую всеохватность, на то, чтобы быть наукой наук, успокаивает себя тем, что такого рода феноменологические постулаты являются очень простыми и не нарушают материалистичности ее мироописания. Существует, однако, много наук, изучающих эволюцию разных сложных материальных систем, сам предмет интереса которых не находит никакого продолжения в обратном во времени терральном мире физики. Среди этих наук — их часто называют учениями — можно назвать дарвинизм, изучающий эволюцию биологических форм, сравнительное языкознание, интересующееся происхождением языков, на которых разговаривают люди, фрейдизм, посвятивший себя эволюции человеческой психики и т. д. Все эволюционные процессы содержат в себе нечто общее, что называется *диалектическими законами развития* — честь их обнаружения принадлежит Гегелю. Не смотря на объективный характер этих закономерностей, сказать, что они берут свое начало во «всеохватной» физике, не решится, по-видимому, никто. Максимум, на что способно физика в эволюционном плане, это допустить, в духе старого учения деистов, что Бог в некоторый момент времени $t = t_0$ «запустил» Мир, как некие Часы, и удалился от дел, предоставив физикам разбираться в своем творении. Даже постулат о случайном характере квантовомеханических процессов оказался не так прост: знаменитые опыты профессора С. Шноля [5] доказывают, что флуктуации периода полураспада радиоактивного препарата никак нельзя объяснить, исходя из предположения о случайном и независимом распаде атомов, его образующих.

Энтропия и информация

Поскольку в физике, как и в теории передачи информации, последняя определяется как взятая со знаком «минус» энтропия (с точностью до

постоянного слагаемого) [6], то удобно считать, что количество информации, содержащееся в том или ином состоянии системы, определяется выражением

$$I = S_{max} - S,$$

где S_{max} — максимально возможное значение энтропии. При таком определении количество информации равно нулю в *предельно хаотическом состоянии*, называемом *равновесным*, и равно S_{max} , когда система находится в одном из своих базисных состояний. Поскольку энтропия является астральной мерой, мы можем сказать, что ее значение в состоянии равновесия является информационной емкостью той или иной материальной системы. В равновесном состоянии все веса p_n равны между собой. Если N — число чем-то различающихся наборов значений интегралов движения, полностью описывающих материальную систему, то $p_n = N^{-1}$, и, соответственно

$$S_{max} = \ln N.$$

Таким образом, информационный объем астрального пространства какой-либо материальной системы может быть описан посредством целочисленного параметра N , говорящего о том, сколько *битов* оно в себе содержит. В этом случае информационную емкость S_{max} можно рассматривать как соответствующий объем N , но представленный в логарифмическом масштабе, т. е. в *неперах*.

В информационном смысле мы можем представлять себе соответствующее Вселенной всеохватное астральное пространство — будем называть его *Астралом с большой буквы* — в виде огромного Компьютера, в котором ячейками памяти служат парциальные астралы, соответствующие материальным системам, образующим Вселенную. Каждая из этих ячеек хранит в себе ансамбль, представляющий собой информацию о состоянии системы. Ансамбль — это множество, которое, будучи линейно упорядоченным, образует последовательность $\{p_n\}$ диагональных элементов матрицы плотности. Таким образом, мы можем понимать эту последовательность как некий *файл*, записанный в соответствующую ячейку-астрал. При этом допустимые значения интегралов движения следует рассматривать как *код*, в котором информация о состоянии системы представлена. Для того чтобы вселенский компьютер ожил и начал работать, одной памяти недостаточно — для этого нужны *программисты*. Функцию таких программистов выполняют сущности, которые в физике называются наблюдателями, а здесь — процессорами. С физической точки зрения процессоры представляют собой некие удивительные материальные системы. Однако в этой работе, сосредоточившись на их функциональном смысле, мы не будем затрагивать вопрос, чем же процессоры отличаются от других материальных систем, т. е. чем живое отличается от мертвого. Астральная деятельность процессоров основывается на их способности изменять состояния других материальных сис-

тем, т. е. некоторым образом перезаписывать информацию, содержащуюся в других астралах Астрала. Для того чтобы отличать ансамбли, проявляющие такого рода активность, будем называть их *актуальными*. Именно деятельность эти *субъектов* Астрала превращает *экзистенциальный* мир из мира *Существующего* в непредсказуемый мир *Возникающего*.

* *
* *

В настоящей работе обсуждаются прежде всего онтологические принципы, на которых основывается мироздание. Главный вывод здесь заключается в том, что истинной является дуалистическая картина мира. Ее терральный аспект в своем самом глубоком фундаменте изучается физической наукой. Удивительную эффективность математики в этом деле можно понять как следствие того, что терральный мир представляет собой ничто иное, как некий математический Анализ. Это подобно тому, как идеальная двумерная жидкость является воплощением теории функций комплексного переменного. В этом смысле основная и конечная цель физики видится в построении «Единой теории Всего», т. е. соответствующего Анализа. Успехи в создании *Стандартной модели*, объединяющей электромагнитные, слабые и сильные взаимодействия, говорят о том, что мы, возможно, не очень далеки от момента превращения физики в математику.

В отличие от этого информационный, астральный аспект мироздания связан не анализом, но совсем другой ветвью математики, с теорией множеств — самой философской математической дисциплиной. Объекты изучения этой науки и ее методы не имеют ничего общего с математическим анализом, поэтому суждениям физиков, даже самых талантливых, по метафизическим проблемам не следует приписывать какого-либо *особого* авторитета. Достаточно сказать, что на знаменитых семинарах Л. Д. Ландау вообще запрещалось касаться тем, связанных с натурфилософской интерпретацией квантовой механики. Центральное место в анализе занимает понятие *функции* и *процесса* эту функцию преобразующего — этот процесс в анализе выступает под видом оператора дифференцирования. Для теории множеств понятие длительности не характерно, и это единство объекта и субъекта выступает там под видом *множества* и *алгоритма*. Феномены экзистенциального мира, изучаемые физикой, можно рассматривать как овеществление соответствующих операторов Анализа. Подобно этому процессоры Астрала должны пониматься как овеществленные (правильнее сказать, *одушевленные*) алгоритмы.

Поскольку постижение метафизических принципов мироздания не предполагает обязательного знакомства с математическими методами

исследования материальных систем, полезно изложить принципы квантовой механики, вообще не касаясь этой стороны физической науки, но так, чтобы информационная ее сущность выступала более наглядно.

Допустим, что существует некий телеграфист, принимающий телеграммы. Будем далее называть его *исполнителем*. Будем считать, что этот исполнитель обладает библиотекой, содержащей все *осмысленные* русские тексты — в понятие *осмысленности* мы вникать не будем, полагаясь на интуицию. Будем считать, что эта библиотека некоторым образом каталогизирована, так что каждый текст можно обозначить некоторым набором параметров, который можно понимать как *номер* того или иного текста библиотеки. В физике этому номеру соответствует тот или иной неповторимый набор значений интегралов движения. Предположим еще, что исполнитель обладает некоторым алгоритмом, позволяющим ему выставлять числовую оценку степени близости каких-либо двух текстов. Назовем эту оценку, скажем, *баллом*. Все тексты библиотеки, обладающие чем-то различающимися номерами, считаются абсолютно несовпадающими, и соответствующие баллы равны нулю. Если же эти номера полностью совпадают, т. е. тот или иной текст сравнивается с самим собой, то балл равен единице.

Суть алгоритма, которым пользуется исполнитель нам не важна, следует лишь считать, что он существует. Для тех простых «текстов», соответствующих материальным системам, изучаемым физикой, она умеет вычислять соответствующие баллы: там они называются амплитудами и выражаются в общем случае комплексными числами. Собственно говоря, вычисление этих амплитуд и является основной прагматической задачей теоретической физики. Введение баллов и алгоритма, их определяющего, превращает библиотеку, в математическом смысле, в базис векторного пространства, точками которого являются *все возможные* тексты. Тексты, содержащиеся в библиотеке могут теперь называться базисными векторами этого пространства.

Пусть теперь исполнитель-телеграфист принимает какую-либо телеграмму. Если текст этой телеграммы полностью совпадает с одним из текстов библиотеки, то все очень просто — он выставляет оценку равную единице, эта телеграмма получает соответствующий номер, и считается прочитанной. Исполнитель может, однако принять телеграмму, не совпадающую ни с одним из базисных текстов. Некоторые слова, например, кажутся написанными с ошибками, а некоторые и вовсе непонятны. В этом случае исполнитель поступает следующим образом. Он сравнивает все тексты библиотеки с принятым и записывает на карточки значения соответствующих баллов-амплитуд. Далее, он вычисляет квадрат модуля каждой такой амплитуды и записывает полученное положительное число, по величине не превосходящее единицы, например, на обратной стороне соответствующей карточки. Это число будем назы-

вать весом, с которым тот или иной базисный текст входит в принятый. Во всей этой процедуре появление баллов представляется некой излишней фазой вычисления весов. В значительной степени это так и есть. Мы ввели их в описание лишь постольку, поскольку алгоритмы квантовой механики вычисляют не непосредственно веса, но именно амплитуды.

Множество весов, соответствующих различным номерам базисных текстов, образуют то, что в физике называется *ансамблем*. Он выражает собой информационное содержание принятой телеграммы. Здесь важно усвоить следующую вещь. Множество ансамблей, соответствующих всем возможным телеграммам, в отличие от множества соответствующих амплитуд не обладает структурой векторного пространства. Если мы умножим каждый базисный вектор–текст на его амплитуду и сложим все это, то вновь получим текст телеграммы. С весами же, являющимися элементами ансамбля, этого проделать нельзя. Полученный исполнителем ансамбль может быть использован для вычисления количества энтропии и, соответственно, информации, содержащиеся в принятом тексте. При этом, чем более «хаотичен» этот текст, чем менее он похож на какой–либо текст и числа базисных, тем большее количество энтропии и меньшее количество информации в нем содержится.

Далее исполнитель проделывает операцию, которую можно назвать *мультиплицированием ансамбля*. Вместо каждой из карточек с записанным на ней номером и соответствующим весом он создает очень большое число ее копий. Это число пропорционально записанному на ней весу. Эти новые карточки уже не содержат записи о весе соответствующего базисного текста — этот вес выражается относительным числом карточек данного номера. Таким образом преобразованный ансамбль называется в физике *большим ансамблем*.

После того как исполнитель проделал всю эту работу, в пункт приема телеграмм входит начальник, имеющий чин процессора. Его задача — выбрать из всех карточек большого ансамбля какую–либо одну. Те процессоры, что участвуют в квантовомеханических экспериментах «бесконечно тупы». Они не обладают какими–либо критериями, позволяющими им разумно выбрать базисный текст из числа входящих в принятое послание. Максимум, что он может сделать, это выбрать наугад какую–либо одну из карточек, составляющих в совокупности большой ансамбль. Именно для того, чтобы процессор не утруждал себя чтением веса, записанного на карточке, исполнитель и был вынужден мультиплицировать исходный ансамбль до большого. Не смотря на всю свою «тупость», процессор не так прост, и его работа не может быть выполнена каким–либо механизмом. Для того чтобы его выбор был *абсолютно случайным*, он должен обладать бесконечным числом степеней свободы, кроме того, чтобы не оказаться в положении буриданова осла, он

должен обладать какой–никакой, но свободой воли. В отличие от этого работа исполнителя чисто механическая.

После того как выбор сделан, все карточки кроме той, на которую указал процессор, уничтожаются, и текст послания считается прочитанным. До этого момента все является обратимым — записанные на карточках амплитуды позволяют вновь воссоздать принятый тест — и только выбор, совершенный процессором, является актом, не обратимым во времени. Сопоставляя нарисованную здесь картину с типичным квантовомеханическим экспериментом, мы должны отождествить пункт приема телеграмм и исполнителя с *макроскопическим прибором*, используемым для измерения значений интегралов движения соответствующих материальных систем, а процессора с субъектом, осуществляющим эти измерения, т. е. с *экспериментатором–наблюдателем*.

В принципе, появление ошибочного текста можно было бы объяснить так, как это делается в теории передачи информации, — проникновением в канал передачи посторонних шумов. Нас, однако, интересуют только *изолированные материальные системы*, поэтому такие источники энтропии мы рассматривать не будем. Есть, однако, причина, по которой принятый сигнал оказался замутненным энтропией, не связанная с наличием неучтенных материальных систем. При более внимательном рассмотрении оказалось, что принятый исполнителем текст был изначально написан по–украински, и именно поэтому он не вошел в библиотеку русских текстов. То, что один и тот же текст, может быть представлен разными языками, вполне соответствует тому, что одно и то же состояние материальной системы может быть выражено в разных представлениях. Однако то обстоятельство, что значение энтропии какого–либо состояния материальной системы оказывается зависящим от выбора его представления, делает эту величину неоднозначной и субъективной.

Отметим, что все общающиеся между собой «телеграфисты» должны владеть неким единым для всех них языком. Мы можем себе представить, что наш исполнитель принял телеграмму из такой области Вселенной, условия существования в которой не имеют ничего общего с тем, что мы имеем на Земле. Сигнал из этой области не будет иметь для землян никакого смысла — он не может быть выражен через *осмысленные* русские тексты. Можно сказать, что земляне и инопланетяне не владеют каким–либо общим для них языком. Формально это означает, что все такого рода «послания» с точки зрения земных исполнителей обладают максимально возможным значением энтропии и равным нулю объемом информации. В этом смысле все земляне, пусть бессознательно, но владеют неким общим для них «языком», отражающим общие условия их жизни.

О соответствии квантовой и классической механик

То, что энтропия какого-либо состояния оказывается зависящей от представления, в котором оно конкретизируется, является следствием того обстоятельства, что матрица плотности фон Неймана *не является* линейным оператором. Если U — унитарный оператор, осуществляющий переход от одного какого-либо представления к другому, то

$$\rho' \neq U\rho U^{-1}$$

— мы должны сначала трансформировать статоператор w и лишь затем взять его диагональную проекцию, каковой является матрица плотности. Устранять проблему связанную с неоднозначностью энтропии следует, по-видимому, так же, как это сделано в подобной ситуации в ньютоновой механике. Там зависящая от выбора представления неоднозначность сил инерции устраняется тем, что постулируется существование универсальной системы отсчета, называемой инерциальной, в которой все силы инерции равны нулю. При таком подходе выбор той или иной неинерциальной системы отсчета оказывается лишь выбором криволинейной системы координат, удобной для проведения математических расчетов.

В координатном представлении интегралом движения (в квантовой механике он традиционно называется не интегралом движения, но *наблюдаемой*) является та точка пространства времени $(\mathbf{r}t)$, которую может занимать частица. Всем точкам какой-либо пространственной гиперплоскости $t = t_0$ соответствуют собственные векторы $|\mathbf{r}_i t_0\rangle$, образующие базис координатного представления:

$$\langle \mathbf{r}_i t_0 | \mathbf{r}_j t_0 \rangle = \delta(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j).$$

В классической механике инерциальная система отсчета определена не однозначно: все системы, движущиеся относительно данной инерциальной с постоянной скоростью, тоже являются инерциальными. Подобно этому неоднозначно, с точностью до выбора гиперплоскости $t = \text{const}$, определяется и координатное представление. Матричные элементы унитарного оператора, осуществляющего переход от координатного базиса, фиксированного одним моментом времени $t = t_0$, к таковому, фиксированному другим — $t = t_1$, определяется выражением

$$\langle \mathbf{r}_i t_1 | \mathbf{r}_j t_0 \rangle = \sum e^{iS}. \tag{3}$$

Здесь функционал $S = S(\mathbf{r}_i t_1, \mathbf{r}_j t_0)$ — безразмерное, т. е. деленное на постоянную Планка \hbar действие, а суммирование идет по всем траекториям, соединяющим точки $(\mathbf{r}_i t_1)$ и $(\mathbf{r}_j t_0)$ [7].

* *
*

В физике сформулирован некий эвристический принцип, называемый *принципом соответствия*, утверждающий, что каждая новая физическая теория должна иметь хорошо проверенную старую в качестве своего предельного случая. Хрестоматийным примером здесь является релятивистская механика, переходящая в ньютонову при устремлении скорости света к бесконечности. Легко, однако, видеть, что, вопреки принципу соответствия, квантовая механика не переходит в классическую при устремлении постоянной Планка к нулю. Это обстоятельство связано с тем, что в квантовой механике действует *принцип суперпозиции состояний*, который не зависит от того, насколько мала или велика эта постоянная. Этот принцип, однако, совершенно чужд механике классической. Это обстоятельство завуалировано тем, что считается, что это соответствие установлено посредством квазиклассического предельного перехода Бора–Зоммерфельда. Не сложно, однако, усмотреть, что квазиклассический метод рассматривает лишь *базисные состояния* материальных систем, которые действительно удовлетворяют принципу соответствия. Рассмотрим возникающую здесь проблему более детально.

Если безразмерное действие S много больше единицы, то интеграл по траекториям в формуле (3) содержит в себе только одну *классическую* траекторию, доставляющую минимум функционалу действия:

$$\langle r_i t_1 | r_j t_0 \rangle = A e^{iS},$$

где S теперь уже является минимальным значением соответствующего функционала, а A — некоторая гладкая функция аргументов $r_i t_1$ и $r_j t_0$. Эта функция отлична от нуля в области, занимаемой соответствующим волновым пакетом, и квадрат ее модуля, рассматриваемый как функция аргумента $r_i t_1$, удовлетворяет уравнению непрерывности [8]. В предельном случае, который можно назвать *ультрамассивным*, размер этой области можно считать бесконечно малым. В таком приближении мы можем считать, что из начальной точки в конечную ведет всего одна классическая траектория, т. е. функция $A(r_i t_1)$ есть просто некоторая постоянная a , умноженная на соответствующую δ -функцию.

Любое состояние частицы $|\psi(t)\rangle$ должно быть представлено в координатном базисе, определяемом каким-либо моментом времен $t = t_0$. Мы конкретизируем такое представление состояния $|\psi(t)\rangle$ обозначением $|\psi(t)\rangle = |\psi(t)|t_0\rangle$. Для того чтобы понять, в каком отношении находятся ультрамассивный предел квантовой механики и классическая механика, запишем состояние $|\psi(t)\rangle$ в виде, инвариантном относительно момента времени, определяющего тот или иной координатный базис:

$$|\psi(t)\rangle = \varepsilon \sum |\psi(t)|\tau\rangle.$$

Здесь суммирование ведется по всем моментам времени τ от $-\infty$ до $+\infty$, а ε — некий нормирующий множитель.

В этом выражении все входящие в него векторы $|r_j t_k\rangle$ суммируются следующим образом. Сначала берется сумма векторов, относящихся к какому либо одному базису, отмеченному моментом времени $\tau = t_k$, а затем происходит суммирование по всем моментам τ . Мы можем, однако, упорядочить все эти точки иначе. Какие-либо две точки пространства-времени $|r_1 t_1\rangle$ и $|r_0 t_0\rangle$ определяют некоторую классическую траектория и, вместе с этим, все точки $|r_i \tau\rangle$, лежащие на этой траектории. Обозначим как $\langle rr\alpha|$ последовательность точек $\langle r_k t_k|$, принадлежащих одной траектории:

$$\langle rr\alpha| = \{\dots, \langle r_k t_k|, \dots\},$$

и будем рассматривать ее как терральный вектор, который мы будем называть *траекториальным состоянием*. Индекс α некоторым образом нумерует все траектории, совместимые с данной материальной системой; его можно рассматривать как собственное значение специфического траекториального интеграла движения. Поскольку различные траектории почти не имеют общих точек, различные траекториальные состояния можно считать ортогональными:

$$\langle rr\alpha|rr\beta\rangle = \sum \langle r_\alpha \tau | r_\beta \tau \rangle = \text{const } \delta(\alpha - \beta).$$

Координатное же представление состояния материальной системы $|\psi(t)|t_0\rangle$ можно рассматривать как сечение траекториального представления соответствующего состояния $|\psi(t)\rangle$ гиперплоскостью $\tau = t_0$. Если выбрать для идентификации траектории α две бесконечно близкие точки, то базисное траекториальное состояние $|rr\alpha\rangle$ можно обозначить как $|pr\alpha\rangle$, где импульс p — вектор, касательный к траектории в точке r .

Таким образом, в ультрамассивном случае мы можем ввести специфическое для этого случая траекториальное представление. В результате одновременного измерения координаты и импульса частицы мы редуцируем соответствующее ультрамассивное состояние, получив материальную систему в некотором одном базисном состоянии $|pr\alpha\rangle$. Все последующие измерения дадут один и тот же номер траектории α .

* *

*

Приведенное рассуждение показывает, что классическая механика отличается от ультрамассивного предела квантовой механики тем, что в ней существуют *только редуцированные* по отношению к траекториальному интегралу движения состояния материальных систем. В классической механике, как и в квантовой, важнейшую роль играют наблюдатели-экспериментаторы, только деятельность их воспринимается там как нечто само собой разумеющееся и не вызывает каких либо натурфилософских дискуссий. Если в квантовой механике взаимодействие экспериментатора с изучаемой материальной системой называется процедурой

измерения интегралов движений, то в классической эта процедура называется *заданием* соответствующих интегралов, т. е. заданием начальных условий. И в том и другом случае мы имеем дело с необратимым актом, осуществляемым наблюдателем в некоторый момент времени и определяющим дальнейшее поведение изучаемого объекта.

Принципиальный момент, делающий квантовую механику столь не похожей на классическую, заключается в том, что первая изучает *микроскопические объекты*, не воспринимаемые непосредственно органами чувств человека, и он вынужден использовать для этого изучения *макроскопические приборы*, являющиеся, по сути, продолжением его приемных рецепторов. В классической же механике экспериментатор не нуждается в такого рода посредниках — «макроскопическим прибором» здесь служат лишь соответствующие органы его тела. И в том и другом случае редукция объекта изучения сводится, в конечном счете, к взаимодействию процессора, являющегося метафизической сущностью наблюдателя, с центральной нервной системой последнего. Образно можно сказать, что мозг является тем интерфейсом, посредством которого процессор наблюдателя общается с внешним миром.

Другая важнейшая черта ультрамассивного случая механики состоит в том, что здесь процессор не является датчиком случайных чисел, но имеет возможность в полной мере проявлять свою свободу воли и согласовывать свое поведение с некими своими потребностями.

Информационное взаимодействие

В последнее время, в связи с появлением идеи квантового компьютера и попытками технической реализации этой идеи, возникло некоторое направление научной мысли, иногда называемое *квантовой информатикой*. От собственно квантовой механики это направление отделяет то обстоятельство, что используемые там понятия не находят своего выражения на ее математическом языке. Попытки же объясняться исключительно на этом языке приводят к путанным и многословным, и неадекватным рассуждениям.

Центральным понятием квантовой информатики является представление о *сцепленных* или *запутанных состояниях* (*entangled states*). Если две материальные системы находятся в сцепленном состоянии, то это означает, что изменение состояния одной из этих систем вызывает *мгновенное* изменение состояния и другой, несмотря на то, что пространственно эти системы могут находиться очень далеко друг от друга и быть никак не связанными между собой какими-либо обычными взаимодействиями, отмеченными переносом энергии.

То обстоятельство, что материальные системы, разделенные даже космическими расстояниями могут находиться в состоянии сцепленности, известно еще со времени знаменитой дискуссии Эйнштейна и Бора. Это обстоятельство, однако, не находит никакого отражения в математическом формализме квантовой механики. Терральное пространство материальной системы, состоящей из двух невзаимодействующих обычным образом подсистем, является прямым произведением их терралов, и, соответственно, вектор–состояние этой системы является произведением состояний этих подсистем. Это все, что может сказать квантовая механика, вопрос же о том, изменится ли состояние одной из этих подсистем при изменении состояния другой, она оставляет без ответа. То, что «сцепленность» есть *метафизическое явление*, следует и из того, что оно проявляется *только в присутствии процессоров*, единственных субъектов, способных изменять состояния материальных систем. Отметим еще, что, как следует из всего сказанного выше, квантовая информатика может стать *количественной наукой* только в том случае, если она явно введет в круг своих представлений категорию *ансамбля*, без которой ни понятие информации, ни ее количество неопределимы.

В теории множеств важнейшее место занимает так называемая процедура *биекции*, устанавливающая взаимно однозначное соответствие между элементами двух каких–либо множеств. В случае бесконечных множеств эта процедура отнюдь не тривиальна, она порождает, например, знаменитую проблему мощности континуумов. В математике эта процедура является, естественно, чисто умозрительной, в метафизике, однако, биекция выступает в своем материализованном виде как некое *информационное взаимодействие*. Связанные биективным отношением множества выглядят здесь как состояния (вернее, соответствующие им ансамбли), находящиеся в сцепленном состоянии. Приспосабливая понятия теории множеств к потребностям метафизики, мы будем называть подмножества ансамблей *фрактонами*, а самую биективную связь каких–либо фрактонов — их *эмпатией* («вчувствованием»). Такое психоаналитическое название хорошо выражает суть дела, когда речь идет об информационном взаимодействии фрактонов, являющихся подмножествами *актуальных ансамблей*, представляющих процессоров в Астрале.

С терральной точки зрения подсистемы каких–либо материальных систем могут представляться совершенно непохожими. Однако, если их фрактон эмпатированны, то с астральной точки зрения они представляют собой один и тот же фрактон, и никакой процессор не может обратиться только к одному из них. В терральном пространстве «адресами» взаимодействующих между собой материальных систем служат их пространственно–временные координаты. В астральном же — адресом того или иного фрактона, участвующего в информационном взаимодействии,

выступает то, что можно назвать его *именем собственным*. Таким именем может служить некоторым образом линейно упорядоченный набор значений соответствующих интегралов движения. В таком свете процесс установления эмпатии между двумя какими-либо фрактонами можно понимать как *уподобление* их имен, при этом то, что физический смысл соответствующих интегралов движения может быть совершенно различным, не имеет никакого значения. Имена всех существующих в Астрале ансамблей, подобно адресам ячеек памяти в обычном компьютере, обязаны быть *неповторимыми*. Это соответствует, например, тому, что все фермионы Террала находятся, согласно принципу Паули, в неповторимых состояниях, а бозоны, находящиеся в одном и том же состоянии, образуют некую единую материальную систему, связанную информационным взаимодействием.

Квантовомеханический процесс измерения параметров материальных систем и та его разновидность, что в ультрамассивном случае называется заданием начальных условий, не могут быть поняты без представления об информационном взаимодействии. По сути, акт измерения заключается не в редукции лишь какого-либо состояния микроскопической системы, но в редукции более сложной материальной системы, отдельные части которой связаны между собой эмпатическим образом. Эта система состоит, прежде всего, из изучаемого *микроскопического объекта* и предназначенного для измерения значений соответствующих интегралов движения *макроскопического прибора*. При этом фрактон этого прибора, представленный понятными для экспериментатора его степенями свободы, должен находиться в состоянии эмпатии с изучаемым фрактоном микроскопического объекта. Далее, в подлежащую редукции систему должны быть включены те фрактоны экспериментатора, которые соответствуют задействованным в работе разделам его нервной системы — в определенно смысле и макроскопический прибор, и тело экспериментатора следует рассматривать как единое измерительное устройство. И, наконец, мы должны включить в цепочку соответствующий фрактон *актуального ансамбля*, представляющего участвующего в акте измерения процессора. Именно этот ансамбль — единственно одушевленный субъект соответствующего астрального пространства — и осуществляет редукцию всей этой информационным образом связанной материальной системы и, в конечном счете, и изучаемого микроскопического объекта. То обстоятельство, что все входящие в описанную систему фрактоны могут взаимодействовать между собой и физическим образом имеет совершенно второстепенное значение — в лучшем случае это взаимодействие нужно лишь для установления их эмпатического единства.

Любопытно, а может быть и поучительно то, что понятие эмпатии не чуждо и нашим домашним компьютерам. Система *OLE (Objekt Link-*

ing and Embedding) позволяет устанавливать и разрывать связь между содержимым двух каких-либо файлов: если файлы связаны, то программист — его можно понимать как *актуальную составляющую* компьютерного процессора, — изменяя тот или иной фрактон одного файла, соответствующим образом изменяет и другой файл. Важно здесь то, что файловые системы и принципы каталогизации этих двух файлов могут быть совершенно различными.

Важным метафизическим отличием собственно квантовомеханических измерений от классических, точнее, ультрамассивных заключается в том, что в последнем случае в процесс задания начальных условий включается тот фрактон актуального ансамбля, который мы называем *сознанием*. Именно это обстоятельство делает редукцию соответствующих *соматических* фрактонов исследователя не случайным, но *осознанным* актом.

Глобальный процессор

В начале этого эссе мы сравнили Астрал с неким глобальным Компьютером. Подобно этому, некий компьютер может быть сопоставлен и с Терралом. Этот «терральный компьютер», однако, является весьма специфическим — в отличие от астрального он *не связан* с понятием информации. Такого рода компьютеры нам хорошо известны — терральный компьютер является *аналоговым*. Он «создан» для решения одной единственной задачи и не требует для своего функционирования участия каких-либо программистов. Изначально внедренным в него алгоритмом является тот Анализ, что представляет собой Единую теорию Всего. Достаточно, осмысленно или нет, ввести в него начальные условия, относящиеся к какому-либо моменту времени $t = t_0$ и он *автоматически* выдаст решение для всех прошедших и будущих времен. В отличие от этого «цифровой» Компьютер Астрала не знает *непрерывности*, его основа основ — это *дискретность* и связанное с ней понятие множества, которое, согласно афоризму Кантора, «есть многое, мыслимое как единое».

Все, что отличает экзистенциальный мир от мира Сущего обязано процессам происходящим в Астрале. Его математика принципиально отличается от террального анализа. Это теория множеств и такие разделы математики, включающие в свою аксиоматику понятие множества и некоего активного субъекта, как теория вероятностей, элементы которой квантовая механика была вынуждена включить в свой инструментарий, теория игр или, например, математическая логика, в основе которой лежит совершенно не характерное для террала представление о причине и следствии. Высшей же «математикой» Астрала является *фи-*

лософия, поскольку в основе ее лежит метафизическое «чудо» — способность к дедуктивному обобщению индуктивных фактов. Только эта способность может сказать, что после 1, 2, 3, 4 должно следовать , скорее всего, 5.

С понятием множества неразрывно связано представление о *качественном* различии предметов, формирующих разные множества. Соответственно этому выводы философии носят не *количественный*, но *качественный характер*. Ее задача путем логических умозаключений довести *дедуктивный инсайт* до некоей модели, которую можно с тем или иным успехом сравнивать с реалиями экзистенциального мира. Философия несравнимо старше основанной на анализе науки. Как составная часть религии она возникла, возможно, с первыми проблесками человеческого сознания. От религии же, как таковой, ее отличает то, что последняя помимо философско–мифологического объяснения мира обязательно содержит в себе и «экспериментальную метафизику» т. е. магическую практику. Однако основа этой составляющей религии является не только человеческой — ею владеет *все живое*. Физики же, эти «жрецы Анализа», стали смутно и с видимым беспокойством догадываться о наличии у себя магических способностей, только пытаясь осмыслить сущность квантовомеханического эксперимента.

* *
*
*
*

Возникновение космогонического мифа можно проиллюстрировать следующим текстом. Представление о пространстве–времени и в обыденном сознании, и в физике существует как некая априорная данность, и какие–либо вопросы о причинах того или иного его свойства выглядят как противоестественные. Однако с метафизической точки зрения такие вопросы не только уместны, но и возникают сами собой.

Терральное пространство квантовой механики инвариантно по отношению к какому бы то ни было своему представлению, будь то координатное, импульсное или какое–либо еще. В этом смысле можно сказать, что категория пространства–времени вообще не свойственна Терралу. Таким образом, причина того, что мы воспринимаем пространство и время как экзистенциальные сущности, может находиться только в Астрале. Соответственно этому мы должны предположить существование особого *глобального процессора*, воспринимающего Террал именно в координатном представлении. Глобальным этот процессор следует считать потому, что именно свойственное ему координатное видение Террала является общим для всех остальных существующих в Астрале процессоров. Учитывая такое его «могущество» мне хотелось бы назвать его, в духе некоего, скорее, поэтического пантеизма, *Хроносом*. Поскольку Хронос может изменять только представление состояния

Террала, но не властен вмешиваться в само это состояние, то можно думать, что алгоритм, соответствующий Хроносу, достаточно прост и обзорим. Естественно предположить, что цель Хроноса заключается в том, чтобы в наиболее компактном виде отразить в астральном пространстве состояния материальных систем, т. е. минимизировать соответствующую энтропию.

Возможное поведение Хроноса проще пояснить, если ввести представление о *субъективной системе*. Обращаясь в некоторый момент времени к материальной системе, Хронос воспринимает ее состояние как некий ансамбль, соответствующий координатному базису, фиксированному этим моментом. Если бы Хронос мог выразить это состояние через базис, определенный каким-либо другим моментом времени, то, возможно, содержание энтропии в по-новому отраженном состоянии системы было бы ниже, чем он получил. Однако, для построения этого базиса надо знать потенциалы взаимодействия частиц, образующих материальную систему — а его ансамбль ничего об этом не говорит — и, в сущности, обратиться за помощью к терральному компьютеру. Предположим, однако, что и сам Хронос обладает некими, очень слабыми аналитическими способностями — он умеет анализировать состояния субъективных систем, соответствующих реальным материальным системам, но состоящих из невзаимодействующих частиц. Теперь, понимая свой ансамбль как отражение некоего состояния субъективной системы, соответствующей нужным образом реальной, Хронос может строить субъективные базисы, относящиеся к любому моменту времени. Обладая же запасом базисов, он может выбрать тот, что соответствует минимуму энтропии. Говоря проще, Хронос владеет некоторым стандартным набором базисов, позволяющим ему минимизировать энтропию, измеренную им в любой момент времени.

Смысл нарисованного «мифа» заключается в том, что описанные свойства глобального процессора, как представляется, позволяют, наконец, понять суть безусловно метафизического по своему происхождению *закона возрастания энтропии*. Предпосылки для этого таковы. Рассмотрим материальную систему, состояние которой таково, что в момент времени $t = t_0$ она находится в точке $|r_0 t_0\rangle$. Энтропия этого состояния равна, очевидно, нулю. Если эта частица свободна, т. е. внешнее поле отсутствует, то субъективная система Хроноса совпадает с реальной. Какова бы ни была энтропия ансамбля, полученного Хроносом в момент времени $t_1 \neq t_0$, он может выбрать в качестве представления тот самый базис, в котором энтропия равнялась нулю. Другое дело, если частица находится во внешнем потенциале, например, в самосогласованном поле, представляющем сложную термодинамическую систему. В этом случае ансамбль, полученный в момент времени $t = t_1$ уже невозможно редуцировать до состояния с равной нулю энтропией, можно выбрать

лишь такой момент времени t_0 , которому соответствует базис, *минимизирующий* энтропию. Понятно, что чем больше потенциал и чем дальше отстоит момент времени t_1 от t_0 , тем *большим* окажется это минимальное значение энтропии. Если Хронос обращается к материальным системам достаточно часто, то энтропия систем, находящихся в состояниях далеких от равновесных будет возрастать вплоть до своего максимального значения. Естественно считать, что «квант времени», определяющий частоту, с которой Хронос обращается к миру, бесконечно мал, хоть и не равен нулю (так учит нестандартный анализ), и процесс возрастания энтропии непрерывен.

Очень важно понимать, что деятельность Хроноса ни в коей мере не изменяет состояния, в котором пребывает Террал — это его состояние *инвариантно* относительно какого бы то ни было его представления. Обращаясь к Терралу в некоторый момент времени — именно этот момент следует считать *настоящим*, — он лишь представляет это состояние Террала в некоем координатном базисе, доставляющем минимум энтропии, являющейся функционалом, определенном на множестве представлений. То обстоятельство, что состояние террального пространства при этом не изменяется, означает, закон возрастания энтропии не является *фундаментальным* законом природы, но носит лишь *статистический* характер. «Теорема о возвратах» Пуанкаре и ее квантовомеханический вариант [9], доказывает что все параметры, характеризующие любую материальную систему являются периодическими функциями времени, и деятельность Хроноса не может, конечно отменить этой теоремы. Закон возрастания энтропии имеет место быть лишь постольку, поскольку «время возврата», характерное для систем, обладающих сколько-нибудь значительным числом степеней свободы, является колоссальным — уже для линейной цепочки из ста атомов это время $\sim 10^{10}$ лет. Таким образом закон возрастания энтропии должен пониматься именно так, как это показал Людвиг Больцман.

Представляется, что деятельностью Хроноса объясняется и другое, маловразумительное правило квантовой механики. Рассмотрим систему, состоящую из двух частиц и находящуюся в одном из своих базисных состояний. В этом случае вектор состояния является прямым произведением векторов соответствующих одночастичных состояний:

$$|\psi\rangle = |r_1 t_0\rangle |r_2 t_0\rangle,$$

где первый индекс различает частицы, а второй — точки пространства, в которых эти частицы находятся. *Принцип тождественности*, являющийся феноменологическим, «насильственно внедренным» в математический аппарат квантовой механики правилом гласит: если две частицы являются одинаковыми, то состоянию образуемой ими системы соответствует вектор

$$|\psi\rangle = |r_1 t_0\rangle |r_2 t_0\rangle \pm |r_2 t_0\rangle |r_1 t_0\rangle.$$

Знак плюс или минус берется в зависимости от того бозонами или фермионами являются эти частицы.

К принципу тождественности можно привыкнуть, но его невозможно понять. Естественно возникает вопрос, если частицы находятся далеко друг от друга, то почему мы не можем их различить? Они что, как-то мгновенно перелетают с места на место? Правило тождественности принципиально не может получить объяснения в рамках математического языка квантовой механики; дело в том, что этот принцип *качественный*, а не *количественный*. Если частицы различаются, например, своей массой, то чему равняется то минимальное различие, после которого частицы следует считать одинаковыми? Если Анализ не может различать частицы, то трудно подавить вопрос, кто же это делает? Наш ответ — конечно Хронос!

Для Хроноса понятия пространства не существует — создаваемый им при обращении к материальной системе ансамбль не содержит в себе никакой информации на этот счет. Поскольку Хронос не знает, в какой точке пространства находится какая частица, он вынужден создать ансамбль, соответствующий состоянию, сконструированному по правилу тождественности. При редукции этого ансамбля с целью уменьшить его энтропию он выбирает одно какое-либо состояние из соответствующей суперпозиции. Выбор этот случаен — любой понижает энтропию на одну и ту же величину, равную $\ln 2$. Поскольку Хронос обращается к системам Астрала бесконечно часто, то квантовомеханический постулат тождественности вполне адекватно передает имеющуюся ситуацию: следует лишь понимать, что не частицы непрерывно меняются своими местами, но *Некто* меняет местами их обозначения.

* *
*
*
*

Природа времени с древности являлась темой философских размышлений и дискуссий. Его однонаправленность, например, сравниваемую то с рекой Гераклита Эфесского, «в которую нельзя войти дважды», то со стрелой Эддингтона, которая направлена из прошлого в будущее, очень трудно понять, поскольку понятие это требует понимания и того, что собой представляют «берега», относительно которых река времени течет. Представление о Хроносе как о «Властелине Времени» вносит в ясность в эту проблему.

Терральное пространство инвариантно относительно выбора представления, его описывающего. В этом смысле оно не содержит в себе понятия пространства и времени. Эти понятия возникают лишь тогда, когда используется именно координатное представление, т. е. они являются *продуктами восприятия* Террала Хроносом. Способность Хроноса генерировать субъективные пси-функции материальных систем позво-

ляет ему создавать последовательность «кадров», интерпретируемых обладающими сознанием процессорами как Экзистенциал, т. е. мир, данный им в ощущениях. Создав в некоторый момент времени t субъективное состояние системы, Хронос может выбрать субъективный базис, отмеченный временем $t + \Delta t$, но не для того, чтобы рассчитать соответствующую этому базису энтропию состояния материальной системы, но лишь для того, чтобы использовать этот момент времени для следующего к ней обращения. Дополняя этой операцией процедуру минимизации энтропии, Хронос порождает — в случае, если Δt есть присущий Хроносу инфинитезимальный квант времени, — непрерывно изменяющееся представление Террала, которое и воспринимается сознательными процессорами как Экзистенциал.

Если бы существовал некий посторонний по отношению к нашему миру наблюдатель находящийся в каком-то своем времени и видящий наш мир в четырехмерности какого-либо фиксированного координатного представления, то он увидел бы примерно следующую картину. Вдоль оси времени движется некий волновой фронт — он соответствует *Настоящему*, — разрывающий непрерывность Террала на две части. Ниже этого фронта находится *Прошлое*, а выше *Будущее*. В его прошлой части состояние Террала является некой застывшей, неподвижной в абсолютном времени наблюдателя конструкцией — деятельность процессоров, способных изменять состояния систем, не властна над уже свершившимся. Иначе говоря, Прошлое являет собой пригожинское Существоющее. В отличие от этого, Будущее, находящееся выше фронта Настоящего, — это мир Возникающего. Активность всех процессоров, всегда сосредоточенная в Настоящем, непрерывно изменяет состояние Будущего — их метафизическая Игра вызывает изменение амплитуд, с которыми базисные векторы стороннего наблюдателя входят в «будущее состояние» Террала. Это постоянное изменение Будущего можно представлять себе как результат работы террального аналогового компьютера; он постоянно пересчитывает Будущее согласно изменяющимся в настоящем начальным условиям.

Заключение

Совершенно загадочное и порой и даже идеологически неприемлемое свойство наблюдателей изменять состояния материальных систем и представления этих состояний станет, возможно, более естественным, если прояснить математическую основу этих их способностей. Тот хорошо известный факт теории, что энтропия изолированных систем не может изменяться — существует представление, в котором она вообще равна нулю, — можно понимать как следствие теоремы о возвратах Пу-

анкаре. Поскольку время возврата системы в исходное состояние определяется числом степеней свободы рассматриваемой материальной системы, то можно было бы надеяться, что в случае систем с бесконечным числом степеней свободы — в этом случае и время возврата будет бесконечным — запрет Пуанкаре на изменение энтропии действовать не будет. Именно такой вывод, имеющий вид строго доказанной теоремы, содержится в работах Пригожина [10, 11]. Однако, насколько нам известно, системы с бесконечным числом степеней свободы, такие, например, как электромагнитное поле, какой-либо метафизической активности не проявляют. Дело здесь, видимо в том, что теорема о нарушении «закона сохранения энтропии» является типичной *неконструктивной* теоремой существования и ничего не говорит о возможной природе соответствующей бесконечности.

Математика знает два вида бесконечностей: *потенциальную* и *актуальную*. Понятие потенциальной бесконечности неразрывно связано с каким-либо индуктивным процессом, мыслимым продолжающимся неограниченно. Поскольку сердцевиной классического анализа является именно так понимаемый процесс предельного перехода, то все бесконечности, возникающие в математическом анализе и, следовательно, в описывающем Террал математическом аппарате квантовой механики, могут быть *только потенциальными*. Потенциальная бесконечность (по Гегелю — «дурная бесконечность») не содержит в себе ничего, качественно отличающего ее от конечного; в этом смысле можно сказать, что «бесконечное — это конечное, но *неограниченное*».

Совсем иначе бесконечное входит в теорию множеств: множество, содержащее бесконечно большое число элементов, определяется там безотносительно к какому бы то ни было индуктивному процессу, т. е. *актуально*. Абстракция актуальной бесконечности, как атрибута божественного, возникло в философии задолго до ее появления в математике. Представление о математической реальности актуально заданных бесконечных множеств послужило причиной возникновения фундаментального кризиса основ математики [Вейль Г. О философии математики, М.—Л.: 1934.]. Этот кризис является, по сути, перенесением в математику основной проблемы философии, вопроса о первичности материального и идеального. В математике этот извечный спор материалистов и идеалистов приобрел облик противостояния «актуалистов» и «интуитивистов». Первые настаивают на допустимости *фундаментальной дедукции*, т. е. правомочности свободного, без каких-либо дополнительных ограничений определения математических объектов. В отличие от этого интуитивистское направление в строительстве фундамента математики требует, чтобы каждое определение подразумевало существование некоторого интуитивно понятного конструктивного процесса. Поскольку этот кризис математики носит, в конечном счете, мировоззренческий ха-

рактер, он, естественно, не разрешим в контексте только математики. Именно поэтому основным аргументом интуитивистов является то, что их материалистический взгляд не видит в окружающем нас мире ничего божественного, что можно было бы отождествить с актуально бесконечными множествами.

Таким образом, совершенно естественным и, на мой взгляд, неотразимо убедительным является утверждение, что процессоры представляют собой материальные системы, характеризующиеся актуально бесконечным числом степеней свободы. Именно поэтому соответствующие им ансамбли мы и назвали *актуальными*. Поскольку математический аппарат современной физики, вполне адекватно описывающий мир Сущестующего, никак не может включать в себя такого рода объекты, постольку мы можем говорить о *бестелесности процессоров*. С другой стороны, естественно допустить, что процессоры могут обладать наряду с актуальными и обычными, «потенциальными» степенями свободы и как физические объекты участвовать, например, в электромагнитных взаимодействиях Террала.

Замечательным представляется то, что, как это было уже не раз в истории физики, математика заранее приготовила аппарат, позволяющий очень хорошо понять как физическую, так и нематериальную сущности процессоров! Но об этом в следующем эссе.

ЛИТЕРАТУРА:

1. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика том III (Квантовая механика). М.: Физматгиз, 1963, стр. 58–61.
2. Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М. Теоретическая физика том V (Статистическая физика). М.: Наука, 1964, стр. 41–42.
3. Dirac P. A. M. The Principles of Quantum Mechanics. Oxford, 1958. (имеется перевод: Дирак П. А. М. Принципы квантовой механики. М.: Физматгиз, 1960, стр. 185–190).
4. Prigogine I. From Being to Becoming. San Francisco, 1979. (имеется перевод: Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука, 1985).
5. Шноль С. Э., УФН, т. 170(2000), № 2, стр.14.
6. Brillouin L. Science and Information Theory. Academic Press, 1962. (имеется перевод: Бриллюэн Л. Наука и теория информации, М.: Физматгиз, 1960).
7. Feynman R. P., Hibbs A. R. Quantum Mechanics and Path Integrals. New York, 1965. (имеется перевод: Фейнман Р., Хибс А. Квантовая механика и интегралы по траекториям. М.: Мир, 1968).
8. Dirac P. A. M. The Principles of Quantum Mechanics. Oxford, 1958. (имеется перевод: Дирак П. А. М. Принципы квантовой механики. М.: Физматгиз, 1960, стр. 172–177).
9. Prigogine I. From Being to Becoming. San Francisco, 1979. (имеется перевод: Пригожин И. От существующего к возникающему. М.: Наука, 1985, стр. 176).
10. Ibid, стр. 218.
11. Prigogine I. Nonequilibrium statistical mechanics. N. Y., Wiley, 1962. (имеется перевод: Пригожин И. Неравновесная статистическая механика. М.: Мир, 1962).

ФИЗИКА И МЕТАФИЗИКА СУБЪЕКТОВ КВАНТОВОЙ МЕХАНИКИ

Анатолий Н. Аверкин

Эта статья является продолжением натурфилософского эссе «Дуализм картины мира». В ней показано, что актуальная сущность процессоров (квантовомеханических наблюдателей) следует, в определенном смысле, из некоторой теории, объединяющей в едином формализме электромагнитные и гравитационные взаимодействия. Эта теория, реализующая принцип Эйнштейна: «Все из геометрии», основана на понимании пространства–времени как неархимедова многообразия.

Неархимедовы многообразия

В первой части настоящего трактата (*Аверкин А. Н. Дуализм картины мира*) показано, что какое–либо поле, определенное на множестве точек пространства–времени, обладая лишь потенциально бесконечным числом степеней свободы, не может быть процессором, т. е. субъектом, способным изменять состояния материальных объектов. Приемлемую с интуитивистских позиций процедуру перехода от объекта с конечным числом степеней свободы к объекту, являющемуся физическим полем, можно представить себе следующим образом. Рассмотрим кристалл — для определенности кубический, — образованный некоторым количеством атомов. Элементарную процедуру, необходимую для перехода к объекту с бесконечным числом степеней свободы определим как уменьшение в два раза периода кристаллической решетки. Если при этом соответствующим образом изменять массу атомов и силу их взаимодействия, то даже скорость звук при такой операции не изменится. Если теперь мы мысленно продолжим эту процедуру бесконечное число раз, то получим некое *фононное поле* — модель, часто заменяющую в теоретической физике твердого тела реальные кристаллы.

Реальные атомы, образующие кристаллическую решетку, состоят из электронов, ядер, нуклонов, кварков и т. д., т. е. обладают какими-то

своими внутренними степенями свободы. Эти степени свободы никаким образом не входят в математический аппарат, описывающий кристалл как непрерывную среду, и по отношению к потенциальным степеням свободы фонованного поля их можно считать *актуальными*. Однако, для того чтобы процедура «удвоения кристалла» могла мыслиться неограниченно осуществляемой, атом должен быть не имеющей размеров точкой, и говорить о каких-либо ее внутренних степенях свободы не имеет смысла. Предположим, тем не менее, что эта «материальная точка» не проста и может-таки обладать актуальными степенями свободы. Для этого мы должны допустить, что в природе существуют объекты бесконечно малого, но, тем не менее, не равного нулю размера. Удивительным и для многих неожиданным является то, что существование таких странных объектов предполагается в разделе теории множеств, изучающем так называемые *неархимедовы многообразия*.

Аксиому Архимеда, относящуюся, в частности, и к тем многообразиям, на которых определена операция дифференцирования и, следовательно, математический анализ, можно сформулировать так: из двух отрезков, меньший можно отложить на большем такое *конечное* число раз, что полученный таким образом суммарный отрезок будет больше большего из них. Отказ от этой аксиомы как раз и предполагает, что существуют отрезки такой длины, что, сколько их ни суммируй, нельзя получить отрезка больше заданного.

Понятие неархимедова множества сейчас достаточно широко известно в связи с созданием Абрахамом Робинсоном (1960 г.) так называемого *нестандартного анализа* [1] (в форме доступной даже для школьников соответствующие идеи изложены в [2]). Получающаяся картина математического анализа выглядит настолько естественнее его традиционной формулировки, насколько, вообще, актуалистские построения естественнее неуклюжих конструкций интуиционистов. В своей классической формулировке анализа, завершенной в первой половине XIX века знаменитым французским математиком Огюстеном Луи Коши, основополагающую роль играет интуиционистский процесс устремления к пределу какой-либо величины. В анализе же Робинсона дифференциал является бесконечно малым, но отличным от нуля, числом. Это делает математический анализ очень похожим на обыкновенную алгебру. Если сейчас в университетах математический анализ излагается в своей традиционной форме, то только в силу консервативной традиции.

Если в традиционном анализе его субстратом является множество действительных чисел, то в нестандартном — неархимедово, по своей сути, множество так называемых *гипердействительных чисел*. Если прямым шрифтом обозначить какое-либо действительное число, то гипердействительное можно записать в виде

$$c = a + \varepsilon b,$$

где ε — *бесконечно малое* число, играющее роль *гипердействительной единицы*. Поскольку гиперкомплексные объекты вводятся чисто актуалистски, как некая фундаментальная дедукция, не связанная с каким-либо предельным переходом, то требует доказать, что эти объекты обладают всеми свойствами, присущими понятию числа, и с ними можно обращаться так же, как и с действительными числами. Робинсон сделал это методами математической логики. Другой метод «активизации» гипердействительных объектов, представляющийся более наглядным, заключается в том, чтобы так переформулировать аксиому Архимеда, чтобы ей удовлетворяли и действительные и гипердействительные числа. В соответствующем виде эта аксиома выглядит так: для *любого* числа существует натуральное число, которое больше этого числа. Поскольку доказано, что для *действительных чисел* эти две формулировки эквивалентны, то и гипердействительные объекты *автоматически* оказываются числами.

Математический анализ возник вместе с механикой — он совершенно необходим для адекватного описания этого раздела физики. Создание классической механики явилось вторым великим прорывом человеческой мысли — наряду с геометрией Евклида, — открывшим пути для последующего стремительного развития физической науки. Становление физики на протяжении всей ее истории зависело от успехов математического анализа и шло рука об руку с достижениями этой математической дисциплины. Создание нестандартного анализа лишнее раз подтверждает это правило. Основы математического анализа были заложены в последней четверти XVII независимо друг от друга двумя великими мыслителями того времени — Исааком Ньютоном и Готфридом Вильгельмом Лейбницем.

Показательно то, что математический анализ по-разному ощущался уже его создателями. Для Ньютона операция дифференцирования была связана, прежде всего, с движением тел, воспринимающимся им как нечто непрерывное. В натурфилософии же Лейбница очень важное место занимали размышления о структуре пространства, его неограниченной делимости. По этой причине вполне естественно, что именно у него возникло представление о *дифференциалах* как неких бесконечно малых, в силу неограниченной делимости пространства, величинах, обладающих, тем не менее, математической реальностью, подобной реальности мнимых чисел. Таким образом, можно считать, что анализ Коши восходит к *флюидарным* представлениям Ньютона, а анализ Робинсона — к *корпускулярным* воззрениям Лейбница.

Наглядное представление о пространстве времени как о некоем *кристалле*, образованном инфинитезимальными сферами гипердействительных чисел, координаты которых выражаются действительными числами, вполне адекватно отражает структуру гипердействительного мно-

гообразия. Отдавая дань гению Лейбница, математики назвали совокупность гипердействительных чисел, прилегающих к какому-либо действительному числу, его *монадой*. Мы же, приберегая этот термин для других целей, будем называть эти бесконечно малые сферы *корпускулами*.

Флюидарное и корпускулярное понимания математического анализа оказались в самом центре идеологического кризиса математики, порожденного интуиционистской и актуалистской трактовками ее основ, как таковых. Поскольку и старый, и новый взгляды на анализ не затрагивают утилитарного содержания анализа, то выбор того или иного его понимания является делом вкуса, т. е. дело решается так же, как и выбор между идеалистической и материалистической философскими парадигмами. Выбор этот может определить *только природа*, если он в ней, конечно, содержится. Представляется, однако, что природа вполне однозначно указывает на идеалистическую картину мироздания.

Геометрическая интерпретация электромагнетизма

То обстоятельство, что тензор электромагнитного поля антисимметричен, наводит на мысль, что он описывает малый поворот окрестности данной точки пространства–времени, т. е. малое преобразование Лоренца этой окрестности. Действительно, рассмотрим преобразование пространства–времени вида

$$\tilde{x}^i = x^i + A^i,$$

такое, что каждая его точка смещается на малую величину $A^i(xP^{kP})$. Соответственно этому преобразованию окрестность каждой точки пространства–времени деформируется следующим образом:

$$d\tilde{x}^i = (\delta_j^i + A^i_{;j})dx^j,$$

где $A^i_j = \partial A_j / \partial x B_i \equiv A^i_{;j}$. Тензор A_{ij} , ассоциированный тензору A^i_j , можно представить в виде совокупности симметричного и антисимметричного тензоров:

$$2A_{ij} = (A_{j;i} + A_{i;j}) + (A_{j;i} - A_{i;j}).$$

Первый из этих тензоров является ничем иным, как тензором деформации пространства–времени, а второй, антисимметричный, можно назвать *тензором вращения (неоднородного) пространства–времени*. Обозначив

$$F_{ij} = A_{j;i} - A_{i;j},$$

мы могли бы предположить, что тензор электромагнитного поля совпадает с тензором вращения.

Такого рода отождествлению мешает, однако, следующее соображение. Отличный от нуля тензор деформации вызывает изменение метрики пространства времени:

$$\delta g^{ik} = A_{i;k} + A_{k;i}.$$

Это означает, что при переходе от одной системы отсчета к другой изменяется и электромагнитное поле. В частности, если в данной системе отсчета электромагнитное поле равно нулю, то в системе, движущейся относительно нее с постоянной скоростью, возникает однородное электрическое поле, нарушая тем самым основополагающий принцип теории относительности. Мы, однако, знаем теперь, как преодолеть это противоречие. Для этого нужно считать, что вектор деформации, — иначе, векторный потенциал — является не просто малым (по отношению к чему?) вектором, но *бесконечно малым*, т. е. меньшим любого вектора, длина которого выражается действительным числом.

Представление о пространстве–времени как о гипердействительном многообразии, будучи, с точки зрения математического аппарата электродинамики, необязательным, является, вместе с тем, настолько естественным, что его следует считать единственно возможным. При таком понимании пространства–времени электромагнитное поле приобретает очень ясный физический смысл: магнитное поле описывает поворот окрестности какой–либо точки на инфинитезимальный угол φ :

$$\mathbf{H} = \varphi,$$

а электрическое — движение этой окрестности с бесконечно малой скоростью \mathbf{v} :

$$\mathbf{E} = \boldsymbol{\beta},$$

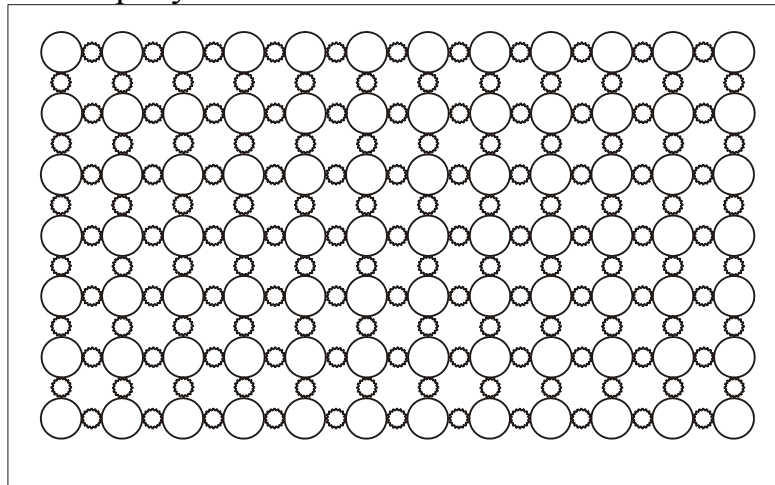
где $\boldsymbol{\beta}$ — безразмерная скорость $\boldsymbol{\beta} = \mathbf{v}/c$.

Долгое время векторный потенциал рассматривался как не имеющая физического смысла величина, удобная при вычислениях. Однако экспериментальное подтверждение эффекта Бома–Ааронова (он утверждает, что фаза пси–функция электрона пропорциональна jA , где j — четырехмерный вектор тока) доказывает, что векторный потенциал является величиной *физической*, и именно в свете неархимедовости пространства–времени она обретает и ясный физический смысл. Отметим, между прочим, что в силу физической реальности электромагнитного потенциала утверждения «компоненты объекта A образуют вектор» и «величины A суть бесконечно малые» равнозначны.

Вплоть до создания Эйнштейном специальной теории относительности электромагнитное поле пытались рассматривать как результат деформации некой материальной субстанции, заполняющей собой все пространство и называемой *эфиром*. Поскольку электромагнитные волны являются поперечными, то эфир по необходимости понимался как специфическое твердое тело. Это представление вполне соответствует тому, что электромагнитное поле является следствием деформации че-

тырехмерного гипердействительного кристалла, изображающего собой пространство–время. В этом смысле эфиром следует считать и называть само пространство–время, что мы и будем делать впредь.

Аналога эфиру, т. е. такого твердого тела, у которого плотность энергии зависела бы от синхронного вращения атомов, в природе не существует. Однако, хотя это и не обязательно, мы такое тело можем *придумать*, сделав тем самым представление об эфире наглядным. Если мы при помощи микроскопа с бесконечным увеличением попытаемся рассмотреть устройство эфира, то можем увидеть картину, подобную той, что изображена на рисунке



Вид эфира при увеличении в бесконечное число раз.

На этом рисунке бóльшими сферами изображены корпускулы эфира. Будем считать, что они обладают массой и моментом инерции. Что касается меньших сфер, то они символизируют связь между ними. Мы назовем их *фрикционами*. Каждый фрикцион может катиться без проскальзывания по поверхности той корпускулы, с которой он соприкасается. Если мы теперь повернем на некоторый угол одну из корпускул, то одновременно с ней в ту же сторону и на тот же угол повернутся и остальные корпускулы эфира. Поскольку никакой сигнал не может распространяться со скоростью большей скорости света, мы должны считать фрикционы упругими сферами. Тогда, если, например, все корпускулы нижнего ряда одновременно повернуть на небольшой угол, то по эфиру побежит волна вращения корпускул. Однако, это еще не все. Когда фрикционы стараются повернуть очередной ряд корпускул, они не только их поворачивают, но и смещают в горизонтальном направлении. При распространении волны в направлении, соответствующем направлению снизу вверх нашего рисунка вектор угла поворота **H** корпускул будет направлен перпендикулярно плоскости рисунка, а вектор **E**, пропорцио-

нальный их скорости, будет лежать в плоскости рисунка и в горизонтальном направлении. При этом направление распространения волны будет определяться вектором

$$\mathbf{S} = \mathbf{E} \times \mathbf{H}.$$

Эфир обладает тем свойством, что энергия, связанная с вращением корпускул, в точности равна энергии их колебательного движения. В связи с этим мы можем считать, что длины векторов \mathbf{E} и \mathbf{H} одинаковы. Если ввести специальную единицу длины для измерения бесконечно малых расстояний, и назвать ее *Вольтом*, то единица измерения электрического и магнитного полей будет одна и та же — Вольт на метр.

Аналитическая электродинамика

Биэфирные числа

Основным препятствием, не позволившим А. Эйнштейну объединить единым образом электромагнитные и гравитационные взаимодействия, явилось то, что устранение его же усилиями эфира из разряда физических понятий сделало электромагнитное поле первичным понятием, никак не связанным со свойствами пространства–времени. Единое понимание сил инерции и электромагнитного поля как результата деформации эфира — финитной, выражающейся действительными числами, в первом случае, и инфинитезимальной, во втором, — позволяет настолько естественно, если не сказать красиво, понять сущность единой электрогравитационной теории, что можно, по–видимому, не сомневаться в ее истинности. Вся эта теория содержится, по сути, в одной фразе: эфир — это не просто множество гипердействительных точек, но обладает фундаментальнейшим свойством быть *аналитическим многообразием*. Это похоже на то, как свойство обычной плоскости быть комплексной превращает ее в идеальную двумерную жидкость.

* *
*

Хорошо известно [3, 4], что электромагнитное поле может пониматься как аналитическая функция особых чисел, которые называются *бикватернионами*. Бикватернионы — это обычные кватернионы, компоненты которых могут быть комплексными числами. Иначе говоря, алгебра бикватернионов кроме трех антикоммутирующих кватернионных единиц содержит и обычную комплексную единицу. Представляется, однако, более естественным связать эфир с другой алгеброй, которую мы назовем алгеброй *биэфирных чисел* или *биэфирнонов*. Эта алгебра родственна алгебре октав и отличается от нее тем, что все ее антикоммутирую-

щие единицы не косоэрмитовы, как в октавах, но эрмитовы. Преимущество же биэфирных чисел по сравнению с бикватернионами заключается в том, что все их единицы имеют одинаковый статус. Особо важно то, норма биэфирного числа, т. е. квадрат его модуля, всегда является *действительным числом*, тогда как норма бикватерниона, вообще говоря, число комплексное. То обстоятельство, что алгебра *биэфиронов* неассоциативна, никак не мешает ее использованию в электродинамике.

Введем объект a , который мы будем называть эфирным числом или *эфироном*:

$$a = a_0 + ia_1 + ja_2 + ka_3 \equiv a_0 + \mathbf{a}.$$

Биэфиронами же будем называть числа, являющиеся удвоением эфиронов

$$c = a + bl.$$

Первое слагаемое биэфирного числа будем называть его *эфирной* частью, а второе — *коэфирной*. Эфирные единицы i, j, k, l умножаются по правилам:

$$i^2 = j^2 = k^2 = l^2 = 1; \quad ij = kl; \quad ki = jl; \quad jk = il.$$

Все эти единицы антикоммутируют между собой. Если ввести симметричное произведение эфиронов

$$a*b = a \cdot b + a_0 \mathbf{b} + b_0 \mathbf{a},$$

(точкой обозначено — скалярное произведение $a \cdot b$ соответствующих четырехмерных векторов), а также их антисимметричное произведение

$$(a \times b)l = \mathbf{a} \times \mathbf{b}l,$$

то произведение эфиронов можно кратко записать как

$$ab = a*b + a \times bl.$$

Эфирон \bar{a} , сопряженный a , есть $\bar{a} = a_0 - \mathbf{a}$, и сопряженный биэфирон \bar{c} соответственно — $\bar{c} = \bar{a} - bl$. Два биэфирона $e = a + bl$ и $f = c + dl$ умножаются по правилу

$$ef = ac + \bar{d}b + (da + b\bar{c})l.$$

Поскольку алгебра биэфиронов неассоциативна, можно условиться порядок сомножителей (...($d(c(da))$)) считать нормальным и, для краткости, записывать без скобок. Из этой формулы умножения биэфирных чисел легко получить правила обращения с *биэфирной единицей* l . Если a и b эфироны, то

$$(al)(lb) = ba; \quad (al)b = (\bar{a}b)l; \quad a(bl) = (ba)l.$$

Будучи неассоциативной, алгебра эфиронов сохраняет, тем не менее, подобно алгебре октав свойство *альтернативности умножения*, которое, в самом общем виде означает, что произведение любого числа биэфирных сомножителей, составленное только из двух разных чисел (и чисел, им сопряженных), не зависит от последовательности умножений и, следовательно, может быть записано без скобок. Из этого свойства

биефирных чисел сразу следует так называемое «тождество восьми квадратов»:

$$(ef)(\overline{ef}) = (e\overline{e})(f\overline{f}).$$

Аналитические функции эфирного аргумента

Определим оператор дифференцирования

$$\partial = \partial_0 + i\partial_1 + j\partial_2 + k\partial_3 = \partial_0 + \partial,$$

где ∂_0 символ дифференцирования по координате $x_0 = ct$, ∂_1 — по x_1 и так далее (для того чтобы этот оператор соответствовал, в частном случае, операции дифференцирования функций комплексного переменного, следовало бы включить в его определение коэффициент равный $\frac{1}{2}$, однако в электродинамике это не принято). Условие аналитичности (вернее, леворегулярности) функции эфирного переменного является обобщением условия аналитичности функций комплексного переменного, годного для любого гиперкомплексного аргумента:

$$\overline{\partial}F = 0. \quad (1)$$

Если положить

$$F = E + IH = E_0 + \mathbf{E} + IH_0 + I\mathbf{H},$$

и расписать условие (1) по составляющим биефирной функции, то получим систему уравнений

$$\partial \cdot \mathbf{E} = J^0; \quad \partial_0 \mathbf{E} - \partial \times \mathbf{H} = -\mathbf{J}; \quad (2)$$

$$\partial \cdot \mathbf{H} = -I^0; \quad \partial_0 \mathbf{H} + \partial \times \mathbf{E} = \mathbf{I}. \quad (3)$$

Условия аналитичности — будем в отличие от соответствующих уравнений называть их условиями Максвелла — совпадают по виду с уравнениями Максвелла при наличии электрических и магнитных зарядов и токов. Эти величины выражаются через скалярную и псевдоскалярную части аналитической функции $F(x)$:

$$\overline{J} = \partial E_0; \quad \overline{I} = \partial H_0.$$

Несмотря на свою внешнюю похожесть условия Максвелла и его уравнения обладают совершенно различным смыслом. В уравнении Максвелла заряды и токи выступают как граничные условия для определения конкретного вида электромагнитного поля: эти условия могут произвольно задаваться экспериментатором. В условиях же Максвелла фигурирующие в них соответствующие величины являются частью решений, удовлетворяющих этим условиям. Для того чтобы не возникало недоразумений, мы будем величины, входящие в условия аналитичности (2, 3), называть *полевыми зарядами* и *токами*.

Обычно, рассматривая электромагнитное поле как аналитическую функцию бикватернионного аргумента, скалярное и псевдоскалярное поля E_0 и H_0 полагают равными нулю — мы будем называть их, соответственно, электрическим и магнитным *нуль-полем* — и считают, что ус-

ловия Максвелла описывают электромагнитное поле в пустоте. Заряды же и токи рассматривают, в случае необходимости, как произвольно задаваемые особенности соответствующих аналитических функций. Поскольку такого рода элиминирование нуль-полей никак не оправдано с математической точки зрения, мы не будем этого делать, надеясь, что математика сама расставит все по своим местам.

Если считать, как это делалось до экспериментального подтверждения эффекта Аронова–Бома, что векторный потенциал является всего лишь искусственным образованием, удобным для решения уравнений Максвелла, то он оказывается неоднозначно определенной величиной. Ни магнитное, ни электрическое поле не изменятся, если подвергнуть его так называемому *калибровочному преобразованию*:

$$A \rightarrow A + f_{;k},$$

где f — произвольная скалярная функция координат и времени. Если же считать эфирный потенциал вектором деформации эфира, то он, естественно, должен удовлетворять уравнению д'Аламбера

$$\partial^2 A = 0,$$

подобно тому, как соответствующий «потенциал», порождающий аналитические функции комплексного аргумента, должен удовлетворять двумерному уравнению Лапласа. В этом случае калибрующая функция f сама должна быть решением волнового уравнения. Для того чтобы в теории не возникали нуль-поля, калибровочное преобразование следует выбрать таким, чтобы выполнялось так называемое *калибровочное условие Лоренца*:

$$\partial \cdot A = 0,$$

означающее, по сути, инфинитезимальную *несжимаемость эфира*. Отметим, что удовлетворяющая волновому уравнению калибрующая функция может рассматриваться как некий потенциал, порождающий *сдвиговые деформации* эфира, не изменяющие его плотности. Если задан эфирный потенциал A , то электромагнитное поле получается его дифференцированием

$$F = E_0 + \mathbf{E} + \mathbf{H} = \partial A.$$

Для того чтобы в электромагнитном поле присутствовало и псевдоскалярное, магнитное нуль-поле, следует воспользоваться не эфирным, но восьмикомпонентным биефирным потенциалом. Однако, поскольку в природе, по-видимому, не встречаются магнитные монополи, мы не будем на этом заострять свое внимание.

Энергия и импульс аналитического поля

Уравнения Максвелла (2, 3) могут быть получены варьированием по компонентам биефирного потенциала действия с функцией Лагранжа

$$\Lambda = -\frac{\varepsilon_0}{2} F\bar{F} = \frac{\varepsilon_0}{2} (\mathbf{E}^2 - \mathbf{H}^2 - E_0^2 - H_0^2). \quad (4)$$

Если функцию Лагранжа записать в тензорном виде, то мы придем к условию Максвелла в виде

$$F_{;j}^{ij} = -J^i; \quad (5)$$

$$\tilde{F}_{;j}^{ij} = 0; \quad (6)$$

где $\tilde{F}_{ij} = (\mathbf{H}, -\mathbf{E})$ — тензор дуальный тензору F_{ij}

$$\tilde{F}_{ij} = \frac{1}{2} \varepsilon_{ijkl} F_{ij},$$

а $J_i = E_{0;iB}$ — компоненты зарядов–токов (мы положили магнитное нуль–поле отсутствующим).

Тензор энергии–импульса электромагнитного поля при наличии нуль–поля E_0 легко получить, варьируя действие с функцией Лагранжа (4), записанное в произвольных криволинейных координатах, по компонентам метрического тензора gB_{ijB} [5]. В результате этой операции мы получим, что тензор энергии–импульса состоит из двух частей:

$$T_{ij} = T_{ij}^{(0)} + T_{ij}^{(1)} \quad (7)$$

где $T^{(1)}$ — та часть тензора энергии–импульса, которая не зависит от наличия или отсутствия нуль–поля. Она имеет свой обычный вид [6]

$$\frac{1}{\varepsilon_0} T_{ij}^{(1)} = -F_{ik} F_j^k + \frac{1}{2} F_{mn} F^{mn} g_{ij}.$$

Тензор $T^{(0)}$ можно получить из дополнительного действия с лагранжианом

$$\Lambda_0 = -\frac{\varepsilon_0}{2} E_0^2.$$

В произвольных криволинейных координатах 4–дивергенция вектора A^i определяется выражением

$$-E_0 = A_{;k}^k = \frac{\partial \sqrt{-g} g^{mn} A_m}{\sqrt{-g} \partial x^n},$$

где g есть определитель, составленный из компонент тензора gB_{ijB} . Выполняя стандартную процедуру, получим, что

$$\frac{1}{\varepsilon_0} T_{ij}^{(0)} = (J^k A_k - \frac{1}{2} E_0^2) g_{ij} - J_i A_j - J_j A_i. \quad (8)$$

Убедиться в правильности выражения для тензора энергии–импульса электромагнитного поля можно, приравняв нулю его 4–дивергенцию. В результате будем иметь уравнение

$$\frac{1}{\varepsilon_0} T_{i;k}^k = -A_i J_{;k}^k + F_{il} (F_{;k}^{lk} + J^l) + \frac{1}{2} F^{kl} P_{ikl},$$

$$P_{ikl} = F_{ik;l} + F_{kl;i} + F_{li;k}.$$

Из этого уравнения следуют уравнения Максвелла (4, 5) и, кроме того, уравнение непрерывности для полевого тока.

Важной чертой тензора энергии–импульса аналитического поля является то, что он явно зависит от вектора инфинитезимальной деформации A^k . Это означает, что, несмотря на то, что ни электромагнитное поле (\mathbf{E} , \mathbf{H}), ни электрическое нуль–поле не зависят от сдвиговой деформации эфира, теория в целом оказывается неинвариантной относительно таких деформаций. Эта ситуация вполне соответствует нашей модели эфира как «фрикционного кристалла» — в нем невозможны сдвиговые смещения корпускул без их вращения.

* *
*
*
*

Рассмотрим теперь тривиальное решение условия Максвелла (2, 3) вида

$$F = F_0 = E_0 + lH_0 = \text{const}.$$

Замечательным представляется то, что этому решению соответствуют, по–видимому, вполне наблюдаемое явление. В этом случае тензор энергии–импульса (8) будет иметь вид

$$T_{ij}^{(0)} = \frac{\epsilon_0}{2} (H_0^2 - E_0^2) g_{ij}. \quad (8)$$

Согласно относительно недавнему великому космологическому открытию [7, 8] скорость разбегания удаленных галактик оказывается тем больше, чем дальше от нас они находятся. Объяснить этот факт в рамках общей теории относительности можно только тем, что Вселенная заполнена некоторой субстанцией с отрицательной эффективной плотностью энергии $\rho R^{\text{эфф}P} = \rho + 3p$, где ρ — плотность этой субстанции, а p — существующее в ней давление. Если измерять эту плотность в единицах критической плотности

$$\rho_c = 3\lambda \left(\frac{H}{c} \right)^2 = 540 \pm 90 \text{ мкПа},$$

где $H = 65 \pm 15$ км/с/Мпс — постоянная Хаббла, а $\lambda = 4.81 \cdot 10^{42}$ Н — рационализованная гравитационная постоянная, выбранная так, чтобы закон Ньютона имел вид

$$F = - \frac{(m_1 c^2)(m_2 c^2)}{8\pi\lambda r^2},$$

то определяемая из астрономических наблюдений величина

$$\frac{\rho^{\text{эфф}}}{\rho_c} = -1.4 \pm 0.2.$$

В работе [9] эту гипотетическую субстанцию предложено назвать *квинтэссенцией*. Очевидно, что сформулированная в настоящей работе категория нуль–поля идеально соответствует понятию квинтэссенции. Для этого достаточно сравнить тензор (8) с тензором энергии–импульса материальных тел (в данном случае — квинтэссенции), который в сопутствующей системе координат имеет отличные от нуля компоненты

$$T_{00}^{(q)} = \rho; \quad T_{11}^{(q)} = T_{22}^{(q)} = T_{33}^{(q)} = p.$$

Таким образом, вы видим, что квинтэссенцию F_q вполне можно отождествить с однородным нуль–полем F_0 при условии, что магнитное нуль–поле H_0 превосходит по абсолютной величине электрическое — E_0 . Измеренное значение квинтэссенции, т. е. постоянного космологического нуль–поля, соответствует величине

$$|F_q| = 92 \pm 14 \text{ В/см}.$$

Как мы увидим ниже, имеются достаточно веские доводы, указывающие на то, что квинтэссенция содержит в себе только магнитное нуль–поле — электрическая же ее составляющая E_0 равна нулю. В связи с этим имеет смысл пояснить, что математический смысл электрического и магнитного нуль–полей существенно различается. Электрическое нуль–поле является, по сути, коэффициентом объемного сжатия–растяжения эфира. В отличие от этого псевдоскалярное поле H_0 описывает инфинитезимальное *искривление* эфирной гиперплоскости в биефирном пространстве. Это следует из того, что псевдоскалярное поле появляется только в том случае, если векторный потенциал имеет коэфирную составляющую, которая направлена нормально по отношению к этой гиперплоскости. В этом смысле постоянное магнитное нуль–поле описывает бесконечно малый поворот эфира как единую гиперплоскость в восьмимерном биефирном пространстве.

Продольные волны и мембраны

Уравнения, соответствующие условиям Максвелла (2, 3) содержит решения в виде электрических продольных волн, распространяющихся со скоростью света

$$E = f(\bar{p} \cdot x)\bar{p};$$

где f — некоторая действительная функции скалярного аргумента

$$\bar{p} \cdot x = p_0 x_0 - \mathbf{p} \cdot \mathbf{x},$$

а p — *идеальное* эфирное число, удовлетворяющее равенству

$$p\bar{p} = 0.$$

Эти волны связаны с переносом электрических зарядов. Например, электрическую продольную волну с крутыми передним и задним фронтами вполне можно уподобить плоскому конденсатору, движущемуся со ско-

ростью света в направлении параллельном заключенному внутри него электрическому полю. Поскольку такого рода волны не существуют природе, мы могли бы не обращать внимания на наличие таких решений, объявив их «нефизическими». Мы можем, однако, сделать далеко идущие выводы, если предположим, что такие волны действительно существуют, но, эволюционируя, они трансформируются, в конце концов, в те сингулярные образования, что присутствуют в традиционной электродинамике в виде зарядов и токов. Там эти заряды служат в качестве неких посторонних граничных условий, определяющих конфигурацию решений уравнений Максвелла.

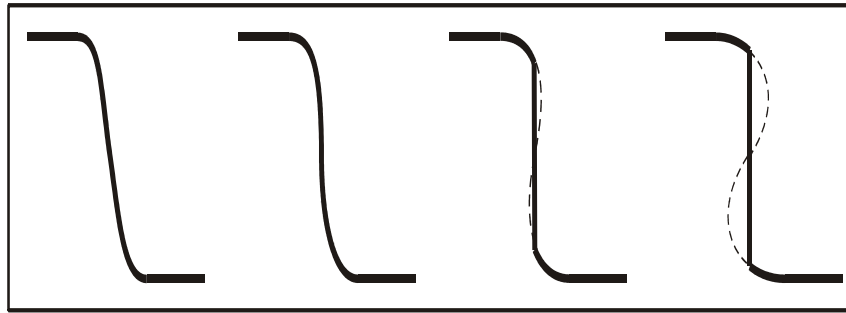
Для того чтобы убедиться, что зарядовые волны не могут двигаться со скоростью света, возьмем след от тензора энергии–импульса (7):

$$T \equiv T_k^k = 2\varepsilon_0(\bar{J} \cdot A - E_0^2).$$

Тот факт, что след тензора энергии–импульса при наличии продольных волн отличен от нуля, означает, что им соответствует не равная нулю скалярная кривизна пространства–времени R . Это обстоятельство означает, что продольные волны характеризуются наличием *массы*, т. е. они являются *тяжелыми*. Этим они отличаются от обычных электромагнитных и гравитационных волн, для которых след тензора энергии–импульса всегда равен нулю (для гравитационных волн это следует из вида соответствующего тензора Римана, приведенного в [10]). Поскольку в условиях аналитичности Максвелла (2, 3) эфир предполагается плоским и тензор кривизны эфира в этих уравнениях не участвует, то мы получаем парадоксальную ситуацию, когда объект с отличной от нуля массой покоя движется со скоростью света. Таким образом, мы приходим к выводу, что электродинамику в обязательном порядке следует рассматривать в контексте *искривляющегося эфира*, т. е. что электродинамика описывается, вообще говоря, не уравнениями, соответствующими условию Максвелла, но уравнениями Эйнштейна

$$\lambda R_j^i = T_j^i - \frac{1}{2} \delta_j^i T. \quad (9)$$

Поскольку эти уравнения нелинейны и не существует стандартных методов их решения, то задача аналитического исследования эволюции электрических волн представляется весьма проблематичной даже в одномерном, плоском случае. Тем не менее, в качественном отношении характер соответствующих решений представляется вполне ясным. В силу связанной с нелинейностью уравнений дисперсии продольных волн передний фронт такой волны, по мере ее распространения делается все более крутым и принимает, в конце концов, характерную S -образную форму.



→ → → → →
Образование ударного фронта.

Возникающую при такого рода эволюции волновых фронтов неоднозначность решений обычно, как в случае нелинейной гидродинамики, например, устраняют введением сингулярного фронта *ударной волны*, по разные стороны которого среда характеризуется разными значениями своих параметров. Таким образом, мы можем уверенно ожидать, что уравнения (9) имеют «решения» в виде *заряженных мембран*.

Важно понимать, что уравнение Максвелла—Эйнштейна в этом случае описывает электрические векторные и скалярные поля по разные стороны от мембраны, внутренние же свойства самих мембран никак не следуют из этого уравнения. Тот факт, что эти особенности электромагнитного поля не являются решениями уравнения Максвелла—Эйнштейна, как раз и соответствует тому положению, что заряды и токи в традиционной электродинамике выступают как задаваемые извне граничные условия. Мы не можем считать, что мембраны имеют нулевую толщину — в этом случае они не могли бы обладать какими-либо физическими свойствами. С другой стороны, представляется очень маловероятным, что мембранам удастся когда-либо приписать и конечную толщину — это потребовало бы введения взаимодействий, не входящих в Стандартную модель и не проявляющих себя нигде, кроме как внутри мембран. Таким образом, единственно возможным оказывается наделение мембран бесконечно малой, но *отличной от нуля* толщиной, т. е. толщиной, измеряемой в Вольтах. Это вполне соответствует представлению о неархимедовой сущности эфира. Отметим, что в настоящее время — поскольку все уравнения физики безразличны к тому, с каким многообразием они имеют дело: действительным или гипердействительным — мы не имеем никаких математических инструментов для создания физики бесконечно малого и даже не представляем себе, как он мог бы, в принципе, выглядеть.

Рассматривая две параллельные удаляющиеся друг от друга мембраны как результат коллапса фронтов соответствующих продольных волны, несложно понять, что вне этих мембран нуль-поле E_0 равно нулю и отлично от нуля только векторное поле \mathbf{E} . Между мембранами, наобо-

рот, отлично от нуля скалярное электрическое поле и равно нулю поле векторное. Причем это нуль-поле E_0 по абсолютной величине равно модулю векторного поля \mathbf{E} . В реальности, конечно, плоские мембраны не существуют, они образуют замкнутые поверхности, — плоским же мембранам соответствуют сферические поверхности бесконечного радиуса. Отдавая дань уважения Лейбницу, назовем полученные частицы общим именем *монады*.

* *
*
*

Предпринятая в этой работе попытка построения единой теории электромагнитных и гравитационных взаимодействий представляется *абсолютно адекватной*, поскольку она основана не на стремлении как-то, «малой кровью» обобщить экспериментальные результаты в рамках существующего математического кругозора физики. Исходное и единственное положение здесь предельно глубоко и дедуктивно: пространство–время есть *аналитическое многообразие неархимедовой структуры*. Если вспомнить приведенное ниже высказывание Дирака, то можно сказать, что эта теория сделана по его завету.

«Движение математики и физики в сторону объединения снабжает физика новым мощным методом исследования основ его науки, методом, который пока не удавалось применять с успехом, но который, я чувствую это, еще докажет свое значение в будущем. Метод состоит в том, чтобы начать с выбора такой ветви математики, которая, по вашей мысли, может стать основанием новой теории. В этом выборе надо руководствоваться в сильной степени соображениями математической красоты... Выбрав область математики, следует начать развивать ее в подходящих направлениях, присматриваясь одновременно к тому, как она может поддаться естественной физической интерпретации. (П.А.М. Дирак, К созданию квантовой теории поля, М.: Наука, 1990, с.249)».

Вместе с тем, построенная «единая теория поля» многими физиками может быть воспринята как «разочаровывающая», ибо она кладет конец претензии физики на «мировое господство». На том фундаментальном уровне физики, где должно находиться долгожданное объяснение возникновения *материи*, мы обнаруживаем не физику, но *метафизику*. Такие понятия физики, как «голые частицы», их размеры и *неполевые* массы — без этих понятий квантовая теория поля всегда будет незавершенной и непоследовательной, — могут входить в теорию только *феноменологическим образом*, ибо монады всегда будут для физики «вещью в себе». По сути, только в этом и заключается вывод предложенной единой теории — ничего другого физике она не дает.

Аналитическая электродинамика приводит к выводу, что носителями электрического заряда являются те особенности эфира, которые мы назвали мембранами; легко, однако, понять, что масса покоя собственно мембран связана не с наличием или отсутствием на них зарядов, но носит исключительно гравитационный характер. Это обстоятельство указывает на то, что мембраны являются фундаментальным, не связанным с инфинитезимальной деформацией эфира понятием — электродинамика лишь демонстрирует нужду в мембранах для размещения на них зарядов. В принципе же мембраны могут нести и слабый, и сильный заряды и, вообще, быть «голыми». Отметим в связи с этим, что внутри мо-над электромагнитное нуль-поле F_0 отлично от своего космологического значения F_q , а векторное поле \mathbf{E} равно нулю. Для того чтобы «классические электроны» и «позитроны» обладали одинаковой энергией и могли при случае аннигилировать, космологическое нуль-поле, иначе, квинтэссенция F_q обязано быть именно магнитным нуль-полем. В этом же обстоятельстве можно видеть и причину того, что в природе отсутствуют частицы, обладающие магнитным зарядом, — магнитные монополи и антимнополи *не обладают* требуемой симметрией.

Сформулированная в этой работе аналитическая электродинамика является теорией последовательно классической, и она совершенно не касается квантовых свойств материального мира. В этом смысле можно сказать, что она находится лишь в начале «пути Дирака». Требуемое для дальнейшего продвижения ее обобщение напрашивается само собой: следует изучить под соответствующим углом зрения более общие, чем рассмотренные здесь, аналитические функции, а именно, аналитические функции *биэфирного аргумента*

$$z = x + yl.$$

У автора, в частности, имеются достаточно оснований, чтобы считать, что коэфирная составляющая биэфира ответственна за спиновые степени свободы элементарных частиц. Конечная цель этого пути заключается, как можно надеяться, в том, чтобы, исходя из основополагающих математических принципов, получить квантовую теорию поля и феноменологические сейчас правила вторичного квантования, а также более глубоко, на геометрическом уровне понять единство электромагнитных, слабых и сильных взаимодействий. В настоящее время принципы квантовой механики рассматриваются как некий универсальный шаблон, наложенный на природу. Представляется, однако, что эти принципы являются не чем-то первичным, но следствием теории аналитических функций соответствующего гиперкомплексного переменного. При таком понимании ситуации законы квантовой механики не распространяются на гравитационные явления — пространство-время служит лишь субстратом, на котором произрастает эфирный анализ, и оно не является объектом исследования методами этой математической дисциплины. Это об-

стоятельство уже давно и многими подозревается, поскольку поле тяготения не подчиняется принципу суперпозиции — основополагающему принципу квантовой механики. Отметим еще, что очень важное для квантовой теории поля понятие *физического вакуума* находит свое нетривиальное воплощение в «эфирном кристалле», поскольку рождение любой пары частица–античастица в обязательном порядке включает в себя мембранные процессы.

* *
*

Великий Лейбниц своим творчеством доказал наличие у людей фантастических способностей к глубочайшим метафизическим постижениям, лишь в минимальной степени основанным на фактологическом материале. Его представление о монадах как об элементарных «атомах» материи, вообще, вполне соответствуют полученным здесь результатам. Для Лейбница умопостигаемый метафизический мир был не менее, а, может быть, и более важен, чем «феноменальный», физический мир. В этой высокой сфере Ньютон, например, как показывают его сделанные на склоне лет записи, не поднялся выше скучного протестантского толкования христианства.

Лейбниц, как и Демокрит, считаются философами, предвосхитившими открытие атомарной структуры вещества. Но Лейбниц не просто предугадал корпускулярную структуру материи — его монады нечто большее, чем атомы, они являются, как и процессоры, духовной сущностью. Все монады он считал способными к перцепции, т. е. к восприятию, *впечатлению* в себя других монад и, следовательно, окружающего мира: монады по Лейбницу — «зеркало Вселенной». Но его монады способны не только отражать («посредством актуально бесконечного числа своих степеней свободы» — добавили бы мы), но и к апперцепции, т. е. к самосознанию. К чисто перцептивным монадам он относил те, что образуют минералы. Апперцептивность же монад, олицетворяющих души живых существ, может различаться количественно — от мало чувствительных монад растений до безгранично апперцептивных монад божественных сущностей. Справедливости ради следует отметить, что, хотя Лейбниц и наделил монады способностью к самосознанию, он лишил их свободы воли. В этом смысле он оказался в плену широко распространенной в его время идеологии деизма, отражающей предсказательную силу тогдашней механики. Согласно Лейбницу деятельность монад, а значит и постигаемые нами законы физики, непосредственно проистекают из внутреннего содержания самих монад. Однако эта деятельность не есть результат свободного выбора, но развертывание индивидуальной программы, «полного индивидуального *понятия*», которое

Бог мыслил во всех подробностях еще до сотворения мира и вложил во все монады. Таким образом, все действия монад полностью взаимосвязаны и predeterminedены; образуемая ими иерархия есть результат predeterminedенной «гармонии», но не их опирающейся на свободу воли Игры.

* *
*

Можно полагать, что в мембранах, формирующих монады, актуальные степени свободы эфира проявляют себя в виде метафизических способностей процессоров. Прежде всего, это касается, по-видимому, макроскопических монад, способных, например, к взаимодействию с соответствующими структурами тела квантовомеханических экспериментаторов. Что же касается микроскопических монад, являющихся сущностной сердцевиной элементарных частиц, то, как можно предполагать, их актуальные системы находятся в некоем *основном, перцептивном состоянии*. Тот факт, что физические, обусловленные их потенциальными степенями свободы свойства макроскопических монад до сих пор не стали предметом изучения физической науки, следует объяснять тем, что в своем обычном состоянии они очень слабо взаимодействуют с веществом. Представляется, однако, что в определенных условиях макроскопические монады могут быть равнодушными к электромагнитным взаимодействиям и, тем самым, обнаруживать себя, причем в очень яркой форме. Но об этом в следующем эссе.

ЛИТЕРАТУРА:

1. *Tarski J.* Short Introduction to Nonstandard Analysis and its Physical Applications\ \ Many Degrees of Freedom in Field Theory: Proceedings of the 1976 International Summer Institute of Theoretical Physics, Bielefeld, Aug. 29 — Sept. 4, 1976\ Ed. L. Streit, N. Y.; London: Plenum Press, 1978, p. 225–239 (для физиков)
2. *Успенский В. А.* Что такое нестандартный анализ?, Наука, М: 1982
3. *Itaeda K.* Nuovo cimeno, 1976, vol. 32 B, №1, pp. 138–162.
4. *Casanova G.* L'Algebre Vectorielle, Presses Universitaires de France, 1976 (Перевод с фр.: *Казанова Г.* Векторная алгебра, М: «Мир», 1979, стр. 53.
5. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика, т. II (Теория поля), М.: «Наука», 1988, стр. 349–352.

6. *Ibid.* стр.114.
7. *Perlmutter S. et al.*, *Astrophys. J.*, 517 565(1999).
8. *Riess A. G. et al.*, *Astron. J.*, 116 1009(1998).
9. *Cadwell R. R., Steinhardt P. J.* *Phys. Rev. D*, 57 6057(1998).
10. *Ландау Л. Д., Лифшиц Е. М.* Теоретическая физика, т. II (Теория поля), М.: «Наука», 1988, стр. 443.

Третья глава статьи находится на дополнительной редакции автора.
Приносим свои извинения.

С уважением, <http://www.chronos.msu.ru>